

LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY
OF ILLINOIS

506
BSBS
1925
cop. 3

BIOLOGY

~~NATURAL~~

~~HISTORY~~

ACES LIBRARY

Return this book on or before the
Latest Date stamped below.

University of Illinois Library

DEC 27 1956

JAN 3 1957

JAN 16 1957

L161—H41

BULLETINS
DE LA
CLASSE DES SCIENCES

ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

BULLETINS

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

5^E SÉRIE — TOME XI

1925



BRUXELLES

MAURICE LAMERTIN, LIBRAIRE-ÉDITEUR

58-62, Rue Coudenberg, 58-62

1925

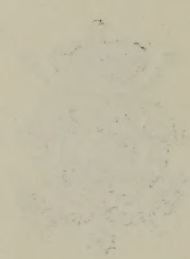
ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

PUBLICATIONS

CLASSE DES SCIENCES

MARCEL HAYEZ, imprimeur de l'Académie royale de Belgique
rue de Louvain, 112, Bruxelles

1955



BRUXELLES

IMPRIMERIE MARCEL HAYEZ, RUE DE LOUVAIN, 112, BRUXELLES

1955

1955

506
BSBS
1925
Cap. 3 Natural History

Loi accordant la personnification civile à l'Académie royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique, à l'Académie royale flamande, à l'Académie royale de Langue et de Littérature françaises et à l'Académie royale de Médecine.

ALBERT, Roi des Belges,

A tous, présents et à venir, SALUT,

Les Chambres ont adopté et Nous sanctionnons ce qui suit :

ARTICLE PREMIER. — L'Académie royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique, l'Académie royale flamande, l'Académie royale de Langue et de Littérature françaises et l'Académie royale de Médecine jouissent de la personnification civile.

ART. 2. — Les dites Compagnies sont représentées vis-à-vis des tiers par leurs Commissions administratives.

Leur règlement organique est publié aux annexes du *Moniteur*. Il en est de même des noms, prénoms, professions et domiciles des membres de la Commission administrative. Cette dernière publication est renouvelée dans la première quinzaine du mois de janvier.

ART. 3. — Les dites Compagnies ne peuvent posséder, en propriété ou autrement, que les immeubles qui sont nécessaires à l'accomplissement de leur mission.

Les donations entre vifs ou par testament, à leur profit, n'ont d'effet qu'autant qu'elles sont autorisées conformément à l'article 910 du Code civil. Néanmoins, cette autorisation n'est pas requise pour les libéralités purement mobilières, dont la valeur n'excède pas 5,000 francs et qui ne sont pas grevées de charges.

L'autorisation n'est pas accordée quand l'auteur de la libéralité lui a attribué une affectation étrangère au but pour lequel l'Académie gratifiée a été instituée.

L'arrêté qui autorise l'acceptation d'une libéralité dans laquelle

un immeuble est compris détermine, s'il y a lieu, le délai dans lequel l'immeuble devra être réalisé.

ART. 4. — Chaque année la Commission administrative dresse le budget et les comptes relatifs au patrimoine propre à l'Académie et le soumet à l'approbation du Roi.

ART. 5. — Tous objets mobiliers quelconques et toutes valeurs affectées jusqu'à présent soit aux services de l'Académie, soit à la décoration des locaux qu'elle occupe, soit à l'acquittement des fondations dont elle a la gestion deviendront de plein droit sa propriété à compter de la mise en vigueur de la présente loi.

ART. 6. — Un arrêté royal réglera les mesures d'application de la présente loi.

Promulguons la présente loi, ordonnons qu'elle soit revêtue du sceau de l'État et publiée au *Moniteur* ⁽¹⁾.

Donné à Bruxelles, le 2 août 1924.

ALBERT.

Par le Roi :

Le Ministre des Sciences et des Arts,

P. NOLF.

Le Ministre de l'Intérieur et de l'Hygiène,

P. POULLET.

Vu et scellé du sceau de l'État :

Le Ministre de la Justice,

F. MASSON.

(1) La loi a été publiée dans le *Moniteur* du 13 décembre 1924, pp. 6057-6058.

Séance du samedi 10 janvier 1925.

M. Max Lohest, *directeur de la Classe, président de l'Académie.*

Sont présents : MM. F. Swarts, *vice-directeur*; A. Gilkinet, Léon Fredericq, A. Gravis, A. Lameere, A. Demoulin, A. Rutot, A. de Hemptinne, V. Willem, P. Stroobant, Ch. Julin, É. Marchal, J. Bordet, L. Crismer, *membres*; G.-A. Boulenger, *associé*; Th. De Donder, P. Fourmarier, O. Dony, *correspondants*, et le *Secrétaire perpétuel*.

Absences motivées : MM. J. Deruyts, Ch. Lagrange, Ch.-J. de la Vallée Poussin, J. Massart, G. Lecoïnte, P. Nolf, *membres*.

CORRESPONDANCE.

MM. E. Goursat et L. Bianchi remercient l'Académie de les avoir élus associés.

M. le Ministre des Sciences et des Arts transmet une copie de l'arrêté royal du 20 décembre 1924, nommant M. J.-P. Waltzing président de l'Académie pour 1925.

Le même Ministre fait parvenir une expédition de l'arrêté royal du 11 décembre, attribuant le Prix décennal des Mathématiques pures pour la 3^e période (1914-1923) à M. Ch.-J. de la Vallée Poussin.

La Faculté de Médecine de l'Université de Liège communique un ordre du jour, voté par elle, protestant contre certaines dispositions des projets de loi sur la protection des animaux, déposés au Sénat par MM. Asou et consorts et par M. Wittemans. — La Classe charge MM. Fredericq, Bordet et Willem de lui faire rapport à ce sujet.

HOMMAGE D'OUVRAGE.

Eléments de Pathologie végétale appliquée à l'agriculture et à la sylviculture, par É. Marchal.

— Remerciements.

ÉLECTIONS.

M. Jean Massart est élu Directeur pour 1926.

M. A. Demoulin est élu membre de la Commission administrative pour 1925.

M. Lohest, Directeur sortant, installe M. Swarts directeur pour 1925 et lui adresse les félicitations de la Classe. M. Swarts remercie ses Confrères et exprime à M. Lohest la gratitude de l'Académie pour les services qu'il a rendus en 1924 comme directeur de la Classe des Sciences et comme président de l'Académie.

NOMINATION DE JURYS.

MM. Fredericq et Bordet sont désignés pour constituer le jury du Prix Gluge (9^e période : 1923-1924).

MM. Gravis, Massart et Marchal sont désignés pour constituer le jury du Prix Joseph Schepkens (1^{re} période : 1922-1924).

PRIX DÉCENNAUX.

Après une discussion prolongée, la résolution suivante est arrêtée : « La Classe des Sciences émet le vœu que les crédits attribués aux Prix décennaux soient augmentés et que leur augmentation soit de préférence affectée à la majoration du nombre des Prix ».

ÉCHANGE DE PUBLICATIONS AVEC LES INSTITUTIONS HONGROISES
ET AUTRICHIENNES.

A la suite d'une discussion à laquelle la plupart des membres ont pris part, la décision suivante est prise à l'unanimité :

« A la demande de la Commission de Coopération intellectuelle internationale de la Société des Nations et dans un sentiment d'apaisement, la Classe des Sciences de l'Académie est

disposée à examiner les demandes tendant à reprendre les échanges de publications qu'introduiraient les Institutions hongroises et autrichiennes. »

UNION ASTRONOMIQUE INTERNATIONALE.

La Classe adopte les vœux et propositions ci-après, à inscrire à l'ordre du jour de l'Assemblée générale de juillet 1925, à Cambridge :

1° Vœu de voir adopter un système complet de notations astronomiques, afin d'achever le travail d'unification entrepris à l'Assemblée générale de Rome.

2° Proposition d'examiner la revision des limites des constellations, afin de les régulariser et surtout de faire disparaître les dénominations multiples se rapportant à une même étoile. — Vœu de voir la Commission des notations adopter comme base de cette étude le projet présenté par le Comité national belge d'Astronomie;

3° Vœu de voir publier annuellement, dans un des grands recueils d'éphémérides, les meilleurs éléments calculés pour les orbites des étoiles doubles, tant spectroscopiques que visuelles, ainsi que ceux des astéroïdes.

4° Proposition de créer un organisme international chargé de procéder à la répartition des observations des petites planètes et du calcul de leurs éléments.

TRAVAUX A L'EXAMEN.

L'Univers de De Sitter et la métrique cayleyenne elliptique, par L. Godeaux; présenté, avec rapport favorable, par M. De Donder. — Impression dans le *Bulletin*.

Étude comparative des racines échasses de Iriartea exorrhiza Mart. (Palmier) et de Pandanus div. sp. (Pandanaçées), par M. R. Bouillenne; présenté par M. Gravis, qui lit le rapport suivant :

« J'ai l'honneur de présenter à l'Académie un travail d'Ana-

tomie végétale exécuté au Laboratoire de l'Institut botanique de l'Université de Liège par M. R. Bouillenne, docteur en sciences botaniques. Ce travail a pour titre : *Etude comparative des racines de l'Iriarte et du Pandanus*. Une partie des matériaux a été récoltée par M. Bouillenne lors d'un voyage au Brésil; l'autre provient de nos serres.

» Les racines de l'*Iriarte* sont en forme d'échasses, comme celles du *Pandanus*, mais leur structure est fort différente et aberrante. Le fait a été signalé par H. Mohl, il y a longtemps, mais sans interprétation convenable. Il est remarquable que les racines des jeunes *Iriarte* sont parfaitement normales, comme celles du *Pandanus*. L'anomalie se manifeste graduellement dans les racines de plus en plus vigoureuses que le Palmier brésilien produit successivement. On reconnaît ainsi que le nombre des pôles ligneux, qui dans le *Pandanus* est d'une cinquantaine, atteint près de quinze cents dans l'*Iriarte* adulte.

» De plus, la surface du cylindre central, dans les grosses racines du Palmier, se lobe et se segmente de façon à occuper une étendue considérable en un volume relativement restreint. Cette particularité peut être considérée comme une adaptation nécessitée par l'ampleur du feuillage et l'intensité de la transpiration. Les racines de Monocotylées étant dépourvues de cambium, l'augmentation nécessaire du tissu conducteur ne pouvait être obtenue par la production de bois secondaire.

» Le travail de M. Bouillenne a été fait avec soin; il apporte une contribution à nos connaissances anatomiques et éthologiques. Il est accompagné de deux photographies et de huit planches dessinées au trait. Je propose à l'Académie d'adresser des remerciements à l'auteur et de publier son mémoire dans le prochain volume de nos *Mémoires in-8°*. »

L'impression de ce travail dans les *Mémoires in-8°* est décidée.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — L'Univers de De Sitter
et la métrique cayleyenne elliptique,

par L. GODEAUX, professeur à l'École militaire (*).

Dans un travail récent (**), nous avons montré que la métrique cayleyenne elliptique permettait d'obtenir une représentation commode de l'Univers d'Einstein, d'élément linéaire

$$ds^2 = -dr^2 - \sin^2 \frac{r}{R} [d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2] + c^2 dt^2,$$

ou, plutôt, des coupes à temps t constants de cet Univers. Dans ce nouveau travail, nous allons utiliser le même procédé pour étudier l'Univers de De Sitter, d'élément linéaire (***)

$$ds^2 = -dr^2 - R^2 \sin^2 \frac{r}{R} [d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2] + c^2 \cos^2 \frac{r}{R} dt^2.$$

L'utilisation de la métrique cayleyenne elliptique revient au fond à effectuer un changement de variables permettant d'intégrer les équations différentielles des rayons lumineux.

1. Considérons l'espace (D) défini par l'élément linéaire

$$ds^2 = -dr^2 - R^2 \sin^2 \frac{r}{R} [d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2] + c^2 \cos^2 \frac{r}{R} dt^2. \quad (D)$$

Une coupe à temps constant de cet espace est un espace (S) défini par l'élément linéaire

$$d\sigma^2 = +dr^2 + R^2 \sin^2 \frac{r}{R} [d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2]. \quad (S)$$

(*) Présenté par M. Th. De Donder.

(**) *L'Univers d'Einstein et la Métrique cayleyenne elliptique.* (BULL. DE L'ACAD. ROY. DE BELGIQUE, Classe des Sciences, 1924, pp. 429-433.)

(***) *On the curvature of spaces.* (K. AKAD., Amsterdam, Proceedings, 1917.)

Les géodésiques de l'espace (D) sont données par le système différentiel

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 r}{ds^2} &= R \sin \frac{r}{R} \cos \frac{r}{R} \left(\frac{d\theta}{ds} \right)^2 + R^2 \sin \frac{r}{R} \cos \frac{r}{R} \sin^2 \theta \left(\frac{d\varphi}{ds} \right)^2 \\ &\quad + \frac{c^2}{R} \sin \frac{r}{R} \cos \frac{r}{R} \left(\frac{dt}{ds} \right)^2, \\ \frac{d^2 \theta}{ds^2} &= \sin \theta \cos \theta \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 - \frac{2}{R} \cotg \frac{r}{R} \frac{dr}{ds} \frac{d\theta}{ds}, \\ \frac{d^2 \varphi}{ds^2} &= -\frac{2}{R} \cotg \frac{r}{R} \frac{dr}{ds} \frac{d\varphi}{ds} - 2 \cotg \theta \frac{d\theta}{ds} \frac{d\varphi}{ds}, \\ \frac{d^2 t}{ds^2} &= \frac{2}{R} \tg \frac{r}{R} \frac{dt}{ds} \frac{dr}{ds}. \end{aligned} \right\} \quad (I)$$

Effectuons, dans ces équations, le changement de variables défini par

$$\begin{aligned} x_0 &= \sin \frac{r}{R} \sin \theta \cos \varphi, & x_1 &= \sin \frac{r}{R} \sin \theta \sin \varphi, \\ x_2 &= \sin \frac{r}{R} \cos \theta, & x_3 &= \cos \frac{r}{R}. \end{aligned} \quad (4)$$

Nous avons donc

$$x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1 \quad (2)$$

et les équations (I) deviennent

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 x_0}{ds^2} &= \frac{x_0}{R^2}, \\ \frac{d^2 x_1}{ds^2} &= \frac{x_1}{R^2}, \\ \frac{d^2 x_2}{ds^2} &= \frac{x_2}{R^2}, \\ \frac{d^2 x_3}{ds^2} &= \frac{x_3}{R^2} \left[1 - c^2 \left(\frac{dt}{ds} \right)^2 \right], \\ \frac{d^2 t}{ds^2} &= -\frac{2}{x_3} \frac{dx_3}{ds} \frac{ds}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (II)$$

L'élément linéaire de (D) s'écrit actuellement

$$ds^2 = -R^2(dx_0^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) - c^2 x_3^2 dt^2, \quad (D')$$

et celui de (S)

$$d\sigma^2 = R^2(dx_0^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2). \quad (S')$$

Une coupe à temps t constant de l'Univers (D') peut donc être considérée comme un espace cayleyen elliptique (S'), l'absolu ayant pour équation

$$x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0,$$

et le facteur de proportionnalité des coordonnées homogènes étant fixé par la relation (2).

2. La dernière des équations (II) donne

$$x_3^2 \frac{dt}{ds} = k. \quad (3)$$

Si nous prenons, dans les quatre premières équations (II), t comme variable indépendante, elles deviennent, en utilisant (3),

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 x_0}{dt^2} &= \frac{2}{x_3} \frac{dx_0}{dt} \cdot \frac{dx_3}{dt} + \frac{1}{k^2 R^2} x_0 x_3^4, \\ \frac{d^2 x_1}{dt^2} &= \frac{2}{x_3} \frac{dx_1}{dt} \frac{dx_3}{dt} + \frac{1}{k^2 R^2} x_1 x_3^4, \\ \frac{d^2 x_2}{dt^2} &= \frac{2}{x_3} \frac{dx_2}{dt} \frac{dx_3}{dt} + \frac{1}{k^2 R^2} x_2 x_3^4, \\ x_3 \frac{d^2 x_3}{dt^2} - 2 \left(\frac{dx_3}{dt} \right)^2 &+ \frac{c^2}{R^2} x_3^2 = \frac{x_3^6}{k^2 R^2}. \end{aligned} \right\} \quad (III)$$

Ces équations peuvent être considérées soit comme celles des géodésiques de l'espace (D'), soit comme les équations des projections de ces courbes sur l'espace (S'), t étant alors considéré comme un paramètre.

3. Proposons-nous de rechercher les équations du rayon lumineux issu, au temps $t = 0$, du point $Y(y_0, y_1, y_2, y_3)$, perpendiculairement au plan

$$\begin{aligned}\eta_0 x_0 + \eta_1 x_1 + \eta_2 x_2 + \eta_3 x_3 &= 0, \\ (\eta_0^2 + \eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2 &= 1).\end{aligned}$$

Ces équations seront données par les équations (III), auxquelles il faut joindre l'équation

$$ds^2 = -d\sigma^2 + c^2 x_3^2 dt^2 = 0,$$

c'est-à-dire

$$d\sigma = cx_3 dt. \quad (4)$$

Comparée à l'équation (3), cette dernière équation donne $\frac{1}{h} = 0$ et, par suite, les équations (III) deviennent

$$\left. \begin{aligned}\frac{d^2 x_0}{dt^2} &= \frac{2}{x_3} \frac{dx_0}{dt} \cdot \frac{dx_3}{dt}, \\ \frac{d^2 x_1}{dt^2} &= \frac{2}{x_3} \frac{dx_1}{dt} \cdot \frac{dx_3}{dt}, \\ \frac{d^2 x_2}{dt^2} &= \frac{2}{x_3} \frac{dx_2}{dt} \cdot \frac{dx_3}{dt}, \\ x_3 \frac{d^2 x_3}{dt^2} - 2 \left(\frac{dx_3}{dt} \right)^2 + \frac{c^2}{R^2} x_3^2 &= 0.\end{aligned} \right\} \quad (IV)$$

Les conditions initiales sont

$$t = 0, \quad x_i = y_i, \quad \frac{dx_i}{d\sigma} = \frac{\eta_i}{R}; \quad (i = 0, 1, 2, 3).$$

donc, en vertu de (4),

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{c}{R} \eta_i y_3.$$

Les équations (IV) s'intègrent par des procédés élémentaires. On a

$$\left. \begin{aligned}\frac{dx_0}{dt} &= \frac{c}{R} \eta_0 \frac{x_3^2}{y_3}, \quad \frac{dx_1}{dt} = \frac{c}{R} \eta_1 \frac{x_3^2}{y_3}, \quad \frac{dx_2}{dt} = \frac{c}{R} \eta_2 \frac{x_3^2}{y_3}, \\ \frac{dx_3}{dt} &= \frac{c}{R} \cdot \frac{\eta_3 c h \omega - s h \omega}{c h \omega - \eta_3 s h \omega} \cdot x_3,\end{aligned} \right\} \quad (5)$$

où l'on a posé

$$\omega = \frac{c}{R} t.$$

On en déduit ensuite

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \frac{y_0 \tau_{13} - y_3 \tau_{10}}{\tau_{13}} + \frac{\tau_{10}}{\tau_{13}} y_3 \frac{ch\omega}{ch\omega - \tau_{13} sh\omega}, \\ x_1 &= \frac{y_1 \tau_{13} - y_3 \tau_{11}}{\tau_{13}} + \frac{\tau_{11}}{\tau_{13}} y_3 \frac{ch\omega}{ch\omega - \tau_{13} sh\omega}, \\ x_2 &= \frac{y_2 \tau_{13} - y_3 \tau_{12}}{\tau_{13}} + \frac{\tau_{12}}{\tau_{13}} y_3 \frac{ch\omega}{ch\omega - \tau_{13} sh\omega}, \\ x_3 &= y_3 \frac{1}{ch\omega - \tau_{13} sh\omega}. \end{aligned} \right\} \quad (V)$$

Les équations (V) sont les équations paramétriques de la projection du rayon lumineux considéré, sur l'espace, coupe à temps constant (S').

En prenant pour origine des distances sur la courbe (V) le point Y ($t = 0$), l'équation (4) donne

$$\frac{\sigma}{R} = 2 \frac{y_3}{\sqrt{1 - \tau_{13}^2}} \arctg \left(\frac{th \frac{\omega}{2}}{1 - \tau_{13} th \frac{\omega}{2}} \sqrt{1 - \tau_{13}^2} \right). \quad (6)$$

4. On peut obtenir les équations de la trajectoire (V) du rayon lumineux en fonction du paramètre σ , soit en éliminant ω entre les équations (V) et (6), soit en intégrant le système différentiel

$$\left. \begin{aligned} x_3 \frac{d^2 x_0}{d\sigma^2} &= \frac{dx_0}{d\sigma} \cdot \frac{dx_3}{d\sigma}, \\ x_3 \frac{d^2 x_1}{d\sigma^2} &= \frac{dx_1}{d\sigma} \cdot \frac{dx_3}{d\sigma}, \\ x_3 \frac{d^2 x_2}{d\sigma^2} &= \frac{dx_2}{d\sigma} \cdot \frac{dx_3}{d\sigma}, \\ x_3 \frac{d^2 x_3}{d\sigma^2} - \left(\frac{dx_3}{d\sigma} \right)^2 + \frac{1}{R^2} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (VI)$$

qu'on déduit de (IV) en prenant σ comme variable indépendante.

On obtient ainsi les équations

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \frac{y_0 - \gamma_3(y_0\gamma_3 - y_3\gamma_0)}{1 - \gamma_3^2} + \gamma_0 \left(y_3 \sin \frac{\alpha\sigma}{R} - \frac{\gamma_3}{\alpha} \cos \frac{\alpha\sigma}{R} \right), \\ x_1 &= \frac{y_1 - \gamma_3(y_1\gamma_3 - y_3\gamma_1)}{1 - \gamma_3^2} + \gamma_1 \left(y_3 \sin \frac{\alpha\sigma}{R} - \frac{\gamma_3}{\alpha} \cos \frac{\alpha\sigma}{R} \right), \\ x_2 &= \frac{y_2 - \gamma_3(y_2\gamma_3 - y_3\gamma_2)}{1 - \gamma_3^2} + \gamma_2 \left(y_3 \sin \frac{\alpha\sigma}{R} - \frac{\gamma_3}{\alpha} \cos \frac{\alpha\sigma}{R} \right), \\ x_3 &= \frac{\gamma_3}{\alpha} \sin \frac{\alpha\sigma}{R} + y_3 \cos \frac{\alpha\sigma}{R}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VII})$$

où l'on a posé

$$\alpha = \frac{\sqrt{1 - \gamma_3^2}}{y_3}.$$

On vérifie aisément que les valeurs de x_0, x_1, x_2, x_3 données par les équations (V) ou (VII) vérifient la relation

$$x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1.$$

Remarquons que les équations (VII) peuvent s'écrire sous la forme

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \frac{y_0 - \gamma_3(y_0\gamma_3 - y_3\gamma_0)}{1 - \gamma_3^2} - \frac{R}{\alpha} \gamma_0 \frac{dx_3}{d\sigma}, \\ x_1 &= \frac{y_1 - \gamma_3(y_1\gamma_3 - y_3\gamma_1)}{1 - \gamma_3^2} - \frac{R}{\alpha} \gamma_1 \frac{dx_3}{d\sigma}, \\ x_2 &= \frac{y_2 - \gamma_3(y_2\gamma_3 - y_3\gamma_2)}{1 - \gamma_3^2} - \frac{R}{\alpha} \gamma_2 \frac{dx_3}{d\sigma}, \\ x_3 &= \frac{\gamma_3}{\alpha} \sin \frac{\alpha\sigma}{R} + y_3 \cos \frac{\alpha\sigma}{R}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII})$$

qui nous sera utile plus loin.

5. Nous allons montrer que les trajectoires des rayons lumineux sont des courbes planes.

Le plan osculateur en un point quelconque (x_0, x_1, x_2, x_3) de la courbe (VII) a pour équation

$$\begin{vmatrix} X_0 & X_1 & X_2 & X_3 \\ x_0 & x_1 & x_2 & x_3 \\ \frac{dx_0}{d\sigma} & \frac{dx_1}{d\sigma} & \frac{dx_2}{d\sigma} & \frac{dx_3}{d\sigma} \\ \frac{d^2x_0}{d\sigma^2} & \frac{d^2x_1}{d\sigma^2} & \frac{d^2x_2}{d\sigma^2} & \frac{d^2x_3}{d\sigma^2} \end{vmatrix} = 0;$$

En utilisant les équations (VIII), cette équation devient

$$\begin{vmatrix} X_0 & X_1 & X_2 & X_3 \\ x_0 & x_1 & x_2 & x_3 \\ \frac{\alpha}{R} \eta_0 x_3 & \frac{\alpha}{R} \eta_1 x_3 & \frac{\alpha}{R} \eta_2 x_3 & \frac{dx_3}{d\sigma} \\ \eta_0 \frac{dx_3}{d\sigma} & \eta_1 \frac{dx_3}{d\sigma} & \eta_2 \frac{dx_3}{d\sigma} & -\frac{\alpha}{R} x_3 \end{vmatrix} = 0;$$

d'où l'on déduit

$$\begin{vmatrix} X_0 & X_1 & X_2 \\ \eta_0 & \eta_1 & \eta_2 \\ y_0 & y_1 & y_2 \end{vmatrix} = 0.$$

Le plan osculateur est donc fixe et, par suite, la courbe (VII) est plane et son plan est déterminé par le point O $(0, 0, 0, 1)$, le point Y (y_1, y_2, y_3) et la tangente en Y à la courbe.

La courbure $\frac{1}{\rho}$ de la courbe (VII) est donnée par la relation (*)

$$\frac{1}{\rho^2} = \sum_{i=0}^3 \left(R \frac{d^2x_i}{d\sigma^2} + \frac{x_i}{R} \right).$$

En utilisant les formules (VIII), on a

$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{1 - \alpha^2}{\alpha^2 R^2} + (1 - \alpha^2)^2 y_3^2 \left(\frac{dx_3}{d\sigma} \right)^2 + \frac{(1 - \alpha^2)^2}{R^2} x_3^2,$$

(*) Voir BIANCHI, *Lezioni di Geometria differenziali*, 3^e éd., vol. II, 2^e partie. Bologne, 1924, p. 529.

c'est-à-dire

$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{1 - \alpha^2}{\alpha^2 R^2} + \frac{(1 - \alpha^2)^2 \alpha^2}{R^2} y_3^2 \left(y_3 \sin \frac{\alpha \sigma}{R} - \frac{\gamma_3}{\alpha} \cos \frac{\alpha \sigma}{R} \right)^2 + \frac{(1 - \alpha^2)^2}{R^2} \left(\frac{\gamma_3}{\alpha} \sin \frac{\alpha \sigma}{R} + y_3 \cos \frac{\alpha \sigma}{R} \right)^2.$$

6. Considérons en particulier le cas d'un rayon lumineux issu du point $O(y_0 = y_1 = y_2 = 0, y_3 = 1)$, perpendiculairement au plan

$$\gamma_0 x_0 + \gamma_1 x_1 + \gamma_2 x_2 = 0.$$

Les équations (VII) deviennent ($\gamma_3 = 0$)

$$x_0 = \gamma_0 \sin \frac{\sigma}{R}, \quad x_1 = \gamma_1 \sin \frac{\sigma}{R}, \quad x_2 = \gamma_2 \sin \frac{\sigma}{R}, \quad x_3 = \cos \frac{\sigma}{R}. \quad (7)$$

Ce rayon lumineux est donc actuellement une droite joignant le point O au point de coordonnées $(\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, 0)$. Ce point est atteint par la courbe pour $\sigma = R \frac{\pi}{2}$.

7. Dans les équations (V) et (6), faisons tendre t vers l'infini. Alors $\omega = \frac{c}{R} t$ tend également vers l'infini et l'on a

$$\begin{aligned} \lim x_0 &= \frac{y_0 - y_0 \gamma_3 + y_3 \gamma_0}{1 - \gamma_3}, \\ \lim x_1 &= \frac{y_1 - y_1 \gamma_3 + y_3 \gamma_1}{1 - \gamma_3}, \\ \lim x_2 &= \frac{y_2 - y_2 \gamma_3 + y_3 \gamma_2}{1 - \gamma_3}, \\ \lim x_3 &= 0, \\ \lim \sigma &= 2 \frac{R y_3}{\sqrt{1 - \gamma_3^2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1 + \gamma_3}{1 - \gamma_3}}. \end{aligned} \quad (8)$$

La *barrière du temps* (*) relative au point Y est donc le plan $x_3 = 0$. En particulier, si le point Y coïncide avec le point O , on a $\lim \sigma = 2R \operatorname{arctg} 1 = R \frac{\pi}{2}$.

(*) Voir, par exemple, J. BECQUEREL, *Le Principe de Relativité et la Théorie de la Gravitation*. Paris, 1922, pp. 291 et suiv.

Considérons le point de percée de la courbe (VII) avec le plan $x_3 = 0$. Pour ce point, on a, par (8),

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha \sigma}{2R} = \sqrt{\frac{1 + \eta_3}{1 - \eta_3}},$$

d'où

$$\cos \frac{\alpha \sigma}{R} = -\eta_3, \quad \sin \frac{\alpha \sigma}{R} = \sqrt{1 - \eta_3^2}.$$

La tangente à la courbe (VII) en ce point sera perpendiculaire au plan

$$\left(\frac{dx_0}{d\sigma}\right) X_0 + \left(\frac{dx_1}{d\sigma}\right) X_1 + \left(\frac{dx_2}{d\sigma}\right) X_2 + \left(\frac{dx_3}{d\sigma}\right) X_3 = 0,$$

pour la valeur considérée de σ . En utilisant les formules (VIII), on trouve

$$\frac{dx_0}{d\sigma} = 0, \quad \frac{dx_1}{d\sigma} = 0, \quad \frac{dx_2}{d\sigma} = 0, \quad \frac{dx_3}{d\sigma} = -\frac{1}{R};$$

par suite, les trajectoires des rayons lumineux coupent normalement la barrière du temps $x_3 = 0$.

Nous voyons donc que, pour un observateur placé en O, les rayons lumineux paraissent se rendre tous vers la barrière du temps $x_3 = 0$, qu'ils rencontrent normalement et où la vitesse de la lumière, cx_3 , paraît être nulle.

Pour étudier le point de vue d'un second observateur placé en un point O', nous prendrons comme figure de référence un tétraèdre autopolaire de l'absolu dont un des sommets soit en O'. Si nous désignons par x'_0, x'_1, x'_2, x'_3 les coordonnées d'un point de S' par rapport à ce nouveau tétraèdre, nous devons écrire des formules de transformations

$$x_i = a_{i0}x'_0 + a_{i1}x'_1 + a_{i2}x'_2 + a_{i3}x'_3, \quad (i = 0, 1, 2, 3).$$

les coefficients a_{ik} étant choisis de manière à conserver l'équa-

tion de l'absolu; ces coefficients devront donc satisfaire à des relations

$$\begin{aligned} a_{0i}^2 + a_{1i}^2 + a_{2i}^2 + a_{3i}^2 &= 1, \\ a_{0i} a_{0k} + a_{1i} a_{1k} + a_{2i} a_{2k} + a_{3i} a_{3k} &= 0, \\ (i, k &= 0, 1, 2, 3). \end{aligned}$$

Si nous avons choisi pour O' le point $(x'_0 = x'_1 = x'_2 = 0, x'_3 = 1)$, la barrière du temps relative à O' sera le plan $x'_3 = 0$. Par suite,

La barrière du temps relative à un point est le plan polaire de ce point par rapport à l'absolu.

8. Nous terminerons par la remarque suivante : l'introduction de la métrique cayleyenne elliptique permettrait de même d'étudier les trajectoires des rayons lumineux d'un Univers défini par un élément linéaire

$$ds^2 = -dr^2 - R^2 \sin^2 \frac{r}{R} [d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2] + c^2 \psi(r, \theta, \varphi) dt^2.$$

(où la vitesse de la lumière dépendrait des variables r, θ, φ), d'une manière plus simple qu'en conservant les variables r, θ, φ .

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

- Alliaume (M.)*. L'approximation des résidus dans la méthode des moindres carrés. Bruxelles, 1924; extr. in-8° (7 p.). [30.094]
- La construction du calendrier. Bruxelles, 1924; extr. in-8° (8 p.). [30.099]
- Essai d'extension de la méthode des moindres carrés au cas dans lequel les lois de probabilité des erreurs sont légèrement dissymétriques. Bruxelles, 1924; extr. in-8° (7 p.). [30.095]
- Les jeux d'adresse et la théorie des erreurs. Bruxelles, 1924; extr. in-8° (3 p.). [30.093]
- Les méthodes de la théorie des erreurs et les équations corrélatives. Bruxelles, 1924; extr. in-8° (8 p.). [30.092]
- Résumé du cours de géométrie analytique. Louvain 1924; extr. in-8° (170 p.). [31.041]
- Revue annuelle d'astronomie. IV. 1923. Louvain, 1924; extr. in-8° (80 p.). [30.100]
- Chandler (Asa C.)*. Some parasitic round worms of the rabbit with descriptions of two new species. Washington, 1924; extr. in-8° (6 p., pl.). [30.096]
- Duclaux (J.) et Errera (J.)*. Le mécanisme de l'ultra-filtration. S. V. 1924; extr. in-8° (11 p.). [30.117]
- Duesberg (J.)*. La régénération des tissus dans la queue des urodèles. La régénération du système nerveux. Louvain, 1924; extr. gr. in-8° (46 p., pl.). [30.122]
- Errera (J.)*. L'état solide envisagé du point de vue électrique : dispersion dans le domaine hertzien. Paris, 1924; extr. in-4° (3 p.). [30.118]
- Fourmarier (P.)*. Carte géologique du Congo belge. Liège, 1924; extr. in-8° (pp. 182-208, cartes). [30.101]
- Gadeau de Kerville (Henri)*. Notes sur les fougères. Paris, 1923; extr. in-8° (pp. 139-321, pl.). [31.045]
- Notes sur les branches zénitho-tropiques des sapins pectinés. Rouen, 1922; extr. in-8° (pp. 323-326, pl.). [30.104]
- Considérations et recherches expérimentales sur la direction des racines et des tiges. Paris, 1917; extr. in-8° (157 p., pl.). [31.046]
- Jillson (Willard Rouse)*. American Karst Country. Des Moines, 1924; extr. in-8° (6 p., pl., cartes). [30.108]
- The principal scientific achievements of the year 1923. Francfort (Ky), 1924 (11 p.). [30.114]

- Jillson (Willard Rouse)*. A Bibliography of the several books, reports, papers and maps. Francfort (Ky), 1923; in-8° (17 p.). [30.107]
- Glaciation in Eastern Kentucky. Des Moines, 1924; extr. in-8° (pp. 125-132, pl.) [30.110]
- Kentucky rock asphalt. Des Moines, 1924; extr. in-8° (pp. 251-258, pl.) [30.109]
- Kentucky, State parks. Francfort (Ky), 1924; in-32 (83 p., pl.) [31.044]
- Marshall William B.* New Uruguayan Mollusks of the genus *Corbicula*. Washington, 1924; extr. in-8° (12 p., pl.) [30.097]
- Miller (Gerrit s. Jr)*. Some hitherto unpublished photographs and measurements op the Blue Whale. Washington, 1924; extr. in-8° (4 p., pl.) [30.098]
- Seashore (C. E.)* Recognition of the individual. Washington, 1924; extr. in-8° (12 p.). [30.106]
- A medico psychological survey of morons in Iowa. Iowa, s./d.; in-8° (14 p.). [30.105]
- Schoep (Alfred)*. Recherches sur la Becquerélite et sur la Schoepite, mesures de cristaux, analyse chimique, déshydratation. Paris, 1924; extr. in-8° (11 p.). [30.112]
- Sur la composition chimique de la Fourmariérite. Paris, 1924; extr. in-8° (8 p.). [30.113]
- Sur la Sklodowskite, nouveau minéral uranifère; ses analogies avec l'uranotile. Paris, 1924; extr. in-8° (11 p.). [30.111]
- Wilson (Edwin-B.) et Luyten (William)*. A statistical discussion of sets of precise astronomical measurements, III; masses of the stars. Cambridge, 1924; extr. in-8° (395-398 p.). [30.102]
- A statistical discussion of sets of precise astronomical measurements, IV; the mass-ratio in binaires. Cambridge, 1924; extr. in-8° 434-435 p.). [30.103]
- Zunz (Edgard)*. Recherches sur l'action de la narcophine sur la digestion de la viande chez le chien. Bruxelles et Paris, 1924; extr. in-8° (63 p.). [30.113]
- Zunz (Edgar) et La Barre (Jean)*. Sur la teneur du sang en chlorures au cours du choc anaphylactique. Bruxelles, 1924; ext. in-8° (3 p.). [30.116]
-

Séance du samedi 7 février 1925.

M. Fr. Swarts, *directeur de la Classe*.

Sont présents : MM. A. Gilkinet, J. Deruyts, Léon Fredericq, A. Gravis, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max Lohest, A. Demoulin, A. Rutot, A. de Hemptinne, V. Willem, P. Stroobant, Ch. Julin, E. Marchal, J. Cornet, J. Bordet, *membres*; Th. De Donder, *correspondant*; G.-A. Boulenger, G. Chavanne, *associés*, et le *Secrétaire perpétuel*.

Absences motivées : MM. Lagrange, Cesàro, Massart, Lecoinge, Nolf, Crismer, *membres*, et Fourmarier, *correspondant*.

CORRESPONDANCE.

Les Facultés de Médecine de Bruxelles et de Louvain transmettent les ordres du jour votés par elles, protestant contre certaines dispositions de projets de loi sur la protection des animaux, déposés au Sénat.

M. F. Keelhoff adresse un pli cacheté dont il demande à l'Académie d'accepter le dépôt.

La Société zoologique et botanique finlandaise (Helsingfors) demande à échanger ses *Annales* avec les publications de l'Académie. — La Classe accepte l'échange avec son *Bulletin*.

Des demandes de reprise d'échange de publications sont introduites par diverses institutions scientifiques autrichiennes et hongroises. — Ces demandes sont renvoyées à l'examen d'une Commission formée de MM. Fredericq, Rutot et Bordet.

HOMMAGES D'OUVRAGES.

Il calendario corretto nelle misure del tempo, par J. et M. Barberis.

La Faille de Viroux, par Paul Fourmarier; — *Recherches relatives à l'influence de l'eau sur la migration du Pétrole dans les roches*, par le même.

— Remerciements.

RAPPORTS.

De M. Neuberg, sur un travail de M. Godeaux : *Sur les involutions régulières d'ordre deux appartenant à une surface irrégulière* (seconde note), par L. Godeaux. — La Classe, se ralliant aux conclusions du rapporteur, décide l'impression de ce travail dans le *Bulletin*.

De MM. Bordet, Fredericq et Willem, sur des projets de loi relatifs à la protection des animaux.

Les Facultés de Médecine de Liège, de Bruxelles et de Louvain ont voté, à l'unanimité, un ordre du jour proclamant la nécessité de l'expérimentation sur les animaux pour le progrès des sciences médicales, et repoussant le reproche de cruauté que les exposés des motifs des projets de loi visés dirigent contre ceux qui procèdent à cette expérimentation. Elles contestent au pouvoir législatif toute compétence quant à l'appréciation de l'utilité de telle ou telle expérience et quant à la façon dont l'investigation doit être poursuivie.

Dans sa séance du 4 décembre 1924, l'Académie de Médecine, à l'unanimité, a approuvé la déclaration de la Faculté de Liège et a voté elle-même un ordre du jour conçu dans le même sens et protestant, en outre, de la façon la plus énergique, contre l'inadmissible tendance des projets de loi à entourer d'une même réprobation, en les confondant dans une rédaction commune, les actes barbares commis par des individus inhumains qui maltraitent les animaux et les interventions opératoires réalisées par des chercheurs dont le but est de contribuer au

soulagement des souffrances humaines et qui, d'ailleurs, prennent toutes les précautions voulues pour insensibiliser les animaux chaque fois qu'il s'agit d'expériences susceptibles de donner lieu à de sérieuses souffrances.

L'Académie de Médecine a fait remarquer de plus, qu'au lieu de condamner l'expérimentation indispensable au progrès scientifique, le pouvoir législatif pourrait plus justement se préoccuper des tortures infligées aux animaux par les chasseurs et, notamment, tenter de protéger certaines espèces animales fort intéressantes que l'on traque sans merci, par pur plaisir sportif ou, comme c'est le cas pour les animaux à riche fourrure ou les oiseaux parés d'un beau plumage, pour donner satisfaction à des instincts de puérile coquetterie. Les œuvres de la nature méritent d'être protégées plus efficacement encore que les monuments et les œuvres d'art; l'extinction d'une espèce animale est une irréparable perte et sa destruction est d'autant moins excusable qu'elle n'est aucunement justifiée par le souci du bien de l'espèce humaine.

La Classe des Sciences de l'Académie royale de Belgique s'associe à ces protestations. Elle fait observer que le projet de loi soumis au Sénat ne permettra à l'avenir les recherches scientifiques, pour lesquelles la vivisection est indispensable, qu'aux seuls médecins ou vétérinaires. Pasteur, qui n'était ni médecin ni vétérinaire, n'aurait donc pu, sous l'empire d'une loi pareille, faire les découvertes auxquelles tant de malheureux doivent chaque jour la vie ou la santé.

La Classe adopte ce rapport et décide qu'il sera transmis aux deux Chambres, au Ministre des Sciences et des Arts et aux auteurs des projets de loi sur la protection des animaux.

PRIX GLUGE.

(Nouvième période : 1923-1924.)

La Classe, se ralliant à la proposition du jury, composé de MM. Fredericq et Bordet, attribue le Prix à M. C. Heymans, pour l'ensemble de ses travaux parus en 1923 et 1924.

PRIX JOSEPH SCHEPKENS.

(Première période : 1922-1924.)

Rapport de M. A. Gravis, premier commissaire.

M. Lathouwers a soumis à la Classe diverses publications parues de 1922 à 1924. Parmi ces publications, les plus importantes relatent des observations et des expériences sur certaines variations résultant de mutations ou d'hybridations : Froments speltoïdes, *Campanula medium*.

Il n'est pas douteux que l'ensemble de ces travaux mérite largement le Prix Schepkens. Nous pouvons nous féliciter de l'attribuer la première fois dans des conditions si dignes de la pensée du fondateur du prix.

Rapport de M. J. Massart, deuxième commissaire.

Je me rallie pleinement aux conclusions de l'honorable premier commissaire et je propose de féliciter l'auteur.

Rapport de M. E. Marchal, troisième commissaire.

Je me rallie avec grand plaisir à l'avis de mes deux savants confrères pour proposer à la Classe l'attribution à M. Lathouwers du Prix Schepkens.

D'après le règlement de la Fondation Schepkens, le Prix doit être attribué « à l'auteur du meilleur travail expérimental sur la génétique des végétaux, spécialement des plantes de grande culture ». Dès lors, il y a lieu, je pense, de spécifier celui des travaux de M. Lathouwers qui lui vaut d'être proclamé lauréat. A ce titre, je désignerai le mémoire intitulé : *Étude génétique de deux variations speltoïdes*, travail original important, et qui concerne l'ordre de faits dont le fondateur du Prix vise spécialement à encourager l'étude.

La Classe, se ralliant à la proposition des trois rapporteurs, attribue le Prix Schepkens à M. V. Lathouwers pour son travail : *Étude génétique de deux variations speltoïdes*.

TRAVAUX A L'EXAMEN.

Géométrie. Quatre nouvelles formules, par A. Verbrugge. — Renvoi à l'auteur.

Observations nouvelles sur les Mammifères du Tertiaire inférieur de Belgique, par P. Teilhard de Chardin; présenté, avec rapport favorable, par M. Dollo. — Impression dans le *Bulletin*.

Recherches chronaximétriques relatives au mécanisme humoral de l'action du vagosympathique sur l'excitabilité du cœur des poikilothermes, par H. Fredericq; présenté, avec rapport favorable, par M. Bordet. — Impression dans le *Bulletin*.

LECTURES.

La Valentinite accompagnant la Nadorite à Djebel Nador : Étude des formes de la Valentinite des autres localités, par G. Cesàro. — Impression dans les *Mémoires* in-8°.

Sur un théorème de Boltzmann relatif aux systèmes mécaniques (deuxième communication), par Th. De Donder. — Impression dans le *Bulletin*.

MOTION.

M. Stroobant propose que la « Commission des doctorats en Sciences » soit réunie pour examiner la loi nouvelle sur les grades académiques. — La Classe adopte cette proposition.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — Sur un théorème de Boltzmann
relatif aux systèmes mécaniques,

par TH. DE DONDER.

(Deuxième communication.)

Dans cette deuxième communication, nous simplifions d'abord la démonstration du théorème de Boltzmann que nous avons donnée dans notre première communication; la méthode résulte encore de notre généralisation du calcul habituel utilisé dans la théorie des invariants intégraux de Poincaré; les simplifications résultent de ce que nous employons constamment les variables canoniques q_α, p_α et de ce que nous évitons toute discontinuité aux frontières t_0 et t .

Nous divisons ensuite les variables q_α, p_α ($\alpha = 1, 2, \dots, n$) en deux classes : les variables ordinaires q_β, p_β ($\beta = 1, 2, \dots, n'$) et les variables extraordinaires ou paramétriques q_γ, p_γ ($\gamma = n' + 1, \dots, n$).

Nous donnons les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un système mécanique admette un invariant adiabatique.

Nous étudions analytiquement le cas des oscillateurs.

1. Variables canoniques. — Considérons un système mécanique dont l'énergie cinétique E'_{cin} est une fonction du second degré de t, q_α, q'_α ($\alpha = 1, \dots, n$), où $q'_\alpha \equiv \frac{dq_\alpha}{dt}$. Introduisons les variables canoniques

$$p_\alpha \equiv \frac{\partial E'_{\text{cin}}}{\partial q'_\alpha} \quad (1)$$

$\alpha = 1, \dots, n.$

et admettons qu'on puisse en tirer les q'_x . Représentons par E_{cin} ce que devient E'_{cin} quand on utilise les variables t, q_x, p_x ($x = 1, \dots, n$). Soit E_{pot} l'énergie potentielle *interne* (*) du système mécanique considéré; c'est, par hypothèse, une fonction de t et des q_x ($x = 1, \dots, n$).

Posons

$$E \equiv \left(\sum_{\alpha} p_{\alpha} q'_{\alpha} - E_{\text{cin}} \right) + E_{\text{pot}}. \quad (2)$$

Rappelons que les q'_x sont exprimables, grâce à (1), au moyen de t , des $q_1, \dots, q_n$ et des $p_1, \dots, p_n$.

Étudions les équations canoniques généralisées

$$\begin{cases} \frac{dq_x}{dt} = \frac{\partial E}{\partial p_x} \\ \frac{dp_x}{dt} = - \frac{\partial E}{\partial q_x} + P_x, \end{cases} \quad (3)$$

$x = 1, 2, \dots, n.$

où les P_x sont des fonctions données de t , des $q_1, \dots, q_n$ et des $p_1, \dots, p_n$. Nous disons que P_x est la *force extérieure appliquée* au système mécanique, *correspondant* à la variable q_x .

Dans la suite, nous écrirons souvent q'_x pour $\frac{dq_x}{dt}$, et p'_x pour $\frac{dp_x}{dt}$, qui figurent dans les équations (3).

Remarquons que

$$\frac{\partial E}{\partial p_x} \equiv \frac{\partial \left(\sum_{\alpha} p_{\alpha} q'_{\alpha} - E_{\text{cin}} \right)}{\partial p_x}, \quad (4)$$

puisque E_{pot} ne dépend pas de p_x .

(*) On verra plus loin (éq. 10) qu'il est nécessaire de se limiter à l'énergie potentielle *interne* du système, si l'on veut obtenir des *analogies thermodynamiques*.

2. *Théorème de Boltzmann.* — En reprenant la méthode développée dans ma première communication, on aura immédiatement

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{d\theta} \sum_{\alpha} p_{\alpha} \delta' q_{\alpha} &= \sum_{\alpha} \left[\frac{dp_{\alpha}}{d\theta} \delta' q_{\alpha} + p_{\alpha} \delta' \frac{dq_{\alpha}}{d\theta} \right] \\
 &= \sum_{\alpha} \left[\left(-\frac{\partial E}{\partial q_{\alpha}} + P_{\alpha} \right) \varphi \delta' q_{\alpha} + p_{\alpha} \delta' \left(\frac{\partial E}{\partial p_{\alpha}} \varphi \right) \right] \\
 &= \sum_{\alpha} \left[\left(-\frac{\partial E}{\partial q_{\alpha}} + P_{\alpha} \right) \varphi \delta' q_{\alpha} + \delta' \left(\varphi p_{\alpha} \frac{\partial E}{\partial p_{\alpha}} \right) - \varphi \frac{\partial E}{\partial p_{\alpha}} \delta' p_{\alpha} \right] \\
 &= -\varphi \delta' E + \varphi \frac{\partial E}{\partial t} \delta' t + \varphi \sum_{\alpha} P_{\alpha} \delta' q_{\alpha} + \delta' \left(\varphi \sum_{\alpha} p_{\alpha} q'_{\alpha} \right).
 \end{aligned} \tag{5}$$

Intégrons le long d'une trajectoire de (3), entre θ_0 et θ ; d'où

$$\begin{aligned}
 \left[\sum_{\alpha} p_{\alpha} \delta' q_{\alpha} \right]_{\theta_0}^{\theta} &= \int_{\theta_0}^{\theta} \varphi \left[-\delta' E + \frac{\partial E}{\partial t} \delta' t + \sum_{\alpha} P_{\alpha} \delta' q_{\alpha} \right] d\theta + \delta' \int_{\theta_0}^{\theta} \varphi \sum_{\alpha} p_{\alpha} q'_{\alpha} d\theta \\
 &= -\int_{t_0}^t \delta' Q dt + \int_{t_0}^t \frac{\partial E}{\partial t} \delta' t dt + \delta' \int_{t_0}^t \sum_{\alpha} p_{\alpha} q'_{\alpha} dt.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Considérons maintenant le cas où les liaisons sont indépendantes du temps t , c'est-à-dire où nous aurons

$$\frac{\partial E}{\partial t} \equiv 0 \quad \text{et} \quad \sum_{\alpha} p_{\alpha} q'_{\alpha} \equiv 2E_{\text{cin}}. \tag{7}$$

Alors, la relation (6) devient

$$\boxed{\left[\sum_{\alpha} p_{\alpha} \delta' q_{\alpha} \right]_{t_0}^t = 2\delta' \int_{t_0}^t E_{\text{cin}} dt - \int_{t_0}^t \delta' Q dt}. \tag{8}$$

C'est le théorème de Boltzmann sous sa forme la plus simple et la plus générale.

Rappelons qu'on a encore posé

$$\delta'Q \equiv \delta'E - \sum_{\alpha} P_{\alpha} \delta'q_{\alpha}, \quad (9)$$

ou, à cause de (7) et de (2),

$$\delta'Q \equiv \delta'(E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}}) - \sum_{\alpha} P_{\alpha} \delta'q_{\alpha}. \quad (10)$$

On voit ici que $-\sum_{\alpha} P_{\alpha} \delta'q_{\alpha}$ représente l'analogie du travail *extérieur effectué* par le système mécanique pendant la transformation $\delta'q_{\alpha}$ ($\alpha = 1, \dots, n$), et que $\delta'(E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}})$ doit être l'analogie de la variation de l'énergie *interne totale* du système pendant cette transformation. Or, en thermodynamique, cette énergie interne totale comprend l'énergie cinétique du système, plus l'énergie potentielle *interne* de ce système. Donc, si l'on veut conserver ces analogies, il faudra considérer ici E_{pot} comme étant l'énergie potentielle *interne* du système mécanique.

3. Variables ordinaires et variables extraordinaires ou paramétriques. — Dans les applications du théorème de Boltzmann, il convient de diviser les variables q_{α} et p_{α} en deux classes : les variables q_{β} et p_{β} ($\beta = 1, \dots, n'$) dites *ordinaires*, et les variables q_{γ} et p_{γ} ($\gamma = n' + 1, \dots, n$) dites *extraordinaires* ou *paramétriques*. Les dérivées q'_{β} et p'_{β} des variables *ordinaires* ne sont pas négligeables, *par définition*, tandis que les dérivées q'_{γ} et p'_{γ} des variables *extraordinaires* sont négligeables *par définition*.

On aura donc, par hypothèse,

$$\boxed{\frac{dq_{\gamma}}{dt} \equiv q'_{\gamma} = 0} \quad (\gamma = n' + 1, \dots, n). \quad (11)$$

De (11) et de ce que E'_{cin} est indépendant des q'_{γ} [voir (1)], il résulte que

$$q_{\gamma} = q_{\gamma}^0 \quad \text{et} \quad p_{\gamma} = 0. \quad (\gamma = n' + 1, \dots, n). \quad (12)$$

On aura donc constamment dans tout système mécanique

$$p_{\gamma} = p_{\gamma}^0 \equiv \quad \text{et} \quad dp_{\gamma} = \delta p_{\gamma} = \delta p_{\gamma}^0 \equiv 0. \quad (12')$$

Si nous prenons, en vue des applications,

$$\delta q_{\beta}^0 \equiv 0 \quad \text{et} \quad \delta p_{\beta}^0 \equiv 0, \quad (13)$$

$\beta = 1, \dots, n'.$

les équations (45''') et (20) de notre première communication deviendront

$$\left. \begin{aligned} \delta' q_{\beta} &\equiv q'_{\beta} \delta' \tau + \delta q_{\beta} \equiv q'_{\beta} \delta' \tau + \sum_{\gamma} \frac{\partial q_{\beta}}{\partial q_{\gamma}^0} \delta q_{\gamma}^0 \\ \delta' p_{\beta} &\equiv p'_{\beta} \delta' \tau + \delta p_{\beta} \equiv p'_{\beta} \delta' \tau + \sum_{\gamma} \frac{\partial p_{\beta}}{\partial q_{\gamma}^0} \delta q_{\gamma}^0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

et

$$\left. \begin{aligned} \delta' q_{\gamma} &= \delta q_{\gamma}^0 \\ \delta' p_{\gamma} &= \delta p_{\gamma}^0 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$\beta = 1, \dots, n'.$
 $\gamma = n' + 1, \dots, n.$

4. Modifications adiabatiques. — L'équation (48) de la première communication deviendra donc

$$\delta' Q = \sum_{\beta} (q'_{\beta} \delta p_{\beta} - p'_{\beta} \delta q_{\beta}), \quad (16)$$

ou, en vertu de (13), (14) et (15),

$$\delta' Q = \sum_{\beta} \left[q'_{\beta} \sum_{\gamma} \frac{\partial p_{\beta}}{\partial q_{\gamma}^0} \delta q_{\gamma}^0 - p'_{\beta} \sum_{\gamma} \frac{\partial q_{\beta}}{\partial q_{\gamma}^0} \delta q_{\gamma}^0 \right]. \quad (17)$$

D'où

$$\int_0^{\tau} \delta' Q d\tau = \sum_{\gamma} \left[\delta q_{\gamma}^0 \int_0^{\tau} \sum_{\beta} \left(q'_{\beta} \frac{\partial p_{\beta}}{\partial q_{\gamma}^0} - p'_{\beta} \frac{\partial q_{\beta}}{\partial q_{\gamma}^0} \right) d\tau \right]. \quad (18)$$

$\beta = 1, \dots, n'.$
 $\gamma = n' + 1, \dots, n.$

Si l'on a

$$\int_0^{\tau} \delta' Q d\tau = 0, \quad (19)$$

nous dirons que *la modification est adiabatique en moyenne pendant l'intervalle de temps* $\tau \equiv t - t^0$. Grâce à (18), on voit immédiatement quelles sont les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'il en soit ainsi : on égalera à zéro les coefficients des δq_γ^0 différents de zéro. Ainsi, pour fixer les idées, supposons que tous les δq_γ^0 soient nuls, *sauf* δq_n^0 ; alors, on aura l'unique condition nécessaire et suffisante

$$\int_0^\tau \sum_\beta \left(q'_\beta \frac{\partial p_\beta}{\partial q_n^0} - p'_\beta \frac{\partial q_\beta^0}{\partial q_n^0} \right) d\tau = 0. \quad (20)$$

A titre d'exemple, considérons un système se réduisant à un point matériel de masse *un* et animé d'un mouvement sinusoïdal de période T; cet oscillateur n'ayant, par hypothèse, qu'un degré de liberté, on aura $n' = 1$. Nous pourrions écrire les équations définissant son mouvement comme suit :

$$\begin{cases} q_1 = \sin(q_2\tau) \\ p_1 = q_2 \cos(q_2\tau) \end{cases} \quad \begin{cases} q_2 = q_2^0 \\ p_2 = p_2^0 = 0, \end{cases} \quad (21)$$

où q_1 représente une variable ordinaire et q_2 une variable extraordinaire ou paramétrique.

Il en résulte que

$$\begin{cases} \delta q_1 = \tau \cos(q_2\tau) \delta q_2 \\ \delta p_1 = -\tau q_2 \sin(q_2\tau) \delta q_2 \end{cases} \quad (22)$$

et

$$\begin{cases} \frac{dq_1}{dt} \equiv q'_1 = q_2 \cos(q_2\tau) \\ \frac{dp_1}{dt} = p'_1 = -(q_2)^2 \sin(q_2\tau). \end{cases} \quad (23)$$

Substituons dans (16); d'où

$$\delta'Q = [-\tau(q_2)^2 \cos(q_2\tau) \sin(q_2\tau) + \tau(q_2)^2 \sin(q_2\tau) \cos(q_2\tau)] \delta q_2^0 \equiv 0. \quad (24)$$

La modification considérée sera donc *adiabatique* à tout instant.

5. *Invariants adiabatiques.* — Retournons à la fonction auxiliaire $\varphi = \varphi(t)$ introduite dans les équations (30), afin de généraliser la théorie des invariants intégraux et d'avoir ainsi $\delta't \neq 0$ et $\delta't^0 \neq 0$. Nous supposons ici que $\varphi(t)$ est une fonction finie et continue, différente de zéro, dans l'intervalle

$$\tau = t - t^0 \quad (25)$$

considéré. Alors, nous aurons toujours la relation (35'') de notre première communication, c'est-à-dire

$$(\delta't)^0 \equiv \delta't^0. \quad (26)$$

Il en résulte (*) immédiatement que

$$\boxed{(\delta'\tau)^0 \equiv 0}. \quad (27)$$

Calculons le crochet qui figure dans le premier membre de (8). On aura, en séparant les variables ordinaires q_β des variables extraordinaires q_γ ,

$$\left[\sum_{\alpha} p_{\alpha} \delta' q_{\alpha} \right]_{t^0}^t = \left[\sum_{\beta} p_{\beta} \delta' q_{\beta} \right]_{t^0}^t + \left[\sum_{\gamma} p_{\gamma} \delta' q_{\gamma} \right]_{t^0}^t, \quad (28)$$

ou, en vertu de (12),

$$\left[\sum_{\alpha} p_{\alpha} \delta' q_{\alpha} \right]_{t^0}^t = \left[\sum_{\beta} p_{\beta} \delta' q_{\beta} \right]_{t^0}^t \equiv \sum_{\beta} \left(p_{\beta} \delta' q_{\beta} - p_{\beta}^0 \delta' q_{\beta}^0 \right). \quad (29)$$

$\beta = 1, \dots, n'.$

Donc, la sommation Σ ne doit s'étendre qu'aux variables ordinaires.

Grâce à (45^{iv}) de notre première communication, le crochet (29) pourra s'écrire

$$\left[\sum_{\alpha} p_{\alpha} \delta' q_{\alpha} \right]_{t^0}^t = \sum_{\beta} \left[p_{\beta} (q'_{\beta} \delta'\tau + \delta q_{\beta}) - p_{\beta}^0 (q'^0_{\beta} (\delta'\tau)^0 + \delta q_{\beta}^0) \right]$$

(*) Dans notre première communication, nous avons, en vertu de (45^v), $\delta'\tau = (\delta'\tau)^0 \neq 0$; nous abandonnons ici définitivement cette hypothèse, qui consiste à introduire une discontinuité de φ à l'instant initial t^0 .

ou, à cause de (27),

$$\left[\sum_{\alpha} p_{\alpha} \delta' q_{\alpha} \right]_{t^0}^t = \delta' \tau \sum_{\beta} p_{\beta} q'_{\beta} + \sum_{\beta} (p_{\beta} \delta q_{\beta} - p_{\beta}^0 \delta q_{\beta}^0) \quad (30)$$

$$= 2E_{\text{cin}} \delta' \tau + \sum_{\beta} (p_{\beta} \delta q_{\beta} - p_{\beta}^0 \delta q_{\beta}^0). \quad (31)$$

Si l'on utilise dans les applications physiques les relations (13), la formule précédente devient

$$\left[\sum_{\alpha} p_{\alpha} \delta' q_{\alpha} \right]_{t^0}^t = 2E_{\text{cin}} \delta' \tau + \sum_{\beta} p_{\beta} \delta q_{\beta}. \quad (31')$$

Explicitons maintenant le théorème de Boltzmann (8) en utilisant nos relations (30), (31) et (18); d'où, en se rappelant que $\tau \equiv t - t^0$,

$$\begin{aligned} 2\delta' \int_0^{\tau} E_{\text{cin}} d\tau = \sum_{\gamma} \left[\delta q_{\gamma}^0 \int_0^{\tau} \sum_{\beta} \left(q'_{\beta} \frac{\partial p_{\beta}}{\partial q_{\gamma}^0} - p'_{\beta} \frac{\partial q_{\beta}}{\partial q_{\gamma}^0} \right) d\tau \right] \\ + 2E_{\text{cin}} \delta' \tau + \sum_{\beta} \left(p_{\beta} \delta q_{\beta} - p_{\beta}^0 \delta q_{\beta}^0 \right) \end{aligned} \quad (32)$$

$\beta = 1, \dots, n'.$
 $\gamma = n' + 1, \dots, n.$

Si le second membre est nul, on dit que

$$\int_0^{\tau} E_{\text{cin}} d\tau \quad \text{ou} \quad \tau \bar{E}_{\text{cin}}.$$

est un *invariant adiabatique*.

Mouvement pendulaire. — Ce mouvement (21) admet la période

$$T \equiv \frac{2\pi}{q_2}. \quad (33)$$

Quand le mouvement aura été perturbé, q_2 sera devenu $q_2 + \delta' q_2$, et la période sera

$$T + \delta' T \equiv \frac{2\pi}{q_2} - \frac{2\pi}{(q_2)^2} \delta' q_2. \quad (34)$$

Si nous prenons respectivement pour intervalles de temps $\tau \equiv T$ et $\tau + \delta' \tau \equiv T + \delta' T$, c'est-à-dire *toujours la durée des diverses périodes* des divers mouvements sinusoïdaux considérés, nous aurons donc

$$\delta' \tau \equiv \delta' T \equiv -\frac{2\pi}{(q_2)^2} \delta' q_2 \equiv -\frac{T}{q_2} \delta' q_2. \quad (35)$$

Rappelons que la variable $q_2 = q_2^0$ et que, par conséquent, $\delta' q_2 \equiv \delta' q_2^0 \equiv \delta q_2^0$. Calculons, grâce à (21), (22) et (23), le crochet (29) dans cet exemple simple, mais très important. On aura ici, en utilisant aussi (35),

$$\left[\sum_x p_x \delta' q_x \right]_0^T \equiv p_1 (\delta' q_1 - \delta' q_1^0) \equiv p_1 (q_2 \delta' T + T \delta' q_2) \equiv 0. \quad (36)$$

En résumé, on aura, en vertu de (8), (36) et (24),

$$\delta' \int_0^T E_{\text{cin}} dt = 0. \quad (37)$$

Donc

$$T \bar{E}_{\text{cin}} = \text{constante}, \quad (38)$$

quand on passe d'un oscillateur à un autre ayant subi la modification définie ci-dessus. Le premier membre de (38) est un invariant adiabatique.

GÉOMÉTRIE. — **Sur les involutions régulières d'ordre deux appartenant à une surface irrégulière,**

par L. GODEAUX, professeur à l'École militaire.

(Seconde note.)

Dans la première note (*), nous avons montré que sur une surface algébrique F , d'irrégularité $q > 0$, transformée en elle-même par une transformation birationnelle T engendrant une involution régulière d'ordre deux, on peut toujours construire un système continu complet $\{C\}$, transformé en lui-même par T , contenant 2^{2q} systèmes linéaires complets transformés en eux-mêmes par T , chacun d'eux contenant deux systèmes linéaires partiels composés au moyen de l'involution. De plus, l'un au moins de ces 2^{2q+1} systèmes partiels est dépourvu de points-base.

Dans cette seconde note, nous continuons l'examen du système complet $\{C\}$ et, plus généralement, nous faisons l'étude des systèmes continus tracés sur F , en relation avec l'involution.

Nous continuons à utiliser les notations adoptées dans la première note.

1. Le système continu complet $\{C\}$, transformé en lui-même par T , contient $2^{2q} = k + 1$ systèmes linéaires complets

$$|C_0|, |C_1|, \dots, |C_k|$$

transformés en eux-mêmes par T . Chacun de ces systèmes contient deux systèmes linéaires partiels composés au moyen

(*) *Bulletin de l'Académie royale de Belgique* (Classe des Sciences), 1924, pp. 418-446.

de l'involution I_2 . Pour $|C_0|$, ces systèmes sont $|C_{01}|$, dépourvu de points-base, et $|C_{02}|$, ayant comme points-base les 4α points de coïncidence de I_2 . Sur la surface Φ , aux courbes C_{01} correspondent les sections hyperplanes Γ et aux courbes C_{02} correspondent des courbes Γ_0 , d'ordre n , de genre $\pi - \alpha$, de degré $n - 2\alpha$, telles que (*)

$$2\Gamma \equiv 2\Gamma_0 + A,$$

où A représente la somme des 4α courbes de diramation infiniment petites de la surface Φ .

Nous désignons par $|C_{i1}|$, $|C_{i2}|$ les systèmes linéaires composés au moyen de I_2 , appartenant au système $|C_i|$ ($i = 1, 2, \dots, k$); par $4\alpha_{i1}$ le nombre des points de coïncidence de I_2 qui sont points-base de $|C_{i1}|$; par $4\alpha_{i2} = 4(\alpha - \alpha_{i1})$ le nombre de ces points qui sont points-base de $|C_{i2}|$. Nous supposons $\alpha_{i1} \leq \alpha_{i2}$.

Sur la surface Φ , les systèmes linéaires (complets) correspondant à $|C_{i1}|$, $|C_{i2}|$ seront désignés respectivement par $|\Gamma_{i1}|$, $|\Gamma_{i2}|$. Si l'on représente par A_{i1} la somme des courbes de diramation infiniment petites de Φ qui correspondent aux points-base de $|C_{i1}|$; par A_{i2} la somme des courbes de même nature correspondant aux points-base de $|C_{i2}|$, on a

$$2\Gamma \equiv 2\Gamma_{i1} + A_{i1} \equiv 2\Gamma_{i2} + A_{i2}.$$

Les courbes Γ_{i1} , Γ_{i2} sont d'ordre n . On voit sans difficulté que les courbes Γ_{i1} sont de genre $\pi - \alpha_{i1}$ et de degré $n - 2\alpha_{i1}$, les courbes Γ_{i2} de genre $\pi - \alpha_{i2}$ et de degré $n - 2\alpha_{i2}$.

2. Proposons-nous tout d'abord de voir si quelques-uns des nombres α_{i1} peuvent être nuls.

Supposons $\alpha_{11} = 0$. Alors, nous avons les relations fonctionnelles

$$2\Gamma \equiv 2\Gamma_{11}, \quad 2\Gamma_0 \equiv 2\Gamma_{12}.$$

(*) L. GODEAUX, *Mémoire sur les Surfaces algébriques doubles ayant un nombre fini de points de diramation*. (ANNALES DE LA FACULTÉ DES SCIENCES DE TOULOUSE, 1914.)

Il s'ensuit que le diviseur de Severi (*) σ de la surface Φ doit être pair.

Considérons la courbe (peut-être virtuelle)

$$\Gamma_{21} + \Gamma - \Gamma_{41}.$$

Cette courbe possède les mêmes caractères que les courbes Γ_{21} , c'est-à-dire le degré $n - 2\alpha_{21}$ et le genre $\pi - \alpha_{21}$, mais ne leur est pas équivalente. Si π_a est le genre arithmétique de la surface Φ , on peut toujours choisir $\{C\}$ (en le remplaçant éventuellement par un de ses multiples) de manière que $|\Gamma_{12}|$ soit non spécial et que l'on ait

$$\pi_a + n - 2\alpha_{21} - \pi + \alpha_{21} + 1 > 0.$$

Il en résulte que la courbe $\Gamma_{21} + \Gamma - \Gamma_{11}$ est effective (**).

On a évidemment

$$2\Gamma \equiv 2(\Gamma_{21} + \Gamma - \Gamma_{41}) + A_{21} \equiv 2\Gamma_{21} + A_{21},$$

et, par suite, aux courbes $\Gamma_{21} + \Gamma - \Gamma_{11}$ correspondent, sur F , des courbes du système $\{C\}$ transformées en elles-mêmes par T . Ces courbes appartiennent donc à l'un des systèmes $|C_3|$, $|C_4|$, ..., $|C_k|$, par exemple à $|C_3|$. Les transformées des courbes $\Gamma_{21} + \Gamma - \Gamma_{11}$ sur F sont, d'une manière plus précise, les courbes C_{31} , et l'on a $\alpha_{21} = \alpha_{31}$, $\alpha_{22} = \alpha_{32}$,

$$\begin{aligned} \Gamma_{31} &\equiv \Gamma_{21} + \Gamma - \Gamma_{41}, & \Gamma_{32} &\equiv \Gamma_{22} + \Gamma - \Gamma_{41}, \\ 2\Gamma_{31} &\equiv 2\Gamma_{21}, & 2\Gamma_{32} &\equiv 2\Gamma_{22}. \end{aligned}$$

(*) SEVERI, *La base minima pour la totalité des courbes tracées sur une surface algébrique*. (ANNALES DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE, 1908.) *Complementi alla teoria della base per la totalità delle curve di una superficie algebrica*. (RENDICONTI CIRCOLO MATEM. DI PALERMO, 1910, XXX.)

(**) SEVERI, *Sulle curve algebriche virtuali appartenenti ad una superficie algebrica*. (REND. ISTITUTO LOMB., 1905.)

En poursuivant ce raisonnement, on parviendrait à des relations qu'on pourrait écrire

$$\begin{aligned}\alpha_{2i,1} &= \alpha_{2i+1,1}, & \alpha_{2i,2} &= \alpha_{2i+1,2}, \\ 2\Gamma_{2i,1} &\equiv 2\Gamma_{2i+1,1}, & 2\Gamma_{2i,2} &\equiv 2\Gamma_{2i+1,2}, \\ i &= 0, 1, 2, \dots, \frac{1}{2}(k-1).\end{aligned}$$

Il est aisé de voir, par un raisonnement analogue, que, si l'on suppose que deux des systèmes $|C_{11}|, |C_{21}|, \dots, |C_{k1}|$ ont mêmes points-base, on sera conduit aux mêmes conclusions.

Inversement, si le diviseur σ de la surface Φ est pair, et si l'on choisit $\{C\}$ de manière à avoir des systèmes $|\Gamma_{i1}|$ non spéciaux et à satisfaire à l'inégalité

$$\pi_a + n - \pi - \alpha_{i1} + 1 \geq 0$$

(ce qui est toujours possible), on obtiendra la même distribution des systèmes $|\Gamma|, |\Gamma_0|, |\Gamma_{11}|, \dots, |\Gamma_{k2}|$ que ci-dessus.

En résumé,

Si le diviseur de la surface Φ est pair, le système $\{C\}$ étant choisi de manière que les systèmes $|\Gamma_{i1}|$ soient non spéciaux et que les nombres α_{i1} soient inférieurs à $\pi_a + n - \pi + 1$, les 2^{2a} systèmes $|C_{01}|, |C_{11}|, \dots, |C_{k1}|$ se partagent en 2^{2a-1} couples ayant les mêmes points-base (points de coïncidence de I_2).

On en conclut en même temps que

Si le diviseur de la surface Φ est impair, il n'existe jamais deux systèmes $|C_{01}|, |C_{11}|, \dots, |C_{k1}|$ ayant pour points-base les mêmes points de coïncidence de I_2 .

Observons, enfin, que deux des nombres α_{i1} ne peuvent être nuls. Si l'on avait, par exemple, $\alpha_{11} = \alpha_{21} = 0$, on aurait

$$2\Gamma \equiv 2\Gamma_{11} \equiv 2\Gamma_{12}.$$

Or, la division par 2 du système $|2\Gamma|$ ne peut donner au plus que deux systèmes linéaires distincts. Deux des systèmes

$|\Gamma|$, $|\Gamma_{11}|$, $|\Gamma_{12}|$ seraient donc équivalents et, par suite, deux des systèmes $|C_0|$, $|C_1|$, $|C_2|$ seraient équivalents, ce qui est absurde.

Cette observation conduit immédiatement à la propriété suivante : on a $q > 0$, par hypothèse, donc $2^{2q} > 3$. Si l'involution I_2 était dépourvue de points de coïncidence ($\alpha = 0$), les systèmes $|C_{11}|$, $|C_{12}|$, ... seraient également dépourvus de points-base ($\alpha_{11} = \alpha_{12} = \dots = 0$), ce qui est impossible. Donc,

S'il existe, sur une surface irrégulière, une involution d'ordre deux qui soit régulière, cette involution possède nécessairement des points de coïncidence.

3. Envisageons un système continu $\{C'\}$ de F , transformé en lui-même par T et contenant 2^{2q} systèmes linéaires $|C'_0|$, $|C'_1|$, ..., $|C'_k|$ transformés en eux-mêmes par T , chacun de ces systèmes linéaires contenant deux systèmes partiels composés au moyen de I_2 . De plus, un des systèmes partiels, par exemple le système $|C_{01}|$ appartenant à $|C'_0|$, est supposé dépourvu de points-base. Il est toujours possible de former de pareils systèmes; il suffit, par exemple, de prendre

$$\{C'\} = \{2C\}.$$

Nous utiliserons, pour le système $\{C'\}$, les mêmes notations que pour $\{C\}$, mais accentuées. Ainsi, nous supposerons que dans le système linéaire $|C'_1|$ il y a un système linéaire incomplet $|C'_{11}|$, composé au moyen de I_2 , ayant pour points-base $4\alpha'_{11}$ points de coïncidence de I_2 .

Considérons le système complet $\{C + C'\}$. Ce système contient des systèmes linéaires transformés en eux-mêmes par T ; ces systèmes s'obtiendront en faisant la somme d'un système linéaire $|C_i|$ ($i = 0, 1, 2, \dots, k$) et d'un système linéaire $|C'_j|$ ($j = 0, 1, 2, \dots, k$). En faisant ces sommes, $|C_i + C'_j|$ de toutes les manières possibles, on obtiendra $(2^{2q})^2$ systèmes

linéaires. Observons que le système continu complet $\{C + C'\}$ ne peut contenir qu'au plus 2^{2g} systèmes linéaires transformés en eux-mêmes par T; donc les sommes $|C_i + C'_j|$ fourniront plusieurs fois le même système.

Supposons, pour fixer les idées, que les sommes $|C_0 + C'_0|$, $|C_1 + C'_1|$ donnent le même système

$$|(C + C')_0| = |C_0 + C'_0| = |C_1 + C'_1|.$$

Dans le système $|(C + C')_0|$, il y a deux systèmes linéaires $|(C + C')_{01}|$, $|(C + C')_{02}|$ composés au moyen de I_2 . Ces systèmes devront contenir les courbes

$$C_{01} + C'_{01}, \quad C_{02} + C'_{02}, \quad C_{01} + C'_{02}, \quad C_{02} + C'_{01}.$$

Les systèmes $|C_{01}|$ et $|C'_{01}|$ étant dépourvus de points-base, la courbe $C_{01} + C'_{01}$ varie dans un système linéaire dépourvu de points-base. Supposons que ce système soit précisément $|(C + C')_{01}|$. Mais alors, le système $|(C + C')_{02}|$ a pour points-base les 4α points de coïncidence de I_2 ; donc il comprend les courbes $C_{01} + C'_{02}$, $C_{02} + C'_{01}$.

Observons maintenant qu'une courbe du système $|(C + C')_{01}|$, passant par un point de coïncidence de I_2 , possède en ce point un point double (*); il en résulte que les courbes $C_{02} + C'_{02}$, qui passent doublement par les 4α points de coïncidence de I_2 , appartiennent au système $|(C + C')_{01}|$.

Nous pouvons faire deux hypothèses :

En formant de toutes les manières possibles les systèmes $|C_i + C'_j|$:

1° On trouve plusieurs fois le système $|(C + C')_0|$;

2° On ne trouve qu'une seule fois le système $|(C + C')_0|$.

Plaçons-nous dans la première hypothèse.

On peut supposer que les courbes $C_1 + C'_1$ appartiennent au système $|(C + C')_0|$. Considérons alors les courbes

$$C_{11} + C'_{11}, \quad C_{12} + C'_{12}, \quad C_{11} + C'_{12}, \quad C_{12} + C'_{11}. \quad (1)$$

(*) L. GODEAUX, *Mémoire sur les Surfaces doubles...* (LOC. CIT.)

Désignons par x_{ij} le nombre des points communs aux courbes C_i, C'_j qui soient les points de coïncidence de I_2 . Observons maintenant que, d'une part, les courbes (1) doivent appartenir à l'un ou l'autre de deux systèmes linéaires composés au moyen de I_2 , les points de coïncidence de I_2 étant des points-base pour ces systèmes, mais aucun de ces points ne pouvant être à la fois point-base pour les deux systèmes; d'autre part, les courbes d'un système linéaire quelconque, composé au moyen de I_2 , passant par un point de coïncidence de I_2 qui ne soit pas point-base du système, y acquièrent un point double. Il résulte immédiatement de ces observations que les deux premières courbes (1) font partie d'un système composé au moyen de I_2 , ayant $x_{12} + x_{21}$ points-base qui sont des points de coïncidence de I_2 , tandis que les deux dernières courbes (1) font partie d'un système analogue ayant pour points-base les $x_{11} + x_{12}$ points de coïncidence de I_2 restants.

Mais les deux premières courbes (1) doivent appartenir à l'un des systèmes $|(C + C')_{01}|, |(C + C')_{02}|$, par exemple au premier. Ce système étant dépourvu de points-base, on a donc $x_{12} = x_{21} = 0$ et, par suite, $x_{11} + x_{22} = 4\alpha$. Comme on a

$$\begin{aligned} 4\alpha_{11} &= x_{11} + x_{12}, & 4\alpha_{12} &= x_{21} + x_{22}, \\ 4\alpha'_{11} &= x_{11} + x_{21}, & 4\alpha'_{12} &= x_{12} + x_{22}, \end{aligned}$$

on en déduit $\alpha_{11} = \alpha'_{11}, \alpha_{12} = \alpha'_{12}$.

Plaçons-nous maintenant dans la seconde hypothèse.

Les systèmes

$$|C_0 + C'_1|, |C_0 + C'_2|, \dots, |C_0 + C'_k| \quad (2)$$

sont nécessairement distincts, sans quoi les systèmes $|C'_1|, |C'_2|, \dots, |C'_k|$ ne le seraient pas non plus.

Les systèmes

$$|C_1 + C'_0|, |C_2 + C'_0|, \dots, |C_k + C'_0| \quad (3)$$

sont également distincts. Comme il y a k systèmes (2) et k systèmes (3) et que ces systèmes ne peuvent coïncider avec $|C_0 + C'_0|$, un système (2) quelconque doit se retrouver dans les systèmes (3).

Supposons, pour fixer les idées, qu'on ait

$$|C_0 + C'_1| = |C_1 + C'_0|. \quad (4)$$

Considérons les courbes

$$C_{01} + C'_{11}, \quad C_{02} + C'_{22}, \quad C_{01} + C'_{22}, \quad C_{02} + C'_{11}.$$

Il est facile de voir que les deux premières appartiennent à un même système linéaire possédant $4\alpha'_{11}$ points-base, les deux secondes à un même système linéaire possédant $4\alpha'_{12}$ points-base, ces deux systèmes étant composés au moyen de I_2 et ces points-base étant des points de coïncidence de I_2 .

De même, les courbes $C'_{01} + C_{11}$, $C'_{02} + C_{22}$ appartiennent à un système linéaire ayant $4\alpha_{11}$ points-base, les courbes $C'_{01} + C_{22}$, $C'_{02} + C_{11}$ à un système linéaire ayant $4\alpha_{12}$ points-base, ces systèmes étant composés au moyen de I_2 et leurs points-base étant des points de coïncidence de I_2 également.

Mais, en vertu de la relation fonctionnelle (4), chacun des deux premiers systèmes doit coïncider avec l'un des derniers. On peut donc écrire $\alpha_{11} = \alpha'_{11}$, $\alpha_{12} = \alpha'_{12}$.

En poursuivant ce raisonnement, on trouve finalement

$$\alpha_{i1} = \alpha'_{i1}, \quad \alpha_{i2} = \alpha'_{i2}, \quad (i = 1, 2, \dots, k).$$

Tous les systèmes continus complets, sur la surface F, contenant 2^{2q+1} systèmes linéaires composés au moyen de l'involution I_2 , l'un de ces systèmes étant dépourvu de points-base, se comportent de la même manière vis-à-vis des points de coïncidence de l'involution.

4. Il nous sera nécessaire pour la suite de montrer que la seconde hypothèse faite plus haut est inadmissible.

En nous plaçant dans cette hypothèse, nous avons $\alpha_{11} = \alpha'_{11}$, $\alpha_{12} = \alpha'_{12}$. Considérons le système $|C_1 + C'_1|$.

Les courbes $C_{11} + C'_{12}$, $C_{12} + C'_{11}$ appartiennent à un même système linéaire, composé au moyen de I_2 , ayant comme points-base tous les points de coïncidence de cette involution.

Les courbes $C_{11} + C'_{11}$, $C_{12} + C'_{12}$ appartiennent à un même système linéaire, composé au moyen de I_2 , mais dépourvu de points-base.

Les courbes $C_{11} + C'_{11}$, $C_{12} + C'_{12}$ pourraient ne pas appartenir à $|(C + C')_0|$ seulement dans le cas où la surface Φ aurait un diviseur σ pair. Mais alors, on recommencerait le même raisonnement pour les systèmes suivants et l'on arriverait à une absurdité.

Il est facile de voir qu'on peut numérotter les systèmes linéaires de $\{C\}$, $\{C'\}$, transformés en eux-mêmes par T , de manière à avoir

$$|C_0 + C'_0| = |C_1 + C'_1| = |C_2 + C'_2| = \dots = |C_k + C'_k|.$$

On en déduira sans peine

$$|C_0 + C'_1| = |C_1 + C'_0|, \dots, |C_0 + C'_k| = |C_k + C'_0|.$$

Plus généralement, on aura

$$|C_i + C'_j| = |C_j + C'_i|.$$

5. Considérons le système

$$\{D\} = \{2C\}.$$

D'après ce que nous venons de voir, il contient $2^{2g} = k + 1$ systèmes linéaires transformés en eux-mêmes par T . L'un de ces systèmes,

$$|D_0| = |2C_0| = |2C_1| = \dots = |2C_k|,$$

contient deux systèmes linéaires partiels composés au moyen de I_2 , dont l'un est dépourvu de points-base.

Les autres systèmes linéaires transformés en eux-mêmes par T sont

$$|D_1| = |C_0 + C_1|, |D_2| = |C_0 + C_2|, \dots, |D_k| = |C_0 + C_k|.$$

Au sujet de ces systèmes, nous ferons la remarque suivante, qui nous sera utile dans la suite :

Si le système

$$|D_i| = |C_0 + C_i|$$

contient les courbes $C_j + C_l$, les systèmes

$$|D_j| = |C_0 + C_j|, \quad |D_l| = |C_0 + C_l|$$

contiennent, le premier les courbes $C_l + C_i$, le second les courbes $C_i + C_j$ (i, j, l étant des entiers positifs distincts inférieurs à k).

En effet, si l'on a

$$C_0 + C_i \equiv C_j + C_l,$$

on peut écrire

$$C_0 + 2C_i + C_j \equiv C_i + 2C_j + C_l,$$

ou, comme $2C_i$ et $2C_j$ appartiennent toutes deux au système $|D_0|$,

$$C_0 + C_j \equiv C_l + C_i.$$

La seconde partie de la remarque se démontre de même.

6. Parmi les systèmes continus complets appartenant à la surface F , il peut exister des systèmes ne contenant aucun système linéaire partiel, composé au moyen de I_2 , dépourvu de points-base.

Soit $\{E\}$ un système continu complet, formé de ∞^q systèmes linéaires, transformé en lui-même par T et contenant, par suite, $2^{2q} = k + 1$ systèmes linéaires $|E_0|, |E_1|, \dots, |E_k|$, possédant la même propriété. Supposons que le système linéaire $|E_i|$ ($i = 0, 1, 2, \dots, k$) contienne deux systèmes linéaires partiels $|E_{i1}|, |E_{i2}|$, composés au moyen de I_2 et possédant, le premier $2\beta_{i1}$, le second $2\beta_{i2}$ points-base simples qui soient des points de coïncidence de I_2 (*). On a, d'ailleurs,

$$\beta_{i1} + \beta_{i2} = 2\alpha,$$

(*) Les nombres $2\beta_{i1}, 2\beta_{i2}$ sont certainement pairs en vertu de la formule de Zeuthen.

car, si l'on rapporte projectivement les courbes E_i aux hyperplans d'un espace linéaire ayant même dimension que $|E_i|$, on obtient une transformée birationnelle de F sur laquelle T est déterminée par une homographie birationnelle involutive. Les 4α points de coïncidence de I_2 sont sur l'un ou l'autre des espaces unis de cette homographie; d'où la propriété énoncée.

Nous allons démontrer que le système complet $\{2E\}$ contient un système linéaire partiel composé au moyen de I_2 et dépourvu de points-base qui soient des points de coïncidence de I_2 .

Le système $\{2E\}$ contient le système linéaire $|2E_0|$, transformé en lui-même par T , et contenant deux systèmes linéaires partiels composés au moyen de I_2 .

Les courbes $E_{01} + E_{02}$ sont transformées en elles-mêmes par T et passent simplement par les $2(\beta_{01} + \beta_{02}) = 4\alpha$ points de coïncidence de I_2 ; donc, dans le système $|2E_0|$, il y a un système linéaire partiel composé au moyen de I_2 et ayant pour points-base simples les points de coïncidence de cette involution.

Il en résulte que le second système de $|2E_0|$, composé au moyen de I_2 , est dépourvu de points-base qui soient des points de coïncidence de I_2 . Ce système contient les courbes $2E_{01}$, qui passent doublement par $2\beta_{01}$, et les courbes $2E_{02}$, qui passent doublement par $2\beta_{02}$ points de coïncidence de I_2 .

S'il existe sur la surface F un système continu complet ∞^n , transformé en lui-même par T , le double de ce système contient certainement un système linéaire partiel, composé au moyen de I_2 , dépourvu de points-base qui soient des points de coïncidence de I_2 .

PALÉONTOLOGIE. — Observations nouvelles
sur les Mammifères du Tertiaire inférieur de Belgique,

par P. TEILHARD DE CHARDIN,
Docteur ès sciences, à Paris (1).

1. Introduction. — Au cours des deux années 1923 et 1924, les recherches entreprises par le Musée de Bruxelles, sous la direction de M. le Conservateur L. Dollo, dans les sables landéniens de Jeumont (Erquelinnes) et Orsmael, ont été poursuivies méthodiquement. Elles ont permis de recueillir de nouveaux et nombreux débris de petits Mammifères dont l'étude confirme et étend notablement les conclusions exposées dans une Note préliminaire présentée par nous à la Société Géologique de Londres (2).

Dans les récoltes de 1923-1924 prédominent toujours les restes d'Insectivores (*Adapisorex*) et de Rongeurs (*Paramys*), mêlés à ceux de plusieurs petits Créodontes (Hyénodontidés et Miacidés) difficiles à séparer. Mais, à côté de ces éléments déjà décrits, nous avons rencontré des pièces nouvelles, dont les unes précisent nos connaissances sur deux genres importants antérieurement signalés par nous dans le Tertiaire inférieur de Belgique (*Omomys* et *Plesiadapis*), tandis que les autres nous révèlent l'existence, dans les mêmes terrains, de trois genres qu'on n'y avait pas encore cités (*Heterohyus* ou *Necrosorex*, *Ectocyon* et ?*Palaeonictis*).

2. Omomys. — *Omomys* avait déjà été reconnu par nous, à Orsmael et à Jeumont, sur des dents isolées, supérieures et inférieures. Cette fois-ci, nous possédons de ce minuscule

(1) Présenté par M. L. Dollo.

(2) L. DOLLO et P. TEILHARD DE CHARDIN, *Les Gisements de Mammifères Paléocènes de la Belgique*. (QUARTERLY JOURNAL OF THE GEOLOGICAL SOCIETY OF LONDON, 1924, vol. LXXX, p. 42.)

Primate deux mâchoires inférieures à peu près complètes, où seules les deux incisives, la canine et la première des trois prémolaires manquent. Encore, ces diverses dents sont-elles marquées par leurs alvéoles. Sur ces deux excellents échantillons, la ressemblance se montre complète entre les *Omomys* d'Europe et ceux d'Amérique. La longueur de la série dentaire, chez la forme landénienne, n'est que de 11 millimètres. — Aux *Omomys* nous pensons qu'il faut attribuer un astragale et un calcanéum (trouvés à Orsmael) qui sont, l'un et l'autre, de forme très particulière. L'astragale a un col long, implanté très obliquement sur la poulie tibiale. Sur le calcanéum, la portion sous-astragaliennne de l'os est d'au moins un tiers plus longue que le « tuber calcis ». Ce type de tarse est exactement celui qui convient à un animal grimpeur et sauteur : on le trouve aujourd'hui chez bon nombre de Lémuriens, chez *Lepidolemur*, par exemple.

3. Plesiadapis. — Nous avons déjà signalé à Orsmael, en 1923, plusieurs incisives supérieures, tricuspidés, d'un petit *Plesiadapis*. De cette forme, si caractéristique du Tertiaire inférieur de France et d'Amérique, nous possédons maintenant plusieurs incisives inférieures bicuspidés (Orsmael) et une dernière molaire inférieure (Jeumont).

4. Heterohyus. — Non loin des *Plesiadapis*, parmi les Chiromyidés, les paléontologistes placent une série de formes (*Heterohyus* ou *Necrosorex*, *Heterochiromys*, *Apatemys*, *Stehlinius*...) chez lesquelles s'observent, réunis dans une association assez bizarre, des caractères de Primates, d'Insectivores et de rongeurs. Ces genres, jusqu'ici, n'étaient signalés que dans l'Éocène moyen et supérieur (Lutétien et Bartonien), en Europe et en Amérique. Or, parmi les fossiles d'Orsmael, nous avons rencontré une mâchoire inférieure (longueur : 8 millimètres), privée de ses dents, mais montrant tous ses alvéoles, qu'il faut rapporter sans hésitation au genre *Heterohyus* (*Necrosorex*).

La forme ramassée de la mandibule, la position reculée du trou mentonnier, la formule dentaire, le dessin de la dernière molaire, la grandeur de l'incisive sont absolument caractéristiques du genre. De cet *Heterohyus* nous avons du reste trouvé (Orsmael) plusieurs molaires supérieures et une incisive isolées.

5. Ectocyon. — D'*Ectocyon*, genre de Condylarthrés voisins des *Phenacodus*, nous n'avons encore observé qu'une dernière molaire inférieure (provenant de Jeumont). Mais celle-ci nous paraît être de forme assez caractéristique pour permettre une diagnose sûre. Si notre détermination est exacte, trois Condylarthrés différents (*Phenacodus*, *Hyopsodus*, *Ectocyon*) seraient déjà identifiés dans le Landénien fluvial de Belgique.

6. Palaeonictis? — A un genre voisin des *Palaconictis*, enfin, nous rapportons une molaire inférieure de petit Créodonte, caractérisée par la réduction et la position reculée de son tubercule antéro-interne. C'est la seule dent de ce type que nous avons encore rencontrée dans le gisement d'Orsmael.

7. Conclusion. — Le résultat de ces observations nouvelles est d'accentuer encore le caractère sparnacien, déjà signalé par nous, des faunes d'Orsmael et d'Erquelinnes. Dans ces faunes continuent à manquer les types vraiment archaïques du Thanétien (les Multituberculés, surtout) et les types nettement modernisés du Cuisien (les Artiodactyles, par exemple). Entre elles, par contre, et la faune du Wasatch (Sparnacien) américain les ressemblances vont en se confirmant ou en s'accroissant (présence des genres *Omomys* et *Ectocyon*).

Du point de vue paléo-zoologique, l'existence, maintenant démontrée, d'un Tarsidé (*Omomys*) en Europe pendant l'Éocène inférieur, et l'ancienneté du genre *Heterohyus*, qui se montre à nous entièrement formé dès le Sparnacien, sont des faits qui méritaient d'être signalés.

Recherches chronaximétriques relatives au mécanisme humoral de l'action du vagosympathique sur l'excitabilité du cœur des poikilothermes ⁽¹⁾,

par HENRI FREDERICQ, professeur à l'Université de Liège ⁽²⁾.

PREMIÈRE PARTIE.

L'action du pneumogastrique sur la chronaxie du cœur.

Il est classique, depuis Engelmann (16), de considérer le pneumogastrique cardiaque comme un nerf à fonctions multiples : il modifie les contractions cardiaques en agissant à la fois sur leur rythme (action chronotrope), sur leur énergie (action inotrope), sur la vitesse de propagation de l'onde contractile (action dromotrope), sur le tonus du cœur (action tonotrope) et sur son excitabilité (action bathmotrope). C'est exclusivement de cette dernière propriété que je m'occuperai dans ce qui va suivre.

Les auteurs qui, bien avant moi, avaient cherché à déterminer, par la méthode des seuils, les variations de l'excitabilité du myocarde pendant la faradisation du pneumogastrique, sont loin d'avoir abouti à des résultats cohérents : on a signalé une complète inexcitabilité de l'oreillette et du sinus de l'Anguille (Mac William, 36), des oreillettes de la Grenouille et de la Tortue (Schiff, 43; Bidder, 4; Eckhard, 15), des Serpents (Mills, 39), du ventricule du Ménobranche (Mills, 38) et de toutes les parties du cœur du Triton (Mac William, 35).

F. B. Hofmann admet, au contraire, une légère augmentation de l'excitabilité des oreillettes de la Grenouille pendant la faradisation du

(1) Les résultats expérimentaux de ce travail ont été très succinctement résumés dans deux notes présentées à la Société belge de Biologie, les 10 et 31 janvier 1925 (21^{bis}).

(2) Présenté par M. J. Bordet.

pneumogastrique (24). L'excitabilité du ventricule de l'Anguille ne serait pas modifiée [Mac William (36)].

En excitant le cœur de la Grenouille pendant l'excitation réflexe du pneumogastrique, Engelmann (17) a observé une suppression de la réponse du sinus et des oreillettes à l'excitation directe; mais ce phénomène peut être interprété comme une conséquence d'une diminution de la contractilité et de la conductibilité. Dans d'autres cas, au contraire, la mise en action réflexe du pneumogastrique aurait pour conséquence une augmentation de l'excitabilité directe du cœur.

Schiff (45) signale, avec des réserves d'ailleurs, que, chez le Chien, la faradisation du vague rend le ventricule plus sensible aux excitants mécaniques. Au contraire, un travail de Mac William (37) tend à prouver que chez les Mammifères l'excitation du vague entraîne une diminution de l'excitabilité des oreillettes et des ventricules, très marquée pour les oreillettes, insignifiante pour les ventricules.

Bayliss et Starling (3) ont constaté aussi que la faradisation du vague rend nécessaire l'emploi d'une plus grande intensité du courant électrique destiné à faire fibriller le cœur du chien.

J'ai remis sur le métier cette question controversée, en appréciant les changements survenus dans l'excitabilité du cœur pendant la faradisation du pneumogastrique, non plus par la méthode surannée des seuils, mais en mesurant la *vitesse d'excitabilité*, c'est-à-dire en cherchant à fixer la valeur de la *chronaxie* du cœur. On connaît, depuis les travaux de Lapieque, tout l'intérêt de cette notion : dans la caractérisation de l'excitabilité, l'importance de l'*intensité* du courant excitant passe au second plan, tandis que la notion de la *durée* liminaire de son passage retient plus spécialement l'attention.

Dans un travail publié voici quelques mois (18), je montre que la faradisation du pneumogastrique du Chien n'a pas pour résultat une modification bien nette de l'intensité liminaire du courant constant employé pour produire des extrasystoles ventriculaires. C'est la confirmation, par les méthodes anciennes, des constatations de Mac William rappelées plus haut. Mais si le seuil galvanique d'intensité n'est guère déplacé, la valeur de la constante de temps ou *chronaxie* est toujours considérable-

ment réduite : la faradisation du vague a donc pour conséquence un fort accroissement de la « vitesse d'excitabilité » du myocarde ventriculaire. Je rappellerai, pour fixer les idées, que, chez le Chien, la chronaxie des extrasystoles provoquées par le courant constant passe de 3, 2, 1,5, 1 millième de seconde (chiffres obtenus pendant le fonctionnement normal) à 1, 0,75, ou 0,5 millième de seconde, pendant l'arrêt dû à la faradisation du pneumogastrique.

L'emploi de méthodes modernes d'appréciation m'a donc permis de mettre en évidence une variation de l'excitabilité là où mes devanciers n'avaient abouti qu'à des résultats d'une netteté discutable.

Reprenant ces expériences chez la Grenouille, j'ai retrouvé la même action bathmotropique du pneumogastrique. Tandis que le cœur de cet animal, observé *in situ*, permet de mesurer des chronaxies de 5 à 3,5 millièmes de seconde pendant les contractions normales, la faradisation du pneumogastrique droit accroît la vitesse d'excitabilité du ventricule et fait tomber la valeur de la chronaxie au voisinage de 2,5 millièmes de seconde. La rhéobase, au contraire, ne subit pas de variations systématiques (19). Des recherches poursuivies sur le cœur de la Grenouille, en complète indépendance des miennes, ont conduit M^{mes} M. Lapique et C. Veil (30) à la confirmation de mes résultats; elles ont montré en outre que le pneumogastrique exerce sur les faisceaux de passage auriculo-ventriculaires la même action que sur le ventricule : leur chronaxie est également réduite d'une façon très appréciable par la faradisation du nerf. L'action sur le faisceau auriculo-ventriculaire de la Grenouille et de la Tortue est plus marquée si l'on excite le pneumogastrique gauche; sur le ventricule on ne constate, au contraire, que des différences insignifiantes, selon qu'on faradise le nerf gauche ou le nerf droit. On sait, par des travaux antérieurs des mêmes auteurs (29), que chez les Poikilothermes la chronaxie du faisceau auriculo-ventriculaire a une valeur à peu près triple de celle

de l'oreillette ou du ventricule. Chez le Chien, M^{me} Lapicque et moi-même (31) avons trouvé également un rapport 1/3 entre ces valeurs.

De très nombreux travaux (dont beaucoup furent inspirés par L. Lapicque) il résulte que la notion de « chronaxie » permet une classification rationnelle des tissus vivants d'après leur vitesse d'excitabilité; on aboutit presque toujours à une succession identique si on les range d'après d'autres propriétés physiologiques caractérisables par une mesure du temps : les muscles à contraction lente, les nerfs à faible vitesse de conduction ont des chronaxies longues; les chronaxies courtes correspondent aux organes brefs. Les deux classifications se superposent exactement. (Voir à ce sujet Bibl., n^{es} 7 et 20.)

Quand j'ai décidé d'entreprendre mes recherches sur l'action du pneumogastrique sur la chronaxie du myocarde, je m'attendais plutôt à constater un allongement de la constante de temps, car le vague a une action chronotrope et une action dromotrope négatives : sa faradisation espace les systoles et diminue la vitesse de conduction intracardiaque; elle allonge l'espace *a-c* des tracés du pouls jugulaire, ainsi que l'intervalle P-R de l'électrocardiogramme. On l'a vu, c'est le contraire de ce que j'attendais qui se produisit : la faradisation du pneumogastrique réduit la chronaxie. Mais une étude plus complète de la bibliographie de cette question nous apprendra que d'autres valeurs chronologiques sont réduites parallèlement par l'excitation du vague : la période réfractaire (41) est raccourcie (contesté par Alan Drury (41) en ce qui concerne le ventricule du Chien); l'intervalle R-T de l'électrocardiogramme l'est également (42). Il n'y a donc pas de désaccord entre la doctrine de l'école de Lapicque et mes propres constatations.

Il m'a paru utile de ne pas me contenter de caractériser l'excitabilité du cœur pendant l'excitation du pneumogastrique par une seule valeur chronologique telle que la chronaxie, mais, à l'exemple de plusieurs de mes devanciers, de tracer une

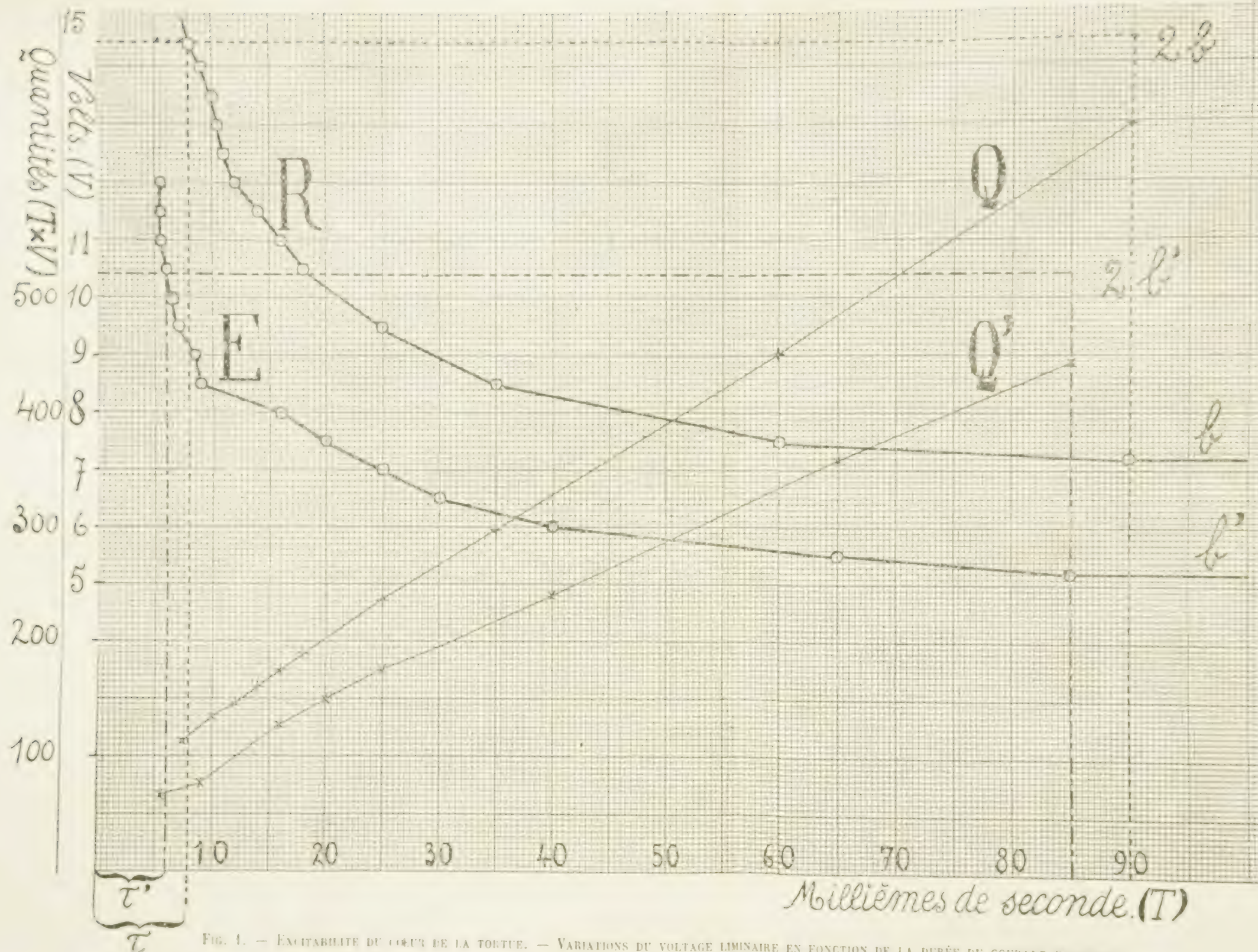


FIG. 1. — EXCITABILITÉ DU CŒUR DE LA TORTUE. — VARIATIONS DU VOLTAGE LIMINAIRE EN FONCTION DE LA DURÉE DU COURANT EXCITANT.

Courbe R : pendant le repos du pneumogastrique. b = rhéobase ou voltage liminaire pour les temps longs.

τ = chronaxie ou durée liminaire correspondant à $2b$.

$Q = T \times V$, ou valeur proportionnelle à la quantité d'électricité mise en œuvre.

Courbe E : pendant l'excitation du pneumogastrique. b' = rhéobase.

τ' = chronaxie ou durée liminaire correspondant à $2b'$.

Q' = valeur proportionnelle à la quantité d'électricité.

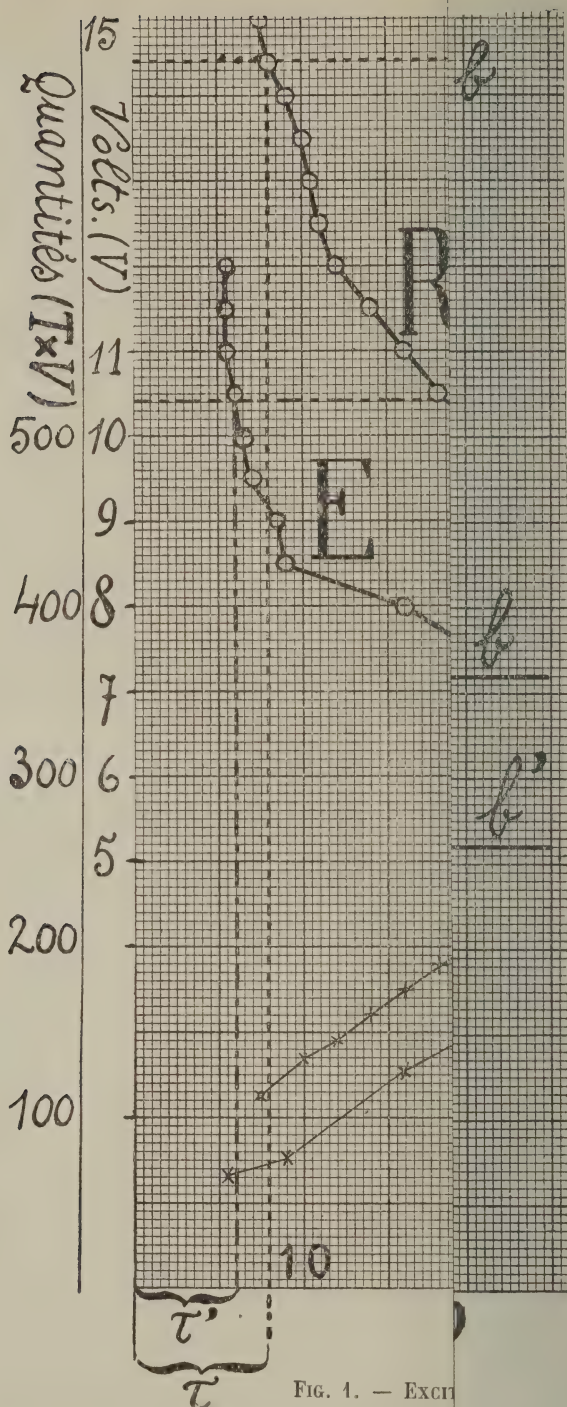


FIG. 4. — EXCIT

Courbe R : pendant le repos d
liminaire pour les temps lon

τ = chronaxie ou durée liminaire

$Q = T \times V$, ou valeur proportion

courbe complète des variations de l'intensité liminaire en fonction des temps.

Voici comment j'opérai :

Chez une Tortue terrestre à encéphale détruit, j'isole le vague droit au cou. Je le charge sur les excitateurs au kaolin de Lapicque, qui sont reliés à la bobine secondaire d'un chariot de Du Bois-Reymond. Une fenêtre, pratiquée ventralement dans la carapace, donne accès au cœur. J'excite le ventricule par des passages de courant constants dont je fais varier la durée, grâce à l'emploi d'un chronaximètre de Lapicque, et le voltage, par le moyen d'un réducteur de potentiel. Pour chaque voltage, je cherche la durée la plus courte encore susceptible de provoquer une extrasystole. L'électrode active ou pôle négatif est formée d'un mince crochet d'argent passé en séton dans la masse du ventricule ; la positive est un barreau d'argent introduit dans le cloaque. Dans le circuit excitateur sont, d'après le conseil de Lapicque (28), intercalés une résistance de 7000 ohms placée en série, et un shunt de 3000 ohms, pour rendre négligeables, vis-à-vis de ces résistances, les variations possibles de conductibilité électrique qui pourraient se produire au niveau des tissus vivants.

J'arrive aux résultats représentés dans la figure 1 (Expérience du 27 janvier 1925). On y voit deux courbes dont l'une représente les variations du voltage liminaire en fonction de la durée pendant le repos du pneumogastrique (R), et l'autre, les mêmes valeurs pendant la faradisation intermittente de ce nerf (E). L'activité du pneumogastrique était assez faible; le ralentissement cardiaque fut modéré. La faradisation a réduit, dans le cas qui nous occupe, à la fois le voltage liminaire et la durée limite du passage du courant excitant. La courbe E est décalée par rapport à R, à la fois vers l'axe des temps et vers celui des voltages. Si nous faisons, pour chaque durée, le produit du temps par le voltage, nous obtenons des valeurs ($T \times V$) proportionnelles à la quantité d'électricité mise en œuvre. Les droites Q et Q', qui représentent ces valeurs respectivement pendant la période de repos et pendant la faradisation du pneumogastrique, s'écartent faiblement l'une de l'autre vers les temps

élevés. Le fait que $Q' < Q$ montre que la faradisation du pneumogastrique a profondément modifié l'excitabilité du myocarde.

Je dois ajouter que dans mes travaux précédents (Chien, Grenouille) je n'ai pas toujours observé de variations aussi systématiques du voltage liminaire.

DEUXIÈME PARTIE.

Le mécanisme humoral de l'action bathmotrope du pneumogastrique.

1. HISTORIQUE.

Depuis quelques années, on tend à admettre que le vague ralentit le cœur par l'intermédiaire de substances chimiques formées ou libérées lors de son excitation. Cette importante notion, due à O. Loewi (32-33), repose sur les faits suivants : L'excitation du pneumogastrique de la Grenouille modifie les propriétés du liquide de Ringer qui sert à irriguer les cavités : mis au contact du cœur de la même Grenouille alimenté avec du Ringer frais, ce liquide agit sur l'énergie de ses contractions et sur son rythme comme l'aurait fait l'excitation même de ses nerfs cardiomodérateurs. Loewi admet que le liquide de perfusion s'est enrichi en substances organiques qui ne se forment que pendant l'excitation et dont l'action est supprimée par l'atropine; il les croit comparables à la choline. Toutefois, l'augmentation réelle de la teneur en choline constatée par le dosage de cette substance ne lui paraît pas suffisante pour expliquer la valeur de l'effet observé. Peut-être, dit-il, se trouve-t-on en présence d'une substance apparentée à la choline, mais plus active, telle la neurine. En février et mars, l'excitation du pneumogastrique produit chez le Crapaud un effet chronotrope et inotrope positif. C'est aussi une augmentation de l'énergie contractile que Loewi observe au niveau du cœur réactif de cet animal.

Bien avant Loewi, d'ailleurs, on s'était rendu compte que le liquide intracardiaque modifie sa composition quand le pneumogastrique est excité : dès 1905, Howell (25) observait son enrichissement en sels potassiques, constatation bien intéressante si l'on se souvient du parallélisme établi par Bottazzi (6) entre l'action cardiaque du vague et les effets de l'administration de potassium au cœur. Mais ces observations ne furent pas confirmées avec netteté chez les Sélaciens par Hemmeter (22);

il ne réussit pas, sur deux Squales disposés en série, à influencer le rythme cardiaque du second, en agissant sur le pneumogastrique du premier (23).

Confirmant en partie Howell, Zondek (49) constate que l'excitation du vague entraîne effectivement une surconcentration locale en sels potassiques, tandis que celle du sympathique libère un excès de sels calciques. On pourrait tirer de ce fait d'intéressantes conclusions au sujet de l'antagonisme de ces deux nerfs.

Des recherches nouvelles de Loewi et d'autres travailleurs encore devaient dans la suite, et malgré les objections de L. Asher (1-2) et de Bohnenkamp (5), contribuer à établir la nature humorale du mécanisme de l'action chronotrope négative du pneumogastrique cardiaque; Brinkman et M^{lle} Van Dam (8), utilisant chez la Grenouille la technique des circulations croisées (qui n'avait conduit Hemmeter qu'à des échecs), réussissent à influencer le rythme du cœur du second animal par l'excitation des nerfs cardiomodérateurs du premier. Pour montrer que les effets observés sont bien la conséquence d'une action humorale et non d'une répercussion hydraulique des changements de rythme du premier sur la circulation du second, les mêmes auteurs vérifient sur l'estomac de la seconde Grenouille l'activité du liquide de perfusion recueilli à la sortie du cœur de la première pendant l'excitation du pneumogastrique; ils constatent que ce liquide a acquis des propriétés excitomotrices nettes (4). Tous ces résultats furent observés en hiver; en été, le phénomène se renverse: l'excitation du vague donne un effet humoral sympathique d'inhibition de l'estomac. Sans vouloir entrer dans la discussion de la nature des substances nouvelles (choline ou sels potassiques) libérées par l'excitation des nerfs cardiaques, je signalerai que leur existence a pu être directement démontrée, car la tension superficielle est abaissée si le liquide a une action semblable à celle du pneumogastrique; elle s'élève dans le cas d'un effet sympathicomimétique (Brinkman et M^{lle} Van Dam) (9).

Les expériences que Loewi réalisait chez la Grenouille furent répétées chez le Chat et le Lapin par Duschl: pendant l'excitation du pneumogastrique, du sang est prélevé par ponction du cœur; sa réinjection à un deuxième animal entraîne une chute de la pression artérielle et un ralentissement du cœur, qui survient vite et disparaît lentement (12-13).

(4) Ces faits devaient être confirmés plus tard sur l'intestin de la Grenouille par Ten Cate (47) et sur celui du Lapin par Jendrassik (26).

Appliquant à des Rats la technique des circulations croisées, le même auteur arrive, avec Windholz (14), à confirmer les observations faites par Brinkman et M^{lle} Van Dam sur le cœur de la Grenouille.

Ten Cate (47) a répété chez deux Grenouilles disposées en série certaines de ces expériences; il a soin d'interposer entre les deux cœurs un réservoir destiné à éliminer éventuellement les influences hydrauliques du rythme du premier sur le rythme du second. Comme ses devanciers, il observe que le cœur n° 2 est souvent ralenti par la faradisation du système nerveux modérateur n° 1.

Un ingénieux procédé de transfusion double très rapide, applicable au Chien, sans qu'on doive craindre des répercussions hydrodynamiques, permet à Zunz et Govaerts (50) de constater que pendant l'excitation du splanchnique, le sang devient hypertonisant et mydriatisant pour l'animal neuf. L'excitation du pneumogastrique lui communique aussi des propriétés nouvelles, mais qui s'exercent, celles-ci, dans le sens d'une hypotension, laquelle peut d'ailleurs coexister avec une accélération cardiaque.

On le voit, de nombreux travaux, entrepris par des auteurs qui expérimentèrent indépendamment les uns des autres, viennent confirmer les intéressantes découvertes de Loewi : l'excitation du pneumogastrique libère une substance qui, par un mécanisme humoral, agit sur la fréquence et l'énergie du cœur (1).

Loewi lui-même arrive récemment à démontrer que la fonction dromotrope négative du vague obéit à des lois analogues.

L'action du pneumogastrique sur l'excitabilité du cœur, dont j'ai pu tracer la physionomie dans mes recherches antérieures, s'accomplit-elle suivant le même schéma? Est-elle, comme les fonctions inotrope, chronotrope ou dromotrope, régie par un mécanisme humoral? Tel est le problème que j'ai entrepris de résoudre.

(1) On connaît de nombreux exemples d'autres fonctions organiques dans l'accomplissement desquelles des excitations nerveuses exercent leurs effets par l'intermédiaire d'une modification de la composition chimique des humeurs. A ce sujet, on consultera avec fruit l'article bien documenté de J. DE MOOR, *Le Mécanisme du rythme cardiaque*. [BULLETIN ACAD. ROY. DE MÉDECINE DE BELGIQUE, 1924, p. 573 (voir spécialement les pages 613 à 620).]

2. TECHNIQUE.

Le principe de ma technique est le suivant :

J'excite le vagosympathique d'un animal A, Grenouille ou Tortue. Je fais agir sur un animal B le liquide de Ringer, qui a traversé le cœur de A. Je mesure la chronaxie des extrasystoles provoquées du cœur-

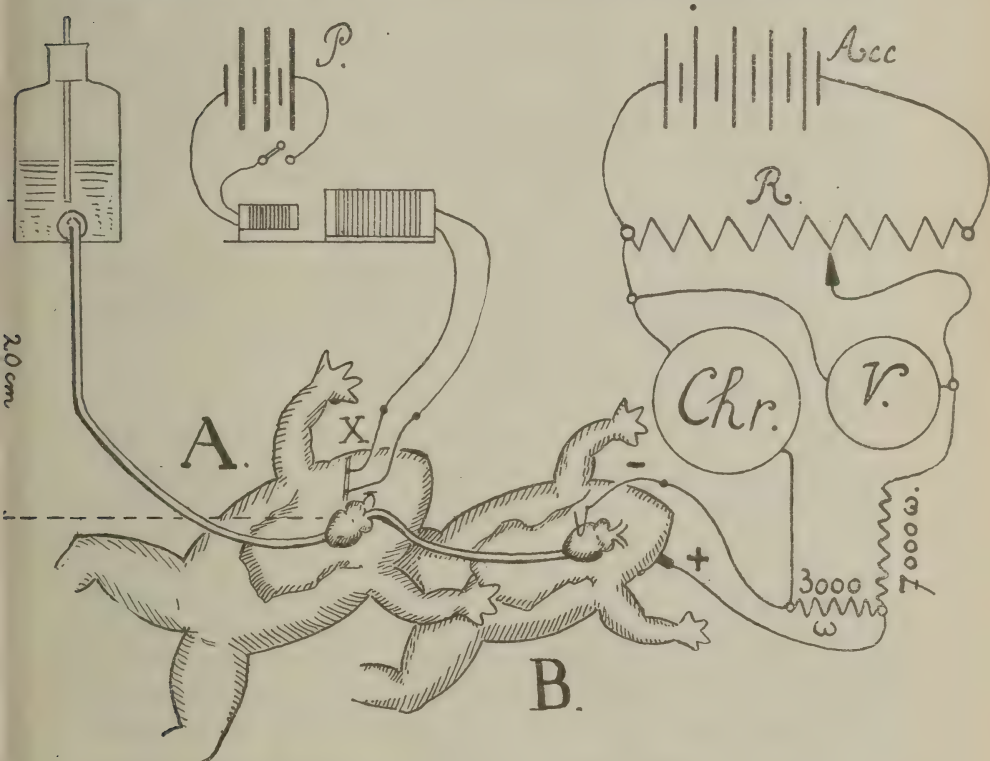


FIG. 2.

Technique : Deux Grenouilles A et B, en série. Circulation artificielle de liquide de Ringer. X = faradisation du pneumogastrique de la première. P = pile.

Mesure de la chronaxie du cœur de la seconde, B.

Acc. = accumulateurs. R = réducteur de potentiel. V = voltmètre. Chr. = chronaximètre.

réactif B, et je la compare à la chronaxie du même cœur, mesurée lors du contact avec le liquide de Ringer recueilli à la sortie du premier

cœur, A, pendant les périodes de repos du nerf. Les modalités d'application de ce schéma furent réalisées suivant deux types successifs.

TYPE I (fig. 2). — Deux Grenouilles à système nerveux central détruit sont disposées en série; une canule de verre est introduite, le plus haut possible, dans la veine cave inférieure de A; elle conduit au cœur A du liquide de Ringer sous une pression modérée (20 centimètres d'eau au plus). Une des aortes est liée. Par l'autre s'écoule le liquide qui a irrigué le cœur; il est conduit au cœur de la Grenouille B, placée un peu en contre-bas de la première. Il y pénètre aussi par la veine cave inférieure. Pour l'excitation du vago-sympathique de A, deux techniques furent successivement employées : dans certaines expériences (type I) le tronc du nerf fut isolé, généralement à droite, entre le crâne et le cœur, sectionné dans le crâne et chargé sur des excitateurs au kaolin de Lapicque. Dans d'autres (type I^{bis}) j'usai de la méthode de Muskens (40), qui consiste à exciter les deux nerfs à la fois, en introduisant les extrémités des électrodes, formées de barres de plomb malléable, dans les deux trompes d'Eustache; on atteint alors les nerfs dans la partie de leur trajet qui passe au voisinage de l'oreille moyenne. La première méthode se montra de loin la plus efficace et la plus constante dans ses résultats. La faradisation du nerf fut toujours forte; l'excitateur est un chariot de Du Bois-Reymond avec trembleur. Les faradisations sont prolongées, mais intermittentes : pendant un temps variant de 10 à 45 minutes, on fait alterner, d'une façon plus ou moins régulière, des périodes de faradisation de 30 à 60 secondes avec des repos de 15 à 20 secondes environ. On mesure la chronaxie du cœur de la Grenouille B pendant les périodes de repos et pendant les périodes d'excitation du pneumogastrique de la première, A. Les expériences des types I et I^{bis} ont été faites en novembre, décembre et janvier. (Cf. l'influence bien connue de la saison sur la physiologie des Poikilothermes.)

TYPE II. — Le cœur *in situ* d'une Grenouille ou d'une Tortue terrestre est irrigué artificiellement au moyen d'une canule introduite dans la veine cave inférieure, le système nerveux central étant détruit. Une quantité connue de liquide de Ringer passe plusieurs fois à travers le cœur et s'écoule par l'aorte. L'irrigation dure 15 minutes; le même liquide repasse quatre ou cinq fois. Un premier échantillon de liquide correspond au repos du vague (liquide de repos). Un autre de volume égal est recueilli pendant la faradisation intermittente du nerf (liquide vagal). La circulation est répétée plusieurs fois pour obtenir une plus forte concentration des éventuelles « hormones vagales ».

On isole alors le cœur d'un deuxième animal de même espèce, en laissant adhérent à la masse des tissus un petit lambeau de foie, destiné à assurer la conduction électrique lors de la mesure de la chronaxie. On l'immerge successivement et alternativement dans une quantité égale de « Ringer de repos » et de « Ringer vagal » et, chaque fois, on mesure la chronaxie des extrasystoles provoquées. Le liquide est contenu dans un petit cristallisoir (fig. 3). Le cœur y est suspendu à un

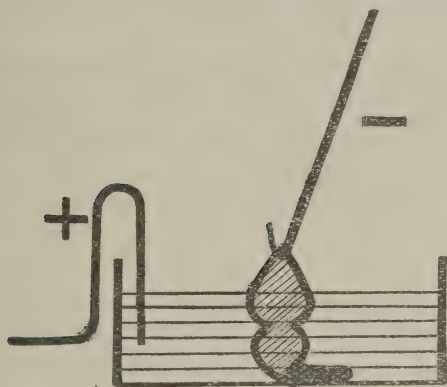


FIG. 3.

Cœur isolé de Grenouille partiellement immergé dans du liquide de Ringer.
Mesure de la chronaxie.

mince crochet d'argent (électrode négative, voir ci-dessous) de façon à laisser émerger la pointe et la plus grande partie du ventricule. La base du ventricule et les oreillettes sont plongées dans le liquide. Un tel cœur se contracte spontanément pendant plusieurs heures. Les expériences du type II ont été faites en janvier.

Mesure de la chronaxie. — Elle se fait par la méthode des courants constants suivant la technique générale de Lapicque. L'instrumentation comprend une batterie d'accumulateurs, un réducteur de potentiel, un voltmètre et un chronaximètre de Lapicque, qui permet d'employer des courants dont la durée est comprise entre 0,25 et 100 millièmes de seconde. Les électrodes excitatrices sont formées comme suit : l'électrode positive, indifférente, est un barreau épais d'argent, introduit dans la cavité buccale, dans les expériences du type I. Dans celles du type II, ce barreau, recourbé, plonge latéralement dans le liquide où le cœur B

est immergé. L'électrode active, ou pôle négatif, est un mince fil d'argent passé en sétou (pour l'un et l'autre type) à travers la masse du ventricule. En général, à ce circuit sont ajoutés un shunt de 3000 ohms et, en série, une résistance additionnelle de 7000 ohms.

Pour mesurer la chronaxie, on provoque, par des passages de courants constants, des extrasystoles dans le cœur B. On tâche de surprendre le cœur toujours exactement au même « temps » de la révolution cardiaque, en fait, immédiatement après la fin de la période réfractaire.

Une critique pourrait être formulée contre ce procédé : au décours de la période réfractaire, l'excitabilité du cœur subit des fluctuations, bien connues depuis longtemps; pour qu'elles ne constituassent pas une cause d'erreur, ne conviendrait-il pas de recourir à une instrumentation destinée à écarter tout élément subjectif? L'ingénieur « bathmomètre » de Cousy et Noyons (10), qui utilise la contraction même du cœur pour déclencher les extrasystoles, réalise ce desideratum; il permet d'exciter le myocarde à des intervalles de temps rigoureusement égaux à partir du début de la contraction. Tout bien considéré, par souci de simplification, je n'ai pas utilisé d'instrumentation de ce genre. Le reproche qu'on pourrait être tenté de me faire est certes plus théorique que pratique; le facteur personnel nuisible que j'ai pu introduire dans les conditions expérimentales n'a pas pu être de nature à fausser grandement les résultats, car les valeurs de la chronaxie que j'observe sont remarquablement fixes, bien plus que celles de la rhéobase! Jamais je n'ai, toutes choses égales d'ailleurs, observé d'écarts notables. C'est, à mon avis, la meilleure justification de ma façon de procéder. On ne perdra pas de vue que pour mesurer le temps de passage, on procède par tâtonnements, et que chaque échelon est de 0,5 millième de seconde au moins. Il serait tout à fait superflu de compliquer une technique déjà délicate pour obtenir des résultats dont l'excès de précision serait peu en rapport avec une telle approximation.

Pour mesurer la chronaxie, on commence par déterminer le niveau de la rhéobase ou seuil galvanique pour les temps longs. On note le voltage liminaire qui y correspond; on en double la valeur en agissant sur le réducteur du potentiel; on cherche par tâtonnements le temps le plus court qui donne encore un effet, une extrasystole, avec ce voltage rhéobasique doublé. Ce temps, exprimé en millièmes de seconde (ou σ) est la chronaxie. On procède à une nouvelle mesure de la rhéobase et l'on ne retient comme valable le chiffre noté pour la chronaxie que dans le cas où le niveau de la rhéobase n'a pas changé. Les variations du

seuil galvanique sont en effet fréquentes, surtout au début d'une expérience de perfusion, car le cœur doit s'adapter aux nouvelles conditions qui lui sont faites. La recherche, tant du seuil galvanique que du seuil chronologique, se fait toujours « en remontant », c'est-à-dire à partir des valeurs faibles vers les valeurs fortes, et cela pour éviter des causes d'erreur bien connues des électrophysiologistes.

Composition du liquide de perfusion. — Au cours de mes recherches, j'ai varié quelque peu la composition du liquide de Ringer employé :

	N° 1.	N° 2.	N° 3.	N° 4.
NaCl	6	5.5	6.5	6.5
KCl.	0.2	0.05	0.01	0.005
CaCl ₂	0.2	0.2	0.25	0.25
NaHCO ₃	0.1	0.2	0.2	0.2
Eau distillée	1000	1000	1000	1000

J'avais utilisé le liquide n° 1 au cours de travaux pharmacodynamiques antérieurs sur le cœur isolé de Tortue. La formule n° 2 est celle de Brinkman et de M^{lle} Van Dam; la formule n° 4, celle de J.-B. Zwaardemaker et J. Ten Cate. Ce dernier a signalé que les effets d'excitation du pneumogastrique sont plus aisés à obtenir avec des liquides pauvres en potassium (46).

3. RÉSULTATS DES EXPÉRIENCES.

Les expériences du premier et du second type m'ont conduit à des conclusions identiques : la faradisation du vagosympathique de la Tortue et de la Grenouille altère les propriétés du liquide de perfusion ; celui-ci, mis au contact d'un cœur appartenant à un animal de même espèce, dont le pneumo-

gastrique reste au repos, modifie l'excitabilité du ventricule. Dans la plupart des cas, la chronaxie est réduite, mais parfois aussi elle est augmentée. Or, on sait depuis longtemps (Schiff, 44; Ludwig et Luchsinger, 34; J.-B. Zwaardemaker, 51; Loewi, 32-33) que les effets de l'excitation du pneumogastrique de la Grenouille ne laissent pas d'être assez capricieux. Rien d'étonnant à cela si l'on songe que, chez les Poikilothermes, le vague et le sympathique se confondent en un tronc unique. Son excitation donnera des alternances et des interférences des deux actions antagonistes (Brinkman et M^{lle} Van Dam, 9) ⁽¹⁾.

Faisant pendant à cette coexistence de deux actions chronotropiques antagonistes, on ne s'étonnera pas de trouver aussi un antagonisme bathmotropique. J'ai montré récemment que, chez le Chien, la faradisation des nerfs accélérateurs est suivie d'un allongement de la chronaxie du ventricule (21).

Un détail doit être noté : il arrive fréquemment que l'excitation du pneumogastrique de l'animal A accélère son cœur; malgré cet effet sympathique, la faradisation du nerf a communiqué au liquide de perfusion des effets vagues, au point de vue de l'excitabilité; la chronaxie du cœur-réactif est diminuée; inversement, un effet de ralentissement du premier cœur peut coïncider avec un allongement de la chronaxie du cœur-réactif B.

Je donne, en résumé, ci-après, quelques-uns de mes protocoles d'expériences.

(1) Dans de récentes recherches, Loewi est parvenu à éliminer l'action des fibres sympathiques, soit en employant des courants faradisants faibles, soit en administrant à l'animal, vingt minutes avant l'expérience, une certaine dose d'ergotamine.

A. — EXPÉRIENCES DU TYPE I ET DU TYPE I^{bis}.

Expérience n° 4, du 6 novembre 1924. (Type I^{bis}.)

Deux Grenouilles brunes, A et B, en série. Faradisation des X de A par les trompes d'Eustache. 7000 ohms en série et shunt de 3000 ohms. Ringer n° 1, saturé d'oxygène.

GRENOUILLE A.			CŒUR DE LA GRENOUILLE B.			
ÉTAT DES X.	RYTHME DU CŒUR.		Rythme.	EXCITABILITÉ.		
	Repos des X.	Faradisation des X.		Rhéobase (volts).	Chronaxie (mill. de sec.).	Deuxième mesure de la rhéobase (contrôle).
a) Repos des X.	36	—	40	4.6	1.5	4.4
Idem, après quelques minutes d'adaptation	—	—	—	3.2	2	3
b) 10 minutes de faradisation intermittente des X.	—	60 à 72 (contr. péristal.)	40	8.4	1	8.6
c) Après 5 minutes de repos des X.	32	—	36	3	3	3
d) Deuxième faradisation des X	—	38 à 60 (arrêts sporad.)	36 puis 40	8.4	1.5	8.4
e) Après 5 minutes de repos des X.	34	—	38	8.8	3.5	8.8
dem, après 10 minutes de repos.	—	—	—	9.4	3.5	

Expérience n° 11, du 2 janvier 1925. (Type I^{bis}.)

Deux Grenouilles brunes A et B, en série. Faradisation des X de A par les trompes d'Eustache. 7000 ohms en série, 3000 ohms en shunt. Liquide de Ringer n° 3.

GRENOUILLE A.			CŒUR DE LA GRENOUILLE B.			
ÉTAT DES X.	RYTHME DU CŒUR.		Rythme.	EXCITABILITÉ.		
	Repos des X.	Faradisation des X.		Rhéobase (volts).	Chronaxie (mill. de sec.).	Deuxième mesure de la rhéobase (contrôle).
a) Repos des X de A	24	—	28	1.6	5.5	1.6
b) 25 minutes de faradisation intermittente des X de A . .	20 puis 36	36	24	2.3	7.5	2.3
Idem, 5 minutes après la première mesure	—	—	—	1.6	7.5	1.6
c) Après 14 minutes de repos des X.	22	—	24	2.1	4.5	2.1

Expérience n° 13, du 6 janvier 1925. (Type I.)

Deux Grenouilles brunes, A et B, en série. Faradisation du tronc isolé du vague droit de A. 7000 ohms en série, 3000 ohms en shunt. Ringer n° 4.

GRENOUILLE A.			CŒUR DE LA GRENOUILLE B.			
ÉTAT DU X.	RYTHME DU CŒUR.		Rythme.	EXCITABILITÉ.		
	Repos du X.	Faradisation du X.		Rhéobase (volts).	Chronaxie (mill. de sec.).	Deuxième mesure de la rhéobase (contrôle).
a) Repos du X	12	—	20	4.8	9.5	4.8
b) 17 minutes de faradisation intermittente du X droit . .	28	16 à 20 (pas d'arrêts)	20 à 22	2.2	7	2.2
c) Après 13 minutes de repos du X et lavage des deux cœurs .	8	—	46	4.7	9.5	4.7

Dans deux de ces expériences (n°s 4 et 13) ce fut une diminution de la chronaxie de B que j'observai. Dans la troisième (n° 11), la chronaxie de B fut, comme on le voit, allongée par la faradisation. Je pus, chaque fois, modifier à volonté l'excitabilité du cœur B, en agissant sur le nerf de A. Toutes ces variations sont réversibles.

Les modifications de la rhéobase ne furent nullement systématiques : on ne serait pas fondé à dire qu'elles eussent pu influencer celles de la chronaxie. L'appréciation de l'excitabilité par la méthode des seuils n'eût donc pas été possible. La mesure

de la constante de temps permit, au contraire, de l'évaluer numériquement.

Notons :

1° Dans l'expérience n° 13, une réduction de la chronaxie de B et un ralentissement du cœur de A ;

2° Dans l'expérience n° 11, une augmentation de la chronaxie de B et un effet douteux sur le rythme de A ;

3° Dans l'expérience n° 4, une réduction de la chronaxie de B, mais un effet d'accélération chez A.

La statistique de ces résultats s'établit comme suit :

Nombre d'expériences du type I ou I ^{bis}	13
Diminution nette de la chronaxie de B dans	6 cas.
Diminution peu nette ou douteuse de la chronaxie de B . . .	5 cas.
Augmentation de la chronaxie de B dans	2 cas.
Absence absolue de variation de la chronaxie de B	0 cas.

Ten Cate (*loc. cit.*), en répétant les expériences de circulation en série de Brinkman et M^{lle} Van Dam, n'avait, au point de vue chronotropique, pu enregistrer que sept succès sur vingt-deux expériences. Il expliquait ces nombreux échecs d'une façon assez plausible : le hasard peut vouloir que le deuxième cœur soit moins sensible à l'action du pneumogastrique, moins vagotrope que le premier. Le principe chimique formé par la faradisation du nerf du premier animal, principe dilué dans le liquide de perfusion, pourra, dans ce cas, n'exercer aucun effet de ralentissement sur le cœur du deuxième. Il paraît résulter, de mes propres expériences, que l'effet humoral sur l'excitabilité montre un peu plus de constance.

B. — EXPÉRIENCES DU TYPE II.

Expérience n° 16, du 15 janvier 1925.

Grenouille A (Gr. brune femelle). Pendant 15 minutes, 75 centimètres cubes de liquide de Ringer n° 4 passent quatre

ou cinq fois à travers le cœur, qui bat à raison de 30 à 32 contractions par minute (liquide de repos). Une autre quantité égale de Ringer traverse le cœur quatre ou cinq fois en 15 minutes pendant une faradisation intermittente du pneumogastrique droit (liquide vagal). Le vague est peu actif; le cœur est ralenti à 28 ou 24 contractions.

Grenouille B. Le cœur isolé d'une autre Grenouille femelle est immergé partiellement, alternativement dans 20 centimètres cubes de liquide de repos ou de liquide vagal.

Mesure de l'excitabilité.

CŒUR B.	Rhéobasé (volts).	Chronaxie (mill. de sec.).	Deuxième mesure de la rhéobase (contrôle).
a) Ringer de repos (première immersion)	1	4	1
b) Ringer vagal.	0.8	3.5	0.8
Idem, après quelques minutes d'adaptation	0.8	3	0.8
c) Ringer de repos (deuxième immersion)	0.9	3.5	0.9

Deux autres expériences (n^{os} 14 et 15) ont été exécutées sur la Grenouille avec des résultats analogues.

On remarquera qu'une immersion prolongée du cœur dans le liquide vagal accentue les effets de celui-ci. Inversement, dans d'autres expériences, j'ai constaté, lors de la deuxième immersion dans le liquide de repos, que le retour de la chronaxie à sa

valeur originelle se faisait quelque peu attendre. Rappelons à ce propos que, dans ses recherches signalées plus haut, Duschl avait observé que le ralentissement du cœur n° 2 survient assez vite et disparaît plus lentement.

Deux expériences utilisant des Tortues terrestres, en suivant le même schéma, donnèrent des chiffres utilisables.

Les résultats de l'une d'elles (n° 19, 21 janvier 1925) sont en tous points comparables à ceux de l'expérience n° 16, relatée ci-dessus; après une période d'instabilité du cœur, au cours de laquelle on observe une chute progressive de la chronaxie du cœur de la Tortue B, la valeur de celle-ci se stabilise et donne les chiffres suivants :

a) Liquide de repos	13 millièmes de seconde.
b) Liquide vagal.	8 id.
c) Liquide de repos (deuxième immersion) .	13 id.

Dans l'autre expérience faite sur la Tortue, c'est, au contraire, un allongement de la chronaxie que nous observons. Notons toutefois qu'une seule et même Tortue (expérience n° 18) a servi à la préparation du Ringer de repos et du Ringer vagal et de réactif pour la mesure de la chronaxie. Voici le résumé du protocole de cette expérience :

Expérience n° 18, du 20 janvier 1925.

A. 220 centimètres cubes de Ringer n° 4 passent 4 ou 5 fois, pendant 15 minutes, à travers le cœur *in situ* d'une Tortue, le vague étant au repos; 21 contractions par minute; 220 centimètres cubes de Ringer passent 4 ou 5 fois en 15 minutes à travers le même cœur pendant la faradisation intermittente du vague droit isolé au cou. Pendant les courts repos du nerf, le cœur se contracte 24 ou 26 fois par minute; pendant sa faradisation, on note 16 à 18 contractions.

B. Le même cœur isolé est immergé alternativement dans 20 centimètres cubes de Ringer de repos ou de Ringer vagal.

Mesure de l'excitabilité.

	Rhéobase (volts).	Chronaxie (mill. de sec.).	Deuxième mesure de la rhéobase (contrôle).
a) Liquide de repos (première immersion)	1.4	9	1.4
b) Liquide vagal	3.8	12	3.8
c) Liquide de repos (deuxième immersion)	2.8	9	2.8

4. CONCLUSIONS DE LA DEUXIÈME PARTIE.

Quelle que soit la technique employée (type I, I^{bis} ou II), les résultats sont équivalents : le liquide de Ringer qui a irrigué le cœur d'une Grenouille ou d'une Tortue pendant la faradisation du pneumogastrique modifie l'excitabilité d'un second cœur emprunté à un animal de même espèce avec lequel il est mis en contact. Ces modifications sont toujours réversibles.

C'est le plus souvent un raccourcissement de la chronaxie que l'on rencontre. Dans quelques cas, plus rares, cette valeur est allongée. On est donc fondé à croire que les variations d'excitabilité du cœur que fait naître la faradisation du pneumogastrique sont en rapport avec une libération ou une formation de substances nouvelles à action bathmotropique.

Dans de nombreuses expériences, on a pu constater une complète indépendance de l'action chronotrope du vague et des variations humorales de l'excitabilité.

III. — Résumé.

1. Dans des travaux antérieurs, l'auteur avait observé que la faradisation du pneumogastrique du Chien et de la Grenouille réduit la valeur de la chronaxie des extrasystoles ventriculaires provoquées. Il résulte de l'établissement, chez la Tortue, d'une courbe des voltages liminaires en fonction des temps de passage du courant constant qui excite le cœur, que la faradisation du pneumogastrique réduit à la fois la rhéobase et la chronaxie du cœur. Elle décale vers l'axe des temps et vers l'axe des voltages la courbe de l'excitabilité. Elle diminue donc la quantité d'électricité nécessaire pour obtenir l'effet cherché. C'est la signature d'une modification profonde de l'excitabilité du myocarde.

2. Sur deux grenouilles disposées en série, et perfusées avec du liquide de Ringer, on constate des variations réversibles de la chronaxie du cœur de la deuxième (diminution, plus rarement augmentation) quand on faradise le pneumogastrique de la première.

3. On observe les mêmes variations réversibles de la chronaxie d'un cœur de Grenouille ou de Tortue immergé dans du Ringer recueilli à la sortie d'un autre cœur pendant l'excitation du pneumogastrique.

Ces observations montrent que l'action bathmotrope du vague s'exerce, comme la chronotrope, l'inotrope et la dromotrope (cf. Loewi et autres), par l'intermédiaire d'un mécanisme humoral.

(Institut Léon Fredericq, Physiologie, Liège.)

BIBLIOGRAPHIE.

1. L. ASHER, Ueber die chemischer Vorgaenge bei den antagonistischen Nerven Wirkungen. (*Arch. f. d. ges. Physiol.*, 1922, CXIII, 84.)
2. IDEM, Studien über antagonistische Nerven. (*Zeitschr. f. Biol.*, 1923, LVIII, 297.)
3. BAYLISS et STARLING, On some points in the innervation of the mammalian heart. (*Journ. of Physiol.*, 1892, XIII, 411.)
4. BIDDER, Ueber funktionell verschiedene und raemliche getrennte Nerven-centra im Froschherzen. (*Müller's Arch.*, 1852, 163.)
5. H. BOHNENKAMP, Ueber das Zusammenwirken von Organen durch humorale Uebertragung. (*Klin. Wochenschrift*, 1924, III, 61.)

du vagosympathique sur l'excitabilité du cœur des Poikilothermes.

6. BOTTAZZI, Sur le mécanisme d'action des sels de potassium sur le cœur. (*Arch. de Physiol.*, 1896, XXVIII, 882.)
7. BOURGUIGNON, La chronaxie chez l'homme. (*Masson, Paris*, 1923.)
8. BRINKMAN et M^{lle} VAN DAM, Die chemische Uebertragbarkeit der Nervenreizwirkung. (*Arch. f. d. ges. Physiol.*, 1922, CXCVI, 66.)
9. IDEM, Humoral transmission of excitation on stimulating the vagus and sympathetic nerves of the frog's heart. (*Journ. of Physiol.*, 1923, LVII, 379.)
10. COUSY et NOYONS, L'irritabilité du cœur et le balancement des ions. (*Arch. internat. Physiol.*, 1922-1923, XX, 1.)
11. A.-N. DRURY, The influence of vagal stimulation, etc. (*Heart*, 1923, X, 405.)
12. DUSCHL, Ueber die humorale Beeinflussung der Herzaktion im Warmblüter organismus nach Versuchen an Einzeltieren. (*Zeitschr. f. d. ges. exp. Med.*, 1923, XXXVIII, 268.)
13. IDEM, Ueber die humorale Beeinflussung der Herzaktion im Warmblüter Organismus nach Versuchen an parabiosierten Ratten, etc. (*Münch. Med. Wochensch.*, 1923, LXX, 1268.)
14. DUSCHL et WINDHOLZ, Ueber die humorale Beeinflussung der Herzaktion im Warmblüter Organismus nach Versuchen an parabiosierten Ratten. (*Zeitschr. f. d. ges. Med.*, 1923, XXXVIII, 261.)
15. C. ECKHARD, Erregung des durch Vagusreizung zum Stillstand gebrachten Herzens. (*Beiträge zur Anat. u. Physiol.*, 1883, X, 23.)
16. ENGELMANN, Ueber die Wirkungen der Nerven auf das Herz. (*Arch. f. Anat. u. Physiol., physiol. Abt.*, 1900, 315.)
17. IDEM, Ueber die Bathmotropen Wirkungen der Herznerven. (*Arch. f. Anat. u. Physiol., physiol. Abt.*, 1902, suppl., 1.)
18. HENRI FREDERICQ, L'action bathmotrope du pneumogastrique cardiaque, appréciée chez le Chien, par la mesure de la chronaxie du myocarde ventriculaire. (*Bull. Acad. roy. Méd. de Belgique*, juin 1924 et *Arch. internat. Physiol.*, 1924, XXIII, 168.)
19. IDEM, L'action bathmotrope du pneumogastrique cardiaque, appréciée chez la Grenouille par la mesure de la chronaxie du muscle ventriculaire. (*Comptes rendus Soc. Biol.*, 1924, XCI, 1171.)
20. IDEM, La chronaxie, test moderne de l'excitabilité. (*Liège-Médical*, 1924, 191 et 231.)
21. IDEM, L'action bathmotrope du sympathique cardiaque appréciée chez le Chien par la mesure de la chronaxie des extrasystoles ventriculaires. (*Bull. Acad. roy. Méd. de Belgique*, 1924, 735.)
- 21^{bis}. IDEM, Sur le mécanisme humoral de l'action exercée par le X sur la chronaxie du myocarde. (*Comptes rendus Soc. belge Biol.*, 2 notes, 10 et 31 janvier 1925.)
22. HEMMETER, Vagus Hemmung und die anorganische Salze des Herzens. (*Biochem. Zeitschr.*, 1914, LXIII, 118.)

23. HEMMETER, Zur Biochemie des Vagusproblems. (*Biochem. Zeitschrift*, 1914, LXIII, 140.)
24. F.-B. HOFMANN, Die Innervation des Herzens und der Blutgefäße. (*Nagel's Hdbch d. Physiol. d. Menschen*, Brunswick, 1905, I, 271.)
25. HOWELL, Vagus inhibition of the heart. (*Amer. Journ. of Physiol.*, 1905, XV, 280.)
26. JENDRASSIK, Humorale Uebertragbarkeit von Nervenreizen beim Warmblüter (*Biochem. Zeitschr.*, 1924, CXXXIV, 520.)
27. TH. LEWIS, DRURY and BULGER, Observations upon flutter and fibrillation, 6^e partie. (*Heart*, 1921, VIII, 83.)
28. L. LAPICQUE, Sur la résistance du circuit dans les mesures d'excitabilité. (*Journ. physiol. et Path. gén.*, 1911, 42.)
29. M^{mes} M. LAPICQUE et C. VEIL, Vitesses musculaires mesurées par la chronaxie dans les différentes cavités du cœur et les faisceaux de passage. (*Comptes rendus Acad. Sc. de Paris*, 1916, CLIII, 103.)
30. ID^{em}, Modifications de la chronaxie du ventricule et du faisceau auriculoventriculaire pendant l'excitation du pneumogastrique. (*Comptes rendus Soc. Biol.*, 1924, XCI, 1207.)
31. M^{me} M. LAPICQUE et HENRI FREDERICQ, Chronaxie du ventricule et du faisceau de His chez le Chien. (*Arch. internat. Physiol.*, 1924, XXIII, 93.)
32. O. LOEWI, Ueber humorale Uebertragbarkeit der Herznervenzirkung. (*Arch. f. d. ges. Physiol.*, 1921, CLXXXIX, 239; 1921, CXCH, 207; 1924, CCIII, 408; 1924, CCIV, 361; 1924, CCIV, 629.)
- 32^{bis}. O. LOEWI et E. NAVRATHL, Ueber humorale Uebertragbarkeit der Herznervenzirkung. (*Ibid.*, 1924, CCVI, 123; 1924, CCVI, 135.)
33. O. LOEWI, Ueber humorale Uebertragbarkeit der Herznervenzirkung. (*Klin. Wochenschr.*, 1923, II, 1840.)
34. LUDWIG et LUCHSINGER, Zur Physiologie des Herzens. (*Arch. f. d. ges. Physiol.*, 1881, XXV, 211.)
35. MAC WILLIAM, Cardiac inhibition in the newt. (*Journ. of Physiol.*, 1885, VI, *proc.*, 16.)
36. ID^{em}, On a number of facts concerning the reflex inhibition of the eel's heart. (*Journ. of Physiol.*, 1885, V, *proc.*, 19.)
37. ID^{em}, On the phenomena of inhibition in the mammalian heart. (*Journ. of Physiol.*, 1888, IX, 351.)
38. W. MILLS, The heart of the fish compared with that of Menobranchus. (*Journ. of Physiol.*, 1885-1886, VII, 81.)
39. ID^{em}, On the physiology of the heart of the snake. (*Journ. of Anat. and Physiol.*, 1887, XXII, 1.)
40. L.-J.-J. MUSKENS, An analysis of the action of the vagus nerve on the heart. (*Amer. Journ. of Physiol.*, 1898, I, 486.)
41. H. RAAFLAUB, Ueber Hemmungswirkungen am Herzen, etc. (*Zeitschr. f. Biol.*, 1914, LXIII, 477.)

du vagosympathique sur l'excitabilité du cœur des Poikilothermes.

42. SAMOJLOFF, Weitere Beiträge zur Elektrophysiologie des Herzens. (*Arch. f. d. ges. Physiol.*, 1910, CXXXV, 417.)
43. SCHIFF, *Arch. f. Physiol. Heilkunde*, 1850, IX, 64. cité d'après Tigerstedt).
44. IDEM, Sur les nerfs dits arrestateurs. (*Arch. des Sc. phys. et nat.*, 1878, LXIII, 16.)
45. IDEM, Ibidem. (*Ibid.*, 1877, LX, 489.)
46. J. TEN CATE, La teneur du liquide de perfusion en potassium et l'action de l'excitation du vagosympathique sur le cœur de grenouille. (*Arch. néerl. de Physiol.*, 1924, IX, 558.)
47. IDEM, Sur la question de l'action humorale du nerf vague. (*Arch. néerl. Physiol.*, 1924, IX, 588.)
48. R. TIGERSTEDT, Physiologie des Kreislaufes, 4 vol. Berlin et Leipzig, 1921-1923.
49. ZONDEK, Ueber die Bedeutung der Ca und K Ionen bei Giftwirkung. (*Arch. f. exp. Path. u. Pharmacol.*, 1920, LXXXVII, 342.)
50. E. ZUNZ et P. GOVAERTS, Action hypotensive du sang carotidien recueilli pendant l'excitation du pneumogastrique. (*Comptes rendus Soc. Biol.*, 1923, LXXXVIII, 652 et 1924, XCI, 389.)
51. J.-B. ZWAARDEMAKER, Action du nerf vague et radioactivité. (*Arch. néerl. Physiol.*, 1924, IX, 213.)

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

- Cabreira (Antonio de)*. Détermination de la latitude géographique, trois hauteurs quelconques et la déclinaison de l'astre étant connues. Paris, 1924; extr. in-4° (2 p.). [30.123]
- Lacroix (Alfred)*. Notice historique sur Alphonse Milne-Edwards. Paris, 1924; extr. in-4° (74 p., portr.). [31.046]
- Pasquier (E.)*. Sur les deux espèces d'années entrant dans un calendrier. Louvain, 1924; in-8° (30 p.). [30.122]
-

Séance du samedi 7 mars 1925.

M. Fr. Swarts, *directeur de la Classe.*

Sont présents : MM. A. Gilkinet, J. Deruyts, Léon Fredericq, A. Gravis, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, A. Demoulin, A. Rutot, A. de Hemptinne, V. Willem, P. Stroobant, Ch. Julin, E. Marchal, J. Cornet, L. Crismer, *membres* ; G.-A. Boulenger, G. Chavanne, *associés* ; Th. De Donder, O. Dony, P. Bruylants, *correspondants*, et le *Secrétaire perpétuel*.

Absences motivées : MM. Lagrange, Lohest, Massart, Lecoinge, Nolf, *membres*.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre des Sciences et des Arts fait connaître qu'il prendra en très sérieuse considération le vœu de l'Académie relatif à des projets de loi, déposés au Sénat, sur la protection des animaux.

Le même Ministre prie l'Académie de lui faire des propositions précises au sujet de la réorganisation éventuelle des Prix décennaux et notamment au sujet des disciplines scientifiques qu'il y aurait lieu d'introduire dans le roulement des Prix.

Le même Ministre fait parvenir un nouveau document relatif à la réforme du calendrier proposée par M. G. Zaymus (Bucarest).

L'École de Médecine vétérinaire de l'État fait parvenir un ordre du jour de protestation, voté par son Conseil académique, contre les propositions de loi déposées au Sénat, sur la protection des animaux.

MM. V. Lathouwers et C. Heymans remercient l'Académie des prix qu'elle leur a accordés.

La Société Adriatique des Sciences naturelles remercie l'Académie d'avoir participé à la célébration du cinquantenaire de sa fondation.

La Société entomologique de Londres fait connaître qu'elle renonce à l'échange de publications avec l'Académie, à partir de 1925.

Le Comité organisateur prie l'Académie de se faire représenter à la Conférence internationale pour l'emploi de l'Esperanto dans les Sciences pures et appliquées.

Le Président de la Commission des Archives de Guerre prie la Classe des Sciences d'examiner s'il existe un moyen pratique : 1° de consolider les papiers des documents réunis par cette Commission ; 2° de fixer les encres (d'aniline, etc.) qui pâlissent et disparaissent rapidement. — La Classe décide de renvoyer la question à l'examen du Comité national de Chimie.

L'Université hébraïque de Jérusalem prie l'Académie de se faire représenter à la cérémonie de son inauguration, le 1^{er} avril 1925.

Le Comité organisateur prie l'Académie de se faire représenter au Congrès pour l'avancement des Sciences qui se tiendra à Coïmbra, le 14 juin 1925.

M. Rutot adresse un pli cacheté. La Classe en accepte le dépôt.

HOMMAGES D'OUVRAGES.

Relief du socle paléozoïque, 1^{re} et 2^e livraisons, par J. Cornet et Ch. Stevens.

Manuel des Essences forestières du Congo belge, par C. Vermoesen ; offert par le Ministère des Colonies.

Catalogue des Plantes du Jardin botanique d'Eala, par V. Goossens ; offert par le Ministère des Colonies.

Théorie mathématique de l'Électricité, par Th. De Donder.
Flore fossile du Landenien de Huppaye, Éocène inférieur. —
Un cône fossile du Rupélien, par A. Gilkinet.
— Remerciements.

RAPPORTS.

De M. Dehalu sur un travail de M. J. Meire, *Sur un nouvel instrument topographique.* — La Classe, se ralliant aux conclusions du rapporteur, décide que ce travail sera simplement déposé aux archives.

De MM. Fredericq et Rutot sur la reprise éventuelle des échanges de publications avec certaines institutions autrichiennes et hongroises. La Classe, ayant pris connaissance des rapports, décide, contre trois voix, la reprise des échanges de publications, à compter de la date où ces échanges ont été interrompus.

PRIX AGATHON DE POTTER.

(Mathématiques, 2^e période : 1922-1924.)

La Classe, se ralliant à la proposition du jury, composé de MM. Deruyts, de la Vallée Poussin et Demoulin, attribue le prix à M. P. Ver Eecke, pour son ouvrage : *Les Coniques d'Apollonius de Perge.*

COMMISSION DES FINANCES.

La Classe, nomme membre de cette Commission : M. P. Stroobant, en remplacement de M. Demoulin, élu membre de la Commission administrative.

PRIX DÉCENNAUX.

La Classe décide de proposer :

1^o La suppression du Prix décennal de Physique et de Chimie

expérimentales, et son remplacement par deux Prix décennaux différents, l'un pour la Chimie expérimentale, l'autre pour la Physique expérimentale ;

2° La majoration de la valeur des divers Prix décennaux.

Elle exprime le vœu de voir supprimer l'énumération des matières relatives au Prix décennal des mathématiques appliquées.

TRAVAUX A L'EXAMEN.

Quelques approximations dans le champ massique, par M. Nuyens; présenté, avec rapport favorable, par M. Th. De Donder. — Impression dans le *Bulletin*.

Sphère massique dans les univers d'Einstein et de Sitter, par M. Nuyens; présenté, avec rapport favorable, par M. Th. De Donder. — Impression dans le *Bulletin*.

Quelques mesures phonétiques du rayonnement solaire, par M. Boutaric et M^{me} Manière; présenté, avec rapport favorable, par M. le comte de Hemptinne. — Impression dans le *Bulletin*.

LECTURES.

Préhistoire et Archéologie, par M. Rutot. — Impression dans le *Bulletin*.

Les Mouvements respiratoires et la Circulation chez le jeune Alevin de Truite, par V. Willem. — Impression dans le *Bulletin*.

Compte rendu des travaux du Comité national d'Astronomie en 1924, par M. P. Stroobant, président, — Impression dans le *Bulletin*.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Préhistoire et Archéologie

par A. RUTOT,

Membre de l'Académie.

Tout homme de science qui jette, sur l'ensemble des connaissances acquises, un coup d'œil synthétique, s'aperçoit aisément que toutes les sciences s'interpénètrent au point qu'il devient parfois difficile de tracer, entre elles, des limites, du reste toujours arbitraires.

L'un des exemples les plus remarquables de cette liaison est la fusion qui s'est récemment réalisée entre la Physique et la Chimie, fusion d'où est née la Physico-chimie.

D'autre part, la Paléontologie tend à se rapprocher étroitement de la Géologie, de la Zoologie et de la Biologie, et celle-ci a de telles attaches avec la Physico-chimie, qu'il devient malaisé d'en établir les frontières.

Cependant, au point de vue pratique de la spécialisation et de l'enseignement, il est indispensable de tracer des limites aussi justifiées que possible entre les diverses branches du savoir humain, et ce n'est que dans l'examen méthodique des détails que l'on parvient à établir les séparations nécessaires.

Un cas intéressant du même genre que les précédents se présente pour deux sciences connexes : la Préhistoire et l'Histoire, unie à son annexe l'Archéologie, au sujet desquelles des difficultés se sont élevées dans ces derniers temps.

Il est bien évident, en fait, que la Préhistoire passe à l'Histoire par des transitions insensibles, et, à première vue, on serait tenté de les confondre en une science unique ; mais un examen moins superficiel de la question montre que la Préhistoire se détache nettement de l'Histoire par interposition d'un terme intermédiaire qui a reçu le nom de Protohistoire.

La Préhistoire et l'Histoire se distinguent principalement par des différences notables résultant de l'application des procédés servant à établir la Chronologie.

Si l'on analyse la texture de la Préhistoire, on reconnaît aisément que ses bases véritables sont la Géologie, la Pétrographie, la Paléontologie tant animale qu'humaine; ainsi elle n'est, en quelque sorte, qu'une branche spécialisée de ces trois sciences auxquelles viennent s'adjoindre des connaissances techniques sur l'utilisation de l'outillage de pierre, qui sont du ressort de l'art de l'ingénieur.

De plus, la Préhistoire repose sur les méthodes d'exploration de la Géologie et elle lui a emprunté son mode de nomenclature, vu que les noms des industries de pierre sont tirés de ceux des localités où ont été faites les premières trouvailles; les termes : Chelléen, Acheuléen, Moustérien, etc., étant analogues aux noms tels que : Ypresien, Bruxellien, Tongrien, etc., donnés par les géologues à leurs terrains.

Si l'on observe, au même point de vue analytique, l'Histoire et son aspect documentaire l'Archéologie, on reconnaît que leur Chronologie est toute différente de celle de la Préhistoire.

L'Histoire se base surtout sur les traditions anciennes, sur des écrits, des inscriptions, des monnaies, des médailles, sur des monuments, des objets d'art, statues, bas-reliefs, peinture, architecture et céramique.

Celui qui examine les choses superficiellement pourrait croire que la Préhistoire et l'Archéologie s'appuient sur les fouilles, mais il est facile de constater que ces fouilles ont un but complètement différent.

Le préhistorien-géologue fouille pour mettre à nu des coupes de terrains en profondeur, afin de pouvoir dater, par la chronologie géologique, les objets qui peuvent se rencontrer aux différents niveaux de la coupe.

Le préhistorien fouille aussi les cavernes pour y établir d'abord la série des superpositions constituant le remplissage, lesquelles

fourniront la situation relative des niveaux, l'âge de ceux-ci ne pouvant être précisé que par leur liaison stratigraphique avec les couches de la série normale extérieure aux cavernes.

Pour le préhistorien, la fouille a donc un double but :

1° Établir la chronologie géologique des couches de terrains à explorer;

2° Effectuer dans ces couches les recherches de matériaux : outillage de pierre, ossements animaux ou humains, qui peuvent s'y rencontrer.

Ce n'est qu'à la suite d'une longue expérience que l'âge d'une couche déterminée peut être fourni par les documents fossiles qu'on y découvre.

Certes, l'Archéologue pratique également des fouilles, mais elles n'ont pour but que de dégager des restes de monuments ou d'objets divers des terrains remaniés ou éboulés qui les recouvrent, sans que les données géologiques ou paléontologiques interviennent en rien pour établir la chronologie.

Il est vrai qu'en certain cas, comme celui de villes antiques, il existe, superposés, les restes de plusieurs occupations successives, mais, encore ici, les différents niveaux n'ont aucune connexion avec la Géologie; ce sont les restes eux-mêmes qui donnent la clef de la Chronologie.

Si maintenant nous considérons l'ensemble de la Science préhistorico-historique, tous les connaisseurs sont d'avis qu'on y distingue deux grandes divisions principales, qui sont, en partant de la plus ancienne : l'âge de la Pierre, auquel succède l'âge des Métaux.

L'âge de la Pierre correspond, en gros, à l'époque de la sauvagerie humaine, tandis que l'âge des Métaux concorde surtout avec la période de civilisation.

Tout ce qui concerne l'âge de la Pierre est en étroite connexion avec la Géologie et la Paléontologie des terrains tertiaires, quaternaires et débuts du moderne, avec cette remarque

que l'Ère moderne des géologues a commencé il y a une douzaine de mille ans.

Tout ce qui touche à l'Archéologie n'est en relation qu'avec la superficie du sol actuel, ce sol étant presque toujours constitué par du terrain remanié, des remblais ou des éboulis, c'est-à-dire par des couches d'origine artificielle; de plus les repères chronologiques sont constamment d'ordre purement archéologique, auxquels s'attachent des noms de peuplades historiques : Hittites, Sémites, Égyptiens, Lybiens, Celtes, Germains, Ligures, etc.

Chacun des deux grands groupes de la Science préhistorico-historique est donc nettement caractérisé par la matière première dont sont constitués l'outillage et l'armement : pierre exclusive d'un côté, métal de l'autre, la liaison transitoire ou Protohistoire comprenant à la fois l'utilisation ultime de la pierre associée aux débuts du métal.

Or, nous avons dit ci-dessus que la Préhistoire ne s'occupe exclusivement que du groupe à industrie de pierre; il s'ensuit, en raison de la présence du métal, que la Protohistoire se rattache nettement à l'Histoire et à l'Archéologie.

Par conséquent, la Préhistoire, par ses relations intimes avec les sciences géologiques, se rattache directement à la mission des Musées d'Histoire naturelle et au groupe d'études du doctorat en sciences naturelles; d'autre part, l'Histoire-Archéologie, ressortant nettement des sciences dites historiques, se trouve, de ce fait, en connexion avec le groupe d'études du doctorat en philosophie et lettres et avec la mission des Musées archéologiques et de ceux de l'Histoire de l'Art.

Cette distinction a, du reste, été faite depuis longtemps par les Académies et les grands musées de l'étranger.

Pour ce qui concerne les Académies, la Préhistoire est rattachée à la Classe des Sciences, tandis que l'Archéologie est du ressort de la Section d'Histoire de la Classe des Lettres et des Sciences morales et politiques.

La même distinction a été réalisée lors de la fondation de la Fédération des sociétés scientifiques (Sciences physiques et mathématiques et sciences naturelles) ; les Sciences historiques ont été écartées.

Et maintenant, que conclure de cette dissertation?

C'est que chaque type des grandes institutions de l'État a son domaine bien défini :

1° Aux Musée d'Histoire naturelle doit se rattacher la Préhistoire, strictement limitée à l'Age de la Pierre.

2° Aux Musées d'Antiquités ou d'Histoire de l'Art, seront réservées la Protohistoire et l'Archéologie proprement dite, correspondant à l'Age des Métaux.

Enfin, est-ce à dire que les limites ainsi fixées soient infranchissables?

Nullement, mais si le groupe de l'âge de la Pierre n'a généralement nul besoin d'en sortir, attendu que sa compétence ne s'étend pas en dehors de son domaine, on conçoit que, dans certains cas, pour des questions d'origine, par exemple, la Protohistoire puisse se voir obligée de pénétrer quelque peu dans le domaine de la Préhistoire.

Certes, les préhistoriens ne verront jamais, en l'occurrence, qu'une occasion intéressante de collaborer à la solution d'un problème pouvant éclairer les deux groupes; ils se prêteront évidemment de bonne grâce à satisfaire au désir de leurs confrères et cette collaboration est d'autant plus nécessaire dans des pays comme la Belgique, que le champ d'action y est assez vaste pour que plusieurs activités s'y donnent librement cours.

A ce sujet, si nous nous plaçons au point de vue du public désireux de s'instruire, il sera heureux de trouver dans les deux types d'institutions de l'État les matériaux divisés rationnellement et bien classés, constituant, dans leur ensemble l'antique et précieux patrimoine de la nation belge, avec, à côté, la documentation de comparaison destinée à en assurer la bonne compréhension.

Nous ajouterons, pour terminer, qu'une excellente solution, qui s'imposera dans l'avenir, en raison de l'accumulation incessante des matériaux tant préhistoriques qu'archéologiques, consisterait en la création d'un Musée préhistorique autonome, comprenant deux sections : l'une préhistorique, dirigée par un géologue, l'autre protohistorique, dirigée par un archéologue, tous deux choisis, autant que possible, parmi les membres de l'Académie.

Toute la formidable documentation restante, civilisations orientales, gréco-romaine, franque, médiévale, etc., constituerait le Musée des Antiquités à tendance à la fois scientifique et artistique, un membre de la Classe des Beaux-Arts paraissant tout désigné pour la direction de cette institution.

Mouvements respiratoires et circulation chez le jeune alevin de Truite,

par V. WILLEM, membre de la Classe,
P. BERT et M. PAYNJON, étudiants à l'Université de Gand.

I. — INTRODUCTION.

Dans une note publiée en 1921 ⁽¹⁾, l'un de nous a exposé comment on est arrivé progressivement à la connaissance d'un synchronisme, à périodicité égale, des mouvements respiratoires et des pulsations cardiaques chez les Poissons et a cité à ce propos (pp. 513, 533) les observations de E. BABAK sur des alevins de Truite nouvellement éclos ⁽²⁾, soumis à des températures croissantes, dans de l'eau aérée et dans de l'eau bouillie. Ce physiologiste constate que le synchronisme se maintient

(1) V. WILLEM, *Synchronisme des mouvements respiratoires et des pulsations cardiaques chez les Poissons*. (BULLETINS DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE [Sciences], 6 août 1921.)

(2) E. BABAK, *Die Synchronie des Atem- und Herzrhythmus beider Fischembryonen und der Einfluss der Temperatur*. (FOLIA NEURO-BIOLOGICA, Bd VI, 1912.)

dans certaines limites de température, pendant que les deux rythmes s'accélèrent; puis, vers 16°⁵ dans l'eau aérée et vers 22° dans l'eau bouillie, il y a dissolution : tandis que les mouvements respiratoires cessent de s'accélérer et même se ralentissent à mesure que la température s'accroît, la fréquence des pulsations cardiaques se précipite jusque vers 25°. Et BABAK suggère que cette dissociation des rythmes serait due au fait que le rythme cardiaque cesse alors d'être réglé par le système nerveux (p. 370) : dès lors le cœur, libéré de la tutelle du système nerveux central, qui avait précédemment modéré son accélération, obéit exclusivement aux lois de l'accélération des processus vitaux sous l'influence de l'élévation de la température et se met à compenser le retard relatif qu'il avait subi (p. 371).

Nous avons eu récemment l'occasion de faire des expériences du même genre sur des alevins de *Trutta fario*, élevés dans un bac d'incubation à notre laboratoire; nous avons obtenu des résultats qui ne concordent pas avec les faits publiés par E. BABAK, et nous avons assisté à des altérations curieuses et suggestives de la circulation cardiaque.

II. — SYNCHRONISME CHEZ LES ALEVINS NORMAUX.

Nous avons commencé nos observations avec des alevins éclos depuis neuf ou dix jours. Des exemplaires, isolés en petit nombre dans des cristallisoirs de 9 centimètres de diamètre, sous à peu près 1 centimètre d'eau, furent exposés à des températures diverses, maintenues constantes pendant des laps de temps assez longs, de plusieurs heures. On repérait, pour la détermination du rythme cardiaque et du rythme respiratoire, des sujets qui étaient restés immobiles, couchés sur le flanc, depuis au moins une dizaine de minutes, ou qui, tout au moins, n'avaient pas fait de mouvements natatoires prolongés ou violents. Voici une expérience type dans la série :

a. A 4°, un lot de cinq sujets fournit, pour les pulsations

cardiaques les nombres 40, 37, 40, 37, 43, par minute (moyenne : 39) et des nombres égaux pour les mouvements respiratoires. Il y a égalité des deux rythmes chez les cinq individus, le commencement de la phase inspiratoire correspondant au dégonflement du bulbe aortique.

b. Les mêmes individus, transportés dans un milieu à 6°, donnent, après un séjour de plusieurs heures, les rythmes respiratoires suivants : 48, 48, 44, 48, 51 (moyenne : 48). Il y a synchronisme des mouvements respiratoires et des pulsations cardiaques pour les quatre premiers sujets; l'orientation du cinquième ne permet pas la numération des pulsations cardiaques, et il y a d'ailleurs indication que le sujet a vigoureusement nagé peu de temps auparavant.

c. Le lendemain, après une nuit passée à la température de 6°, on observe, chez les cinq sujets immobiles, égalité des deux rythmes et les mouvements sont, à la minute, de 49 ou 50.

d. La température du récipient est portée, en une heure, à 8°. Le synchronisme se conserve chez les cinq sujets, tandis que le rythme commun monte à environ 60 mouvements par minute.

e. Puis, en un laps de temps de deux heures, la température s'étant élevée à 15°, les cinq sujets se mettent à frétiller vigoureusement à la suite de la moindre excitation, et il n'est plus possible de les observer immobiles pendant plus de quelques secondes. Le nombre des mouvements respiratoires atteint les environs de 120 à la minute et le rythme des pulsations cardiaques est voisin de 90 par minute. Il y a donc là un fort dyschronisme; mais la suite de l'expérience va montrer qu'il n'est pas le résultat immédiat de la hausse de la température.

f. En effet, le lendemain matin, après une nuit passée dans un milieu à 13°5, on observe, à cette dernière température, les rythmes cardiaques et respiratoires suivants :

89	82	86	98	78
$\frac{89}{100}$,	$\frac{82}{97}$,	$\frac{86}{86}$,	$\frac{98}{98}$,	$\frac{78}{84}$,

c'est-à-dire égalité chez deux sujets; et chez les autres, une légère prédominance des nombres respiratoires, dont la cause est apparemment due à des mouvements effectués tout récemment. D'ailleurs, chez ces deuxième et cinquième sujets, le synchronisme s'observe nettement pour des séries d'une dizaine de pulsations; puis, par intervalles, il y a précipitation des mouvements respiratoires, avec une véritable disjonction des deux rythmes : c'est comme si l'on assistait à un retour à l'égalité, sous l'action d'impulsions émancées du cœur, pendant que les mouvements respiratoires se ralentissent progressivement.

g. Puis, la température ayant monté très lentement à 15°, et aucune excitation n'ayant troublé le repos de trois des cinq exemplaires, on observe chez eux les rythmes

$$\frac{96}{104}, \quad \frac{92}{104}, \quad \frac{96}{100}$$

h. Enfin, les mêmes sujets, après avoir passé la nuit à 5°, donnent le lendemain, pour les rythmes cardiaques et respiratoires,

$$43, 41, 42, 42, 42, \text{ avec synchronisme.}$$

Ils sont donc revenus à un régime analogue au stade initial, et l'expérience gagne par là même une valeur plus démonstrative.

Nous avons le droit de conclure de cet ensemble de constatations, portant sur le même groupe de cinq sujets, que les résultats de l'observation *e* sont anormaux, en ce sens que les accélérations constatées sont dues moins à l'élévation de la température qu'à l'agitation presque incessante des sujets. — D'autre part, de nombreuses expériences, analogues à la précédente, ayant corroboré constamment les chiffres cités ci-dessus, on peut admettre que les rythmes cardiaque et respiratoire, chez nos sujets, étaient, aux diverses températures auxquelles nous les avons soumis, approximativement les suivants :

4°	5°	6°	8°	13°5	15°
39	42	48-50	60	86/98	98/103

Il y avait donc, chez nos alevins de Truite, égalité des deux rythmes; et cette égalité s'est conservée, dans des circonstances précises, malgré une accélération qui en doublait pour le moins la rapidité. Mais un élément perturbateur, l'influence des mouvements musculaires, trouble facilement ce synchronisme, en exagérant la rapidité des mouvements respiratoires. Et l'intervention de ce facteur, difficile à éviter quand la hausse de température accroît l'excitabilité des sujets, ne permet pas de déterminer avec quelque précision le moment où commencerait la disjonction éventuelle des deux rythmes, sous l'influence d'une température croissante.

Dans les expériences précédentes, ce moment paraissait se placer vers 15°. Une autre observation montre que le synchronisme est susceptible de se maintenir bien au delà. Un échantillon vigoureux, prélevé directement dans le bac d'incubation, est porté en une heure à 23°. Or, même à cette température élevée, que ne peut supporter longtemps l'alevin de Truite, il persiste un synchronisme des pulsations cardiaques et des mouvements respiratoires, quand on parvient à éviter au poisson une agitation de quelque durée : par exemple, en le maintenant dans un verre de montre de petit diamètre et très creux. Dans ces conditions, on observe chez le sujet des séries d'une bonne dizaine de pulsations parfaitement synchrones avec les mouvements respiratoires; puis, après un frémissement de très courte durée, quelques mouvements respiratoires accélérés; et, dès que l'observation des pulsations cardiaques redevient possible, on remarque une ou deux diastoles plus grandes que la moyenne, avant que l'égalité des rythmes se rétablisse pour quelques secondes. Ce sont de semblables accélérations des mouvements respiratoires, intercalées entre des périodes de synchronisme, qui, par leur répétition, déterminent un nombre respiratoire sensiblement supérieur au nombre cardiaque : 140 pour 126, par minute.

Ces premières observations nous ont donné l'impression très nette qu'il y aurait synchronisme au moins jusque 23°, si n'intervenait pas un facteur perturbateur, résultant de mouvements violents de natation, qui accélère, pour des périodes assez courtes, la fréquence des mouvements respiratoires. Nous avons donc cherché à supprimer les frétilllements du poisson; le moyen le plus efficace est la section de la moelle épinière.

III. — SYNCHRONISME APRÈS SECTION DE LA MOELLE ÉPINIÈRE.

Le poisson étant maintenu sur le fond du cristalliseur par un lambeau de gaze fine tendu par deux doigts de l'opérateur, une aiguille tranchante, poussée au travers des muscles dorsaux, permet de sectionner délicatement la moelle épinière. L'hémorragie qui résulte de cette opération est presque nulle; la circulation continue sans trouble sensible et l'animal peut ainsi survivre de nombreux jours. Chez l'alevin dont le train postérieur est ainsi brusquement paralysé, il arrive que la tête et la portion du tronc précédant la section s'agitent, comme lors du frétilllement, et que le corps progresse légèrement sous l'influence des nageoires pectorales; mais cette agitation dure un temps très court et le rythme respiratoire ne s'en trouve pas sensiblement troublé : la tentative s'accompagne cependant d'une occlusion de la bouche et d'un arrêt très court des mouvements respiratoires, en position d'expiration.

Nous choisissons, parmi nombre d'autres, l'observation suivante, parce qu'elle a été interrompue et qu'elle témoigne, par la répétition des mêmes résultats à une journée d'intervalle, de la constance des phénomènes dans notre mode opératoire.

L'observation porte sur un sujet éclos depuis une dizaine de jours, et commence une heure après la section de la moelle, à la température de 14°. Les mouvements respiratoires sont encore d'amplitude un peu exagérée; il persiste manifestement un peu d'excitation, due aux manipulations antérieures, qui se calme en une demi-heure.

Voici les nombres relevés pour les mouvements respiratoires et les pulsations cardiaques, par minute :

14° . . .	68	mouvements respiratoires,	65	pulsations cardiaques,
16° . . .	75	id.	73	id.
18° . . .	90	id.	89	id.
20° . . .	103	id.	106	id.
21° . . .	112	id.	115	id.
22° . . .	122	id.	121	id.
23° . . .	128	id.	124	id.
24° . . .	132	id.	140	id.
25° . . .	130	id.	134	id.

Le synchronisme a donc persisté, d'une manière très évidente, pendant toute la durée de l'expérience, soit à peu près deux heures; à la fin, le nombre des mouvements respiratoires a fléchi, parce que à plusieurs reprises le poisson a cessé les mouvements, en expiration, pour essayer de frétiller; d'autre part, il semble que ces tentatives accélèrent un tant soit peu le rythme des quelques mouvements qui suivent. A la fin aussi, vers 24°-25°, les mouvements se suivent avec des amplitudes inégales, mais avec persistance du rythme synchronique.

L'observation, interrompue à 25°, reprend le lendemain, après une nuit passée dans un milieu à 5°. Elle dure 2 1/2 heures et fournit les données suivantes, par minute.

5° . . .	51	pulsations cardiaques, synchronisme;
11° . . .	60	id. id.
15° . . .	70	id. id.
17° . . .	82	id. id.
20° . . .	104	pulsations et synchronisme; mais la température ayant passé en 25 minutes de 20° à 23°, la fréquence des mouvements respiratoires diminue;
23° . . .	125	pulsations;
25° . . .	126	pulsations, 50 mouvements respiratoires, où la mandibule et le plancher buccal marchent encore de pair, mais où les opercules se meuvent de façon non continue, et non synchroniquement avec les autres pièces;
27° . . .	125	pulsations; mais asystolie après 10 à 15 pulsations;
28° . . .		le rythme est de 100 à la minute, mais la fréquence globale est de 93 en une minute; les mouvements respiratoires sont arrêtés; les nageoires pectorales sont immobiles;
30° . . .	86	pulsations en une minute.

Le ventricule a cessé de réagir et s'est arrêté à demi-contraté. C'est la systole de l'oreillette qui, chassant brusquement du sang à travers le ventricule et le bulbe aortique, fournit des ondes rythmiques qui vont gonfler les branchies et en dilater les lamelles, et qui entretient, d'autre part, le vide péricardique. Celui-ci continue, chose curieuse, à provoquer la diastole, très lente, du sinus veineux et de l'oreillette, et même fait pénétrer un peu de sang dans le ventricule, avant la systole suivante de l'oreillette. A ce stade d'empoisonnement, le flux veineux qui se dirige vers les canaux de Cuvier non seulement s'arrête à la systole de l'organe aspirateur, mais reflue très légèrement à la contraction du sinus veineux, témoignant que le vide péricardique a notablement diminué. Nous reviendrons sur des faits analogues dans un paragraphe suivant, à propos de la mort du cœur sous l'influence d'un autre facteur.

Considérons seulement ici que le synchronisme que nous étudions s'est, en l'absence de mouvements de natation perturbateurs, maintenu très constant jusque vers 22° au moins, pendant une évolution où le rythme commun s'est accéléré au plus du double de la valeur originelle. Et dès la disjonction du rythme, nous voyons l'accélération cardiaque se maintenir un certain temps, tandis que les mouvements respiratoires se ralentissent rapidement.

On remarque ici en quoi nos constatations diffèrent des observations de E. BABAK : nous ne trouvons pas, dès la rupture du synchronisme, l'accélération plus vive du rythme du cœur qu'affirme E. BABAK et, partant, la trace du freinage antérieur du cœur par les centres respiratoires. Nous assistons plutôt, pendant une persistance de l'accélération régulière du rythme des pulsations cardiaques, à une impossibilité de l'appareil respiratoire à suivre les impulsions du cœur qui, à plus basse température, en réglaient la périodicité.

Nous trouvons de ceci une confirmation intéressante dans l'action de la température sur le rythme du cœur, avant l'apparition des mouvements respiratoires.

IV. — RYTHME DU CŒUR CHEZ L'EMBRYON PRÈS D'ÉCLORE.

L'un de nous a observé l'action de l'élévation de la température sur le rythme cardiaque chez des embryons, extraits de la coque

de l'œuf quatre ou cinq jours avant la date probable de leur éclosion naturelle, et qui ne présentaient pas encore de mouvements respiratoires. Les sujets libérés de leurs coques effectuent des mouvements de courbure du corps et, surtout quand la température monte à 13°, sont capables de nager vivement pendant une demi-minute. Les nageoires pectorales oscillent rapidement; mais il n'y a pas encore de mouvements respiratoires proprement dits : il faudra une dizaine de jours encore pour que soient développées les lamelles branchiales et pour que les mouvements des opercules et des arcs branchiaux arrivent, très progressivement, à s'établir et se coordonner.

Donc, avant l'apparition des mouvements branchiaux et le fonctionnement des centres respiratoires, on compte, en même temps que la température s'élève :

à 7°	par minute, 46 pulsations cardiaques,	
8°	id. 48	id.
9°	id. 52	id.
11°	id. 62	id.
13°	id. 70	id.
14°	id. 84	id.
15°	id. 92	id.
16°	id. 99	id.
17°	id. 104	id.
18°	id. 112	id.
19°	id. 112	id.
20°	id. 120	id.
21°	id. 126	id.
22°	id. 136	id.
23°	id. 140	id.
24°	id. 140	id.
25°	id. 134	id.
26°	id. 126	id.
27°	id. 114	id.
28°	id. 108	id.
29°	id. 94	id.
29°5	id. 76	id.
30°	id. —	id.

Les mouvements de la nageoire pectorale ont cessé vers 28° et, à la même température, on a observé la mort en contracture des muscles de la queue. La mort du cœur survient avec les aspects que nous décrivons ailleurs.

Ce qu'il importe de constater surtout, c'est la grande analogie que présente ce tableau avec celui qu'ont fourni les alevins plus âgés, à moelle sectionnée : avant d'atteindre un même maximum, à une température analogue, l'accélération du rythme cardiaque présente une même allure, très régulière, dans les deux cas. Nous sommes en droit encore de conclure de cette similitude que la coexistence des mouvements respiratoires n'altérerait pas, chez les alevins plus âgés, l'allure des modifications que subissait le rythme cardiaque sous l'influence de la température.

V. — ALEVINS EMPOISONNÉS PAR LE CHLORÉTONE.

Nous avons conclu plus haut à une impossibilité de l'appareil respiratoire, dès une haute température, à suivre les impulsions régulatrices que lui donnaient antérieurement les ondes sanguines ventriculaires.

On pourrait chercher la cause de ce fléchissement de l'appareil respiratoire soit dans l'allongement progressif de la période latente et la mort des muscles, soit dans la perturbation de l'appareil nerveux coordinateur. Rien que le trouble de la coordination des mouvements respiratoires, dès les environs de 23°, puis l'existence de certains mouvements exagérés, montrent que la dernière hypothèse est la plus vraisemblable : il n'y aurait pas de raison pour que les muscles des opercules meurent avant ceux du plancher buccal. D'autre part, si nous poussons rapidement un sujet à la température de 27°, à laquelle cessent les mouvements du corps, de même que ceux des nageoires pectorales et de l'appareil respiratoire, nous constatons que le choc galvanique détermine encore des contrac-

tions des muscles de la queue et du tronc. Ces muscles ne meurent qu'après un séjour d'une certaine durée à 30°, en contracture définitive.

Des expériences au moyen du chlorétone (Parke, Davis et C^{ie}) vont, pensons-nous, appuyer cette interprétation, en nous fournissant des altérations des rythmes, analogues aux précédentes.

Notre attention avait été attirée sur l'emploi de cette substance par une indication de P. WINTREBERT (1912), disant qu'une faible addition de chlorétone à l'eau (3 dix-millièmes) rend inertes les embryons de Truite arc-en-ciel, tout en permettant leur développement normal et leur éclosion. Nous espérions donc que le chlorétone éliminerait l'action perturbatrice des frétilllements du poisson; mais des doses même inférieures à celle qu'indique P. WINTREBERT suppriment, il est vrai, plus ou moins rapidement les mouvements du corps, mais elles arrêtent en même temps les mouvements respiratoires et elles altèrent, par une action plus prolongée, la fonction du cœur et la circulation.

Voici une de nos dernières expériences, que nous citons parce qu'elle est un résumé typique des précédentes.

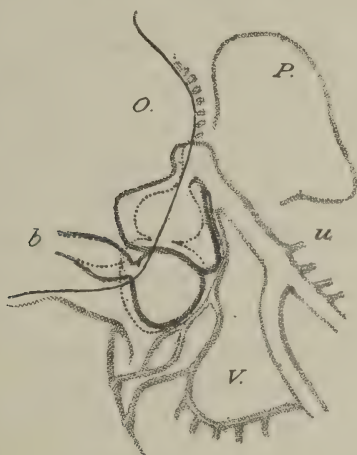
L'observation commence à 10°, par l'immersion d'un alevin, éclos depuis douze jours, dans une solution à 3/10 000 de chlorétone; 70 pulsations cardiaques à la minute. En dix minutes, la température monte à 14° et le rythme cardiaque à 76. Mais entretemps, les mouvements respiratoires ont diminué d'amplitude, tout en restant synchrones avec les pulsations cardiaques; puis ils ont montré des irrégularités de rythme et d'amplitude, quelques mouvements exagérés s'intercalant entre d'autres beaucoup plus petits; puis ils ont cessé. Le battement des nageoires pectorales s'atténue progressivement, pour s'arrêter après environ quinze minutes. La sensibilité de la queue à l'attouchement a disparu.

Après vingt-cinq minutes apparaît une stase sanguine à la base de la nageoire caudale; le cœur bat 71 pulsations à la minute.

Après cinquante-cinq minutes, le cœur donne 64 pulsations par minute.

Après soixante-dix minutes, une excitation de la queue par quatre secousses galvaniques fait disparaître la stase sanguine caudale et monter le rythme cardiaque à 70.

Après cent cinq minutes, 52 pulsations cardiaques à la



ALEVIN DE TRUITE. — Vue latérale (gauche) des contours du cœur au moment de la systole ventriculaire, et au moment de la diastole.

- O. Bord postérieur de l'opercule, dépassé par les extrémités de quelques lamelles de la première branchie;
- P. Nageoire pectorale;
- V. Vésicule vitelline;
- b, Bulbe aortique;
- u, Veine vitelline.

minute; normales d'allure; il est apparu entretemps une stase sanguine entre les masses musculaires de la base des nageoires ventrales.

Après quatre heures, le rythme cardiaque est tombé à 34 battements par minute, et les pulsations ont pris une allure

curieuse. Tout d'abord, il y a eu dissociation progressive de la contraction du sinus venosus et de la contraction auriculaire : la systole, atténuée, de l'oreillette retarde maintenant sur la systole, ample, du sinus veineux, à peu près de la durée d'une demi-pulsation, de sorte que les deux systoles alternent. En sorte qu'une contraction du sinus chasse d'abord le sang dans l'oreillette ; puis la systole de celle-ci jette brusquement une quantité, plus faible que la normale, de sang dans le ventricule. Or, celui-ci ne réagit pas à chaque pulsation : ce n'est qu'à la cinquième ondée, quand, après avoir acquis par cinq additions successives son volume diastolique ordinaire, qu'il se contracte et se vide dans le bulbe ; celui-ci, ensuite, se dégonfle avec une certaine lenteur. La progression du sang dans la veine vitelline, qui nous renseigne sur la pression péricardique, est ralentie ; elle s'arrête et témoigne même d'un faible reflux, lors de la systole du sinus veineux. La circulation générale est, naturellement, ralentie. Nous assistons donc à un empoisonnement progressif du cœur, qui atteint surtout le ventricule et, à un degré plus faible, l'oreillette, dont la systole est retardée ; le sinus veineux, lui, bat plus lentement : mais son ralentissement peut être attribué, au moins partiellement, à la diminution de l'afflux du sang veineux.

Après six heures, les ondées systoliques de l'oreillette sont faibles : le ventricule ne se trouve rempli et ne se contracte qu'après 9 ou 10 systoles du sinus veineux et de l'oreillette. Le rythme cardiaque correspond à 31 pulsations par minute.

Après huit heures, le ventricule est arrêté en systole ; l'oreillette ne montre que des contractions locales ; le sinus veineux bat encore lentement. Et l'arrêt complet survient progressivement.

Cette succession de phénomènes se présente dans toutes nos expériences, mais avec une rapidité qui dépend de la concentration de la solution de chlorétone, qui varie avec la température

et peut-être aussi un peu avec l'âge des sujets. Nous n'avons pas cherché à élucider ces dernières relations.

Quand les concentrations de chlorétone sont faibles, deux dix millièmes ou moins, par exemple, les altérations signalées ci-dessus se succèdent plus lentement, et chez l'alevin, qui survit beaucoup plus longtemps, se présentent, entre les masses musculaires du tronc et de la queue, des stases sanguines plus ou moins importantes. S'il s'agissait de poissons plus âgés, le retour du sang au cœur deviendrait à peu près nul et la circulation cardiaque se trouverait suspendue; mais dans le cas présent, la conservation de cette circulation cardiaque se trouve assurée par le circuit de la vésicule vitelline.

Ce qui nous intéresse surtout pour le moment, c'est que le chlorétone, que l'on dit agir électivement sur le système nerveux, supprime très vite la coordination des mouvements respiratoires, ainsi que l'action de la systole ventriculaire sur le rythme de ces mouvements.

RÉSUMÉ.

Il existe, chez l'alevin de Truite, dans les conditions où des mouvements violents de natation n'accélèrent pas temporairement le rythme respiratoire, un « synchronisme » très net des mouvements respiratoires et des pulsations cardiaques : le début de chaque phase inspiratoire coïncide avec l'arrivée dans le système branchial de l'ondée sanguine lancée par la systole ventriculaire.

Le mécanisme de cette excitation cardiaque est nerveux : la chaleur, qui paralyse les nerfs avant les muscles, et l'empoisonnement par le chlorétone, en agissant sur le système coordonnateur des mouvements respiratoires, altèrent dans la même mesure ce synchronisme et la coordination des manœuvres mécaniques de la respiration.

D'autre part, l'action de la chaleur et du chlorétone, en

supprimant les mouvements respiratoires d'abord, puis en arrêtant beaucoup plus tard l'activité des organes cardiaques l'un après l'autre, permet une analyse intéressante de divers éléments de la circulation sanguine. On peut mettre ainsi en évidence la transmission du pouls ventriculaire au delà du système capillaire branchial; l'influence considérable des contractions des muscles du corps sur le retour du sang au cœur; l'origine du vide péricardique, produit soit par le ventricule, comme à l'état normal, soit par l'oreillette, quand le ventricule est seul paralysé.

On remarque aussi que le cœur des tout jeunes alevins chloréonés se comporte comme un organe autonome, dont le fonctionnement ne nécessiterait que l'excitabilité à la distension de chaque chambre musculaire : chaque compartiment réagit par une systole à l'ondée qu'il reçoit du compartiment précédent; de sorte que la progression du sang le long des chambres du cœur peut se comprendre comme une conséquence immédiate de l'afflux du liquide dans la chambre initiale, le sinus veineux. Et cet afflux, d'autre part, est le résultat du vide péricardique, provenant surtout de la systole du dernier compartiment actif du cœur.

Compte rendu des travaux exécutés par le Comité national d'Astronomie durant l'année 1924,

par P. STROOBANT, membre de la Classe.

Le Comité national d'Astronomie s'est réuni trois fois au cours de l'année 1924.

Il a examiné tout spécialement la question de la revision des limites des constellations en se basant sur les études préliminaires dont s'étaient chargés MM. Casteels et Delporte.

Il a été formé une liste d'étoiles à désignations multiples, c'est-à-dire figurant dans des astérismes différents suivant les catalogues et les atlas; ces étoiles sont au nombre de 78. Un projet complet de délimitation des constellations de l'hémisphère boréal a été adopté.

Le Comité s'est occupé aussi de l'application de la méthode des hauteurs égales. A ce sujet, M. Philippot a exposé le principe de la nouvelle lunette coudée de M. de la Baume Pluvinel et M. Moreau a fait une communication sur la réduction des observations à l'astrolabe à prisme; il a déduit de onze soirées d'observations la valeur $50^{\circ}47'54''$, 4 pour la latitude du centre du cercle méridien de l'Observatoire d'Uccle.

M. Philippot a fait connaître les résultats des comparaisons d'heures par télégraphie sans fil, faites en 1923, entre les observatoires d'Edimbourg, Greenwich, Paris et Uccle; ce travail a été inséré dans les *Bulletins de la Classe des Sciences* (1924, pp. 202-209).

M. Stroobant a communiqué le rapport provisoire qu'il a rédigé relativement aux notations astronomiques en vue de l'assemblée générale de l'Union astronomique internationale de Cambridge, en juillet 1925.

Le Comité a émis un certain nombre de vœux à présenter à cette assemblée.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — Quelques approximations
dans le champ massique,

par MAURICE NUYENS (*).

Einstein a indiqué (**) une méthode d'approximations pour la résolution des équations générales du champ gravifique; il suppose que le champ gravifique dû à des masses en mouvement est peu différent du champ de Minkowski et que la vitesse de ces masses est infiniment petite par rapport à celle de la lumière.

L'application de cette méthode au théorème de l'impulsion et de l'énergie pour un fluide *incohérent* a permis à Einstein de donner à ce théorème une forme très remarquable (***).

Grâce à la théorie de M. De Donder (IV), nous avons étendu ces approximations au cas d'un fluide *quelconque*. On peut, en outre, préciser le sens qu'il faut attacher à la masse *unitaire* utilisée par Einstein dans le cas du fluide incohérent.

1. Supposons, avec Einstein, que le champ gravifique dû à des masses en mouvement soit peu différent du champ de Minkowski et posons (**)

$$g_{\mu\nu} \equiv -\delta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu}, \quad (1)$$

(*) Présenté par M. Th. De Donder.

(**) *Sitzgsb. Ak. W. Berlin*, 1916, pp. 688-696. Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation.

(***) A. EINSTEIN, *The Meaning of Relativity*. Four lectures delivered at Princeton University, May, 1921 (Methuen).

(IV) TH. DE DONDER, *La Gravifique einsteinienne*, 1921. Paris, Gauthier-Villars ou *Annales de l'Observatoire royal de Belgique*.

où les $\delta_{\mu\nu}$ sont donnés par le tableau

$$\begin{vmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c^2 \end{vmatrix} \quad (2)$$

et où les $\gamma_{\mu\nu}$ sont des fonctions de x_1, x_2, x_3, x_4 ou x, y, z, t . Rappelons que les $\gamma_{\mu\nu}$ sont suffisamment petits pour qu'on néglige devant 1 les produits de $\gamma_{\mu\nu}$ ($\mu, \nu = 1, 2, 3$), $\frac{1}{c} \gamma_{\mu,4}$ ($\mu = 1, 2, 3$) et $\frac{1}{c^2} \gamma_{44}$.

Les $g_{\alpha\beta}$ sont donc donnés par le tableau

$$\begin{vmatrix} -1 + \gamma_{44} & \gamma_{42} & \gamma_{43} & \gamma_{44}^{\frac{1}{c^2}} \\ \gamma_{24} & -1 + \gamma_{22} & \gamma_{23} & \gamma_{24} \\ \gamma_{34} & \gamma_{32} & -1 + \gamma_{33} & \gamma_{34} \\ \gamma_{44} & \gamma_{42} & \gamma_{43} & c^2 + \gamma_{44} \end{vmatrix} \quad (3)$$

et ce déterminant g des $g_{\alpha\beta}$ a donc pour valeur, en tenant compte de l'approximation donnée plus haut,

$$g = -c^2 \left(1 + \frac{\gamma_{44}}{c^2} - \gamma_{44} - \gamma_{22} - \gamma_{33} \right). \quad (4)$$

Représentons par $\delta^{\mu\nu}$ le mineur de $\delta_{\mu\nu}$ pris dans le déterminant (2) et divisé par ce même déterminant.

Ces $\delta^{\mu\nu}$ seront donc donnés par le tableau

$$\begin{vmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{c^2} \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Représentons d'une manière analogue par $g^{\mu\nu}$ le mineur

de $g_{\mu\nu}$ pris dans le déterminant (3) divisé par g . Grâce à (5), on pourra écrire d'une manière générale (*)

$$g^{\mu\nu} = - \left[\delta^{\mu\nu} + (-1)^{\mu+\nu+\varepsilon_{\mu 4}+\varepsilon_{\nu 4}} \delta^{\mu\mu} \delta^{\nu\nu} \gamma_{\mu\nu} \right], \quad (6)$$

où $\varepsilon_{\alpha\beta}$ vaut 1 ou 0, suivant que $\alpha = \beta$ ou que $\alpha \neq \beta$.

Proposons-nous maintenant de calculer, avec ces approximations, le tenseur de Riemann $G_{\alpha\beta}$; choisissons pour cela la forme suivante (**):

$$G_{\alpha\beta} = \sum_{\sigma} \sum_{\tau} g^{\sigma\tau} \left\{ \frac{1}{2} (g_{\alpha\beta, \sigma\tau} + g_{\sigma\tau, \alpha\beta} - g_{\alpha\sigma, \tau\beta} - g_{\beta\sigma, \alpha\tau}) \right. \\ \left. + \sum_k \sum_l g^{kl} \left(\begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma & \tau \\ & l \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha & \sigma \\ & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta & \tau \\ & l \end{bmatrix} \right) \right\} \quad (7)$$

En négligeant les infiniment petits du second ordre, comme il a été dit plus haut, nous obtenons la formule utilisée par Einstein :

$$G_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \sum_{\sigma} \sum_{\tau} g^{\sigma\tau} (g_{\alpha\beta, \sigma\tau} + g_{\sigma\tau, \alpha\beta} - g_{\alpha\sigma, \tau\beta} - g_{\beta\sigma, \alpha\tau}). \quad (8)$$

De plus, M. A.-S. Eddington a justifié (***), par la considération d'ondes de gravitation, l'approximation suivante :

$$\sum_{\sigma} \sum_{\tau} g^{\sigma\tau} (g_{\sigma\tau, \alpha\beta} - g_{\alpha\sigma, \tau\beta} - g_{\beta\sigma, \alpha\tau}) = 0. \quad (9)$$

Le tenseur de Riemann peut donc finalement s'écrire

$$G_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \sum_{\sigma} \sum_{\tau} g^{\sigma\tau} g_{\alpha\beta, \sigma\tau} \quad (10)$$

(*) Si l'on choisit un système d'unités tel que $c=1$ et si l'on emploie, en outre, la variable $x_4=it$, on obtient la formule d'Einstein

$$g^{\mu\nu} = - \delta^{\mu\nu} - \gamma_{\mu\nu}.$$

Nous avons préféré ne pas employer de variable imaginaire et conserver c .

(**) Voir, par exemple, les formules [5] et [6] de la note 2 de la *Gravifique einsteinienne*, par Th. DE DONDER.

(***) A.-S. EDDINGTON, *The mathematical Theory of Relativity*. 1923, voir p. 128.

ou encore

$$G_{\alpha\beta} = -\frac{1}{2} \sum_{\sigma} \sum_{\tau} \gamma_{\alpha\beta, \sigma\tau} \delta^{\sigma\tau} = -\frac{1}{2} \sum_{\sigma} \gamma_{\alpha\beta, \sigma\sigma} \delta^{\sigma\sigma}. \quad (11)$$

Cette formule a été obtenue par Einstein par l'introduction, dans (8), d'un changement de variables.

Le tenseur $G_{\alpha\beta}$ est mis ainsi sous la forme d'un dalembertien de $\gamma_{\alpha\beta}$, et l'on pourra écrire

$$G_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial^2 \gamma_{\alpha\beta}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{\alpha\beta}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{\alpha\beta}}{\partial z^2} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \gamma_{\alpha\beta}}{\partial t^2} \right) = -\frac{1}{2} \square \gamma_{\alpha\beta}. \quad (12)$$

2. Reportons-nous maintenant aux équations générales du champ massique (*) :

$$\frac{a}{2} g_{\alpha\beta} + b G_{\alpha\beta} = N u_{\alpha} u_{\beta} + P_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} (N + P), \quad (13)$$

où a est la constante cosmique et où b est une autre constante universelle; N est un facteur de densité et $P_{\alpha\beta}$ est le tenseur des pressions généralisé; on a posé

$$u^{\alpha} = \frac{dx_{\alpha}}{ds}, \quad u_{\alpha} = \sum_{\beta} g_{\alpha\beta} u^{\beta}$$

et

$$P = \sum_{\alpha} P_{\alpha}^{\alpha} = \sum_{\alpha} \sum_j g^{\alpha j} P_{\alpha j}. \quad (14)$$

Multiplions les deux membres de (13) par $g^{\beta i}$ et sommons par rapport à β . Nous aurons

$$b \sum_{\beta} G_{\alpha\beta} g^{\beta i} = N u_{\alpha} u^i + P_{\alpha}^i - \frac{1}{2} \epsilon_{\alpha}^i (N + P + a), \quad (15)$$

(*) Ces équations sont tirées d'un mémoire que M. Th. DE DONDER publiera prochainement dans le *Mémorial des Sciences mathématiques* et qui sera intitulé . *La Théorie des Champs gravifiques*.

On peut déjà trouver des équations analogues dans la *Gravifique einsteinienne*, p. 53; voir, par exemple, l'équation (192).

où

$$P_{\alpha}^i = \sum_{\beta} g^{\beta i} P_{\alpha\beta}. \quad (16)$$

Les équations générales du champ massique pourront donc s'écrire

$$-\frac{b}{2} \sum_{\sigma} \sum_{\beta} \gamma_{\alpha\beta, \sigma\sigma} \delta^{\sigma\sigma} \delta^{\beta i} = N u_{\alpha} u^i + P_{\alpha}^i - \frac{1}{2} \varepsilon_{\alpha}^i (N + P + a), \quad (17)$$

ou encore, en permutant i et β ,

$$\boxed{\square \gamma_{\alpha\beta} = -\frac{2}{b} \delta_{\beta\beta} \left[N u_{\alpha} u^{\beta} + P_{\alpha}^{\beta} - \frac{1}{2} \varepsilon_{\alpha}^{\beta} (N + P + a) \right]}. \quad (18)$$

3. Passons de la vitesse généralisée $u^{\alpha} = \frac{dx_{\alpha}}{ds}$ à la vitesse ordinaire $v^{\alpha} = \frac{dx_{\alpha}}{dt}$ par les formules

$$v^{\alpha} = \frac{u^{\alpha}}{u^4}, \quad (19)$$

$\alpha = 1, 2, 3, 4.$

avec

$$v^4 = 1.$$

Supposons que la vitesse définie par ces composantes v^{α} soit suffisamment petite, comparée à celle de la lumière, pour que $\frac{v^{\alpha}}{c}$ soit négligeable en présence de 1.

Grâce à cette hypothèse et en vertu de

$$\frac{1}{c^2} \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} g_{\alpha\beta} \frac{v^{\alpha}}{c} \frac{v^{\beta}}{c}, \quad (20)$$

nous pourrons écrire

$$u^4 = \frac{1}{c} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\gamma_{44}}{c^2} \right). \quad (21)$$

Il en résulte que

$$u_{\alpha} = \sum_{\beta} g_{\alpha\beta} u^{\beta} = -\delta_{\alpha\alpha} \frac{v^{\alpha}}{c}. \quad (22)$$

Avec ces hypothèses, l'équation différentielle (18) pourra finalement s'écrire

$$\square \gamma_{\alpha\beta} = -\frac{2}{b} T_{\alpha\beta}^*, \quad (23)$$

où l'on a posé

$$T_{\alpha\beta}^* = \delta_{\beta\beta} \left[\delta_{\alpha\alpha} N \frac{v^\alpha v^\beta}{c} - P_\alpha^\beta + \frac{1}{2} \varepsilon_\alpha^\beta (N + P + a) \right]. \quad (24)$$

Cette formule (23) est la généralisation de celle d'Einstein. Cette généralisation consiste dans le fait qu'on a conservé, outre la constante cosmique a , le tenseur P_α^β des pressions généralisées.

En intégrant l'équation (23) par la méthode des potentiels retardés, on obtient

$$\gamma_{\alpha\beta} = \frac{1}{2b\pi} \int \frac{\left\| T_{\alpha\beta}^* \left(x, y, z, t - \frac{r}{c} \right) \right\|}{r} dV, \quad (25)$$

où r est la distance du point x, y, z au centre de l'élément de volume dV . Le symbole $\| T_{\alpha\beta}^* \|$ sert à rappeler qu'il faut prendre $T_{\alpha\beta}^*$ à l'instant $t - \frac{r}{c}$.

4. Afin de calculer les $\gamma_{\alpha\beta}$, explicitons les $T_{\alpha\beta}^*$. Nous aurons :

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Pour } \alpha, \beta = 1, 2, 3 & T_{\alpha\beta}^* = -P_\alpha^\beta + \frac{1}{2} \varepsilon_\alpha^\beta (N + P + a) \\ \text{Pour } \alpha = \beta = 4 & T_{44}^* = \frac{c^2}{2} (N - P - a) + c^2 P_4^4 \\ \text{Pour } \beta = 4, \alpha = 1, 2, 3 & T_{\alpha 4}^* = -N v^\alpha + c^2 P_\alpha^4 \\ \text{Pour } \alpha = 4, \beta = 1, 2, 3 & T_{4\beta}^* = -N v^\beta - P_4^\beta \end{array} \right\} \quad (26)$$

Remarquons que cette méthode d'approximation exige que

les $T_{\alpha\beta}^*$ soient symétriques par rapport aux indices α et β , et cela, à cause de $\gamma_{\alpha\beta} = \gamma_{\beta\alpha}$.

On aura donc

$$P_{\alpha}^{\beta} = P_{\beta}^{\alpha}, \quad (27)$$

$$P_4^{\alpha} = -c^2 P_{\alpha}^4. \quad (28)$$

En introduisant ces valeurs (26) de $T_{\alpha\beta}^*$ dans (25), on pourra écrire

$$\gamma_{\alpha\alpha} = \frac{1}{2b\pi} \int \frac{\left\| \frac{1}{2} (N + P + a) - P_{\alpha}^{\alpha} \right\|}{r} dV, \quad (29)$$

$\alpha = 1, 2, 3$

$$\gamma_{\alpha\beta} = -\frac{1}{2b\pi} \int \frac{\| P_{\alpha}^{\beta} \|}{r} dV, \quad (30)$$

$\alpha \neq \beta \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3$

$$\gamma_{44} = \frac{c^2}{2b\pi} \int \frac{\left\| \frac{1}{2} (N - P - a) + P_4^4 \right\|}{r} dV, \quad (31)$$

$$\gamma_{4\alpha} = \gamma_{\alpha 4} = \frac{-1}{2b\pi} \int \frac{\| N v^{\alpha} + P_4^{\alpha} \|}{r} dV. \quad (32)$$

$\alpha = 1, 2, 3$

5. Théorème du tenseur phénoménal ou de l'impulsion et de l'énergie. — Ce théorème a été mis par M. De Donder sous la forme (*)

$$\mathfrak{D} \left(\frac{d(V^{-1} v^{\alpha})}{dt} + V^{-1} \sum_i \sum_k \left\{ \begin{matrix} i & k \\ \alpha \end{matrix} \right\} v^i v^k \right) - V^{-1} v^{\alpha} \sum_{\beta} \mathfrak{P}_{\beta} v^{\beta} + V \mathfrak{S}^{\alpha} = 0, \quad (33)$$

$\alpha = 1, 2, 3, 4$

(*) Voir note dans *Bull. Acad. roy. Belg.* [Classe des Sciences (février 1924)].

où l'on a posé

$$\mathfrak{V} = N\sqrt{-g}, \quad \mathbf{v} = \frac{ds}{dt}, \quad \mathfrak{S}^\alpha = \sum_{\beta} g^{\alpha\beta} \mathfrak{S}_{\beta}, \quad (34)$$

$$\mathfrak{S}_\alpha \equiv \sum_i \left[\frac{\partial \mathfrak{S}_\alpha^i}{\partial x_i} - \frac{1}{2} \sum_j \sum_k g^{ij} g_{kj, \alpha} \mathfrak{S}_i^k \right], \quad (35)$$

$$\mathfrak{S}_\alpha^\beta \equiv \mathbf{P}_\alpha^\beta \sqrt{-g}. \quad (36)$$

Avec les approximations définies plus haut, on peut écrire

$$\mathbf{v} = c \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\gamma_{44}}{c^2} \right). \quad (37)$$

Le théorème du tenseur phénoménal devient donc

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{V} \frac{d}{dt} \left[\left(1 - \frac{1}{2} \frac{\gamma_{44}}{c^2} \right) \frac{v^\alpha}{c} \right] - \frac{\mathfrak{V}}{c} \delta^{\alpha\alpha} \sum_i \sum_k \left[\begin{smallmatrix} i & k \\ \alpha \end{smallmatrix} \right] v^i v^k \\ - \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\gamma_{44}}{c^2} \right) \frac{v^\alpha}{c} \sum_{\beta=1}^4 \mathfrak{S}_\beta v^\beta + \mathbf{v} \mathfrak{S}^\alpha = 0. \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

L'une des équations de ce théorème étant une conséquence des trois autres, nous nous bornerons à développer les trois premières; nous pourrions écrire

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\left(1 - \frac{1}{2} \frac{\gamma_{44}}{c^2} \right) \frac{v^\alpha}{c} \right] - \frac{\mathfrak{V}}{c} \left[\begin{smallmatrix} 44 \\ \alpha \end{smallmatrix} \right] - 2 \mathfrak{V} \sum_{i=1}^3 \left[\begin{smallmatrix} i & 4 \\ \alpha \end{smallmatrix} \right] \frac{v^i}{c} \\ - \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\gamma_{44}}{c^2} \right) \frac{v^\alpha}{c} \sum_{\beta=1}^4 \mathfrak{S}_\beta v^\beta + \mathbf{v} \mathfrak{S}^\alpha = 0, \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

$\alpha = 1, 2, 3$

ou encore

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{V} \left\{ \frac{d}{dt} \left[\left(1 - \frac{1}{2} \frac{\gamma_{44}}{c^2} \right) \frac{v^\alpha}{c} \right] - \frac{1}{c} \gamma_{4\alpha, 4} - \frac{1}{2c} \gamma_{44, \alpha} \right. \\ \left. - \sum_{i=1}^3 (\gamma_{4\alpha, i} - \gamma_{i4, \alpha}) \frac{v^i}{c} \right\} \\ - \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\gamma_{44}}{c^2} \right) \frac{v^\alpha}{c} \sum_{\beta=1}^4 \mathfrak{S}_\beta v^\beta + \mathbf{v} \mathfrak{S}^\alpha = 0. \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

Il nous reste à calculer les derniers termes de la formule (40).

Pour cela, introduisons dans la formule (35) les approximations définies plus haut.

Nous avons d'abord

$$P_{\alpha} = \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial P_{\alpha}^i}{\partial x_i} + \frac{1}{2} P_{\alpha}^i \sum_k \sum_j g^{kj} g_{kj,i} - \frac{1}{2} \sum_j \sum_k g^{ij} g_{kj,i} P_{\alpha}^k \right), \quad (41)$$

où l'on a posé

$$P_{\alpha} \equiv \frac{\mathcal{P}_{\alpha}}{\sqrt{-g}}, \quad P_{\alpha}^{\beta} \equiv \frac{\mathcal{P}_{\alpha}^{\beta}}{\sqrt{-g}}. \quad (42)$$

Il résulte de là qu'on aura approximativement

$$P_{\alpha} = \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial P_{\alpha}^i}{\partial x_i} - \frac{1}{2} P_{\alpha}^i \sum_j \delta^{jj} \gamma_{jj,i} + \frac{1}{2} \sum_k \delta^{ii} \gamma_{ki,i} P_{\alpha}^k \right). \quad (43)$$

Grâce à cette dernière expression de P_{α} , nous pourrions donc écrire

$$\frac{V^{\alpha}}{c} \sum_{\beta} \mathcal{P}_{\beta} v^{\beta} = \sqrt{-g} \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial P_{\alpha}^i}{\partial x_i} \frac{v^{\alpha}}{c} - \frac{1}{2} P_{\alpha}^i \sum_j \delta^{jj} \gamma_{jj,i} \frac{v^{\alpha}}{c} + \frac{1}{2} \sum_k \delta^{ii} \gamma_{ki,i} P_{\alpha}^k \frac{v^{\alpha}}{c} \right) \quad (44)$$

et

$$V \mathcal{P}^{\alpha} = \sum_{\beta} g^{\alpha\beta} \mathcal{P}_{\beta} V = \sqrt{-g} \sum_{i=1}^4 \left[\sum_{\beta} \frac{\partial P_{\beta}^i}{\partial x_i} g^{\alpha\beta} c \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\gamma_{44}}{c^2} \right) + \frac{c}{2} P_{\alpha}^i \sum_j \delta^{jj} \gamma_{jj,i} - \frac{c}{2} \sum_k \delta^{ii} \gamma_{ki,i} P_{\alpha}^k \right] \quad (45)$$

Retournons maintenant aux trois équations (40); celles-ci deviennent, grâce à (44) et (45),

$$N \left\{ \frac{d}{dt} \left[\left(1 - \frac{1}{2} \frac{\gamma_{44}}{c^2} \right) \frac{v^{\alpha}}{c} \right] - \frac{1}{c} \gamma_{4\alpha,4} + \frac{1}{2c} \gamma_{44,\alpha} - \sum_{i=1}^3 (\gamma_{4\alpha,i} - \gamma_{i4,\alpha}) \frac{v^i}{c} \right\} = F_{\alpha}, \quad (46)$$

($\alpha = 1, 2, 3$)

où l'on a posé

$$F_{\alpha} \equiv \sum_{i=1}^4 \left[\frac{\partial P_i^i}{\partial x_i} \frac{v^x}{c} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\gamma_{44}}{c^2} \right) - \frac{1}{2} P_i^i \sum_{j=1}^4 \delta^{ij} \gamma_{jj,i} \frac{v^x}{c} \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^4 \delta^{ii} \gamma_{ki,i} P_i^k \frac{v^x}{c} + c \frac{\partial P_x^i}{\partial x_i} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\gamma_{44}}{c^2} \right) \right. \\ \left. - c \sum_{\beta=1}^4 \frac{\partial P_{\beta}^{\beta}}{\partial x_i} (-1)^{\alpha+\beta+\varepsilon_{\alpha 4}} \delta^{\beta\beta} \gamma_{\alpha\beta} \right. \\ \left. - \frac{c}{2} P_{\alpha}^i \sum_{j=1}^4 \delta^{ij} \gamma_{jj,i} + \frac{c}{2} \sum_{k=1}^4 \delta^{ii} \gamma_{ki,\alpha} P_i^k \right] \quad (47)$$

Posons, avec Einstein,

$$\sigma = -\frac{\gamma_{44}}{2}, \quad (48)$$

et désignons par $\mathbf{A}$ le vecteur ayant pour composantes

$$\mathbf{A}_1 = \gamma_{41}, \quad \mathbf{A}_2 = \gamma_{24}, \quad \mathbf{A}_3 = \gamma_{34}. \quad (49)$$

La formule (46) peut alors s'écrire sous forme vectorielle, en considérant les F_x comme les composantes d'un vecteur $\mathbf{F}$; on aura

$$\mathbf{N} \left\{ \frac{d}{dt} \left[\left(1 + \frac{\sigma}{c^2} \right) \frac{v}{c} \right] - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \frac{1}{c} \text{grad } \sigma - \frac{1}{c} [\text{rot } \mathbf{A} \cdot v] \right\} = \mathbf{F}. \quad (50)$$

Cas d'un fluide massique parfait. — Dans le cas d'un fluide massique parfait, les F_{α} donnés par (47) se simplifient considérablement. Particularisons le tenseur des P_{α}^{β} en posant

$$P_{\alpha}^{\beta} = -\varepsilon_{\alpha}^{\beta} p. \quad (51)$$

Les composantes du vecteur $\mathbf{F}$ deviennent alors

$$\mathbf{F}_{\alpha} \equiv \frac{\partial p}{\partial t} \left[-\frac{v^{\alpha}}{c} \left(1 + \frac{\sigma}{c^2} \right) + (-1)^{\alpha} \frac{\mathbf{A}_{\alpha}}{c} \right] \\ + c \frac{\partial p}{\partial x_{\alpha}} \left[-\left(1 - \frac{\sigma}{c^2} \right) + \gamma_{xx} \right]. \quad (52)$$

En introduisant l'hypothèse (51) dans le calcul des $\gamma_{\alpha\beta}$, on obtient, (29), (30), (31), (32),

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{\alpha\alpha} &= \frac{1}{4b\pi} \int \frac{\|N - 2p + a\|}{r} dV, \\ \gamma_{\alpha\beta} &= 0, \\ \gamma_{44} &= \frac{1}{4b\pi} \int \frac{\|N + 2p - a\|}{r} dV, \\ \gamma_{\alpha 4} &= \gamma_{4\alpha} = -\frac{1}{2b\pi} \int \frac{\|N v^\alpha\|}{r} dV. \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

Cas d'un fluide massique incohérent. — Supposons maintenant que tous les P_a^β soient nuls. Dans ce cas, les trois composantes du vecteur F sont nulles et la formule (50) se réduit à

$$N \left\{ \frac{d}{dt} \left[\left(1 - \frac{\sigma}{c^2} \right) \frac{v}{c} \right] - \frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{1}{c} \text{grad } \sigma - \frac{1}{c} [\text{rot } A \cdot v] \right\} = 0. \quad (54)$$

Posons, avec M. De Donder (*),

$$c^2 \delta m^* \equiv \frac{N \sqrt{-g}}{V} \delta x_1 \delta x_2 \delta x_3; \quad (55)$$

la quantité δm^* étant un invariant dans le mouvement (**), l'équation (54) peut s'écrire

$$\frac{d}{dt} \left[\left(1 + \frac{\sigma}{c^2} \right) \frac{v}{c} \delta m^* \right] = \frac{1}{c} \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \text{grad } \sigma + [\text{rot } A \cdot v] \right) \delta m^*. \quad (56)$$

Cette équation est analogue à celle obtenue par Einstein dans le cas d'une masse unitaire; on voit que, grâce à la méthode de M. De Donder, on pénètre plus profondément le sens qu'il faut attacher à cet élément de masse.

(*) *Gravifique einsteinienne*, éq. (186).

(**) *Ibid.*, éq. (184).

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — **Sphère massique**
dans les univers d'Einstein et de de Sitter,

par MAURICE NUYENS (*).

Nous avons établi, dans une note antérieure (**), la solution générale des équations d'un champ gravifique massique à symétrie sphérique. Nous allons appliquer ce résultat à l'étude d'une sphère à *densité variable* située soit dans l'univers de de Sitter, soit dans celui d'Einstein. Les constantes d'intégration seront déterminées par des conditions de continuité à la surface de la sphère et par une condition à l'origine.

La seconde partie de ce travail montre un fait curieux : une sphère *homogène* située dans l'univers d'Einstein a une densité parfaitement déterminée, qui n'est d'ailleurs pas différente de celle de la matière cosmique répandue dans tout l'espace. Dans le cas d'une sphère à *densité variable*, la densité moyenne de celle-ci est égale à celle de la matière cosmique.

Nous avons utilisé les notations définies par M. De Donder dans sa *Gravifique einsteinienne* (***).

Rappelons d'abord quelques résultats de notre note désignée brièvement (**) par E. S. Un champ à symétrie sphérique étant défini par

$$(\delta s)^2 \equiv -f_1(\delta R)^2 - R^2(\delta \theta)^2 - R^2 \sin^2 \theta (\delta \varphi)^2 + f_1(\delta t)^2, \quad (1)$$

(*) Présenté par M. Th. De Donder.

(**) MAURICE NUYENS, *Étude synthétique des Champs massiques*. (BULL. ACAD. ROY. DE BELG. [Classe des Sciences, novembre 1924].) Ce travail sera désigné dans la suite par E. S.

(***) Paris. Gauthier-Villars ou *Annales de l'Observatoire royal de Belgique*, 1921. Voir aussi *Premiers Compléments à la Gravifique einsteinienne*, 1922.

nous avons trouvé, comme solution générale des équations d'Einstein,

$$f_1 = \frac{R}{\omega} \quad \text{et} \quad f_4 = \frac{\omega}{R} \left(C_1 \int \frac{R^{3/2}}{\omega^{3/2}} dR + C_2 \right)^2, \quad (2)$$

C_1 et C_2 désignant des constantes d'intégration et ω étant mis pour

$$\omega \equiv R - \kappa \int_A^R \mu R^2 dR + \frac{a}{6b} R^3 - \alpha; \quad (3)$$

κ , a , b sont des constantes universelles, α est une constante d'intégration, μ est la densité massique, A désigne une valeur particulière de R pouvant être nulle; rappelons également que $\alpha = 0$, si $A = 0$.

Pour tous les champs où $\mu = p = 0$, on peut écrire

$$f_1 = \frac{R}{\omega} \quad \text{et} \quad f_4 = C_2^2 \frac{\omega}{R}. \quad (4)$$

Pour tous les champs où $\mu \neq 0$, $p = 0$, on peut écrire

$$f_4 = \text{constante}. \quad (5)$$

I. — SPHÈRE MASSIQUE DANS L'ESPACE DE DE SITTER.

Problème extérieur. — L'espace de de Sitter étant caractérisé par le fait que la constante cosmique a est différente de zéro et que $\mu = p = 0$ (p désignant la pression), nous pouvons écrire (*), en vertu de (4),

$$f_1 = \frac{R_e}{\omega}, \quad f_4 = C_2^2 \frac{\omega}{R_e}, \quad (6)$$

où

$$\omega \equiv R_e + \frac{a}{6b} R_e^3 - \alpha. \quad (7)$$

(*) Nous affecterons les symboles des indices e ou i suivant qu'ils se rapportent à l'extérieur ou à l'intérieur de la sphère.

Le $(\delta s)^2$ pour le champ extérieur s'écrira donc

$$\left. \begin{aligned} (\delta s)^2 \equiv & - \frac{(\delta R_e)^2}{1 + \frac{a}{6b} R_e^2 - \frac{\alpha}{R_e}} - R_e^2 [(\delta \theta)^2 + \sin^2 \theta (\delta \varphi)^2] \\ & + C_2^2 \left(1 + \frac{a}{6b} R_e^2 - \frac{\alpha}{R_e} \right) (\delta t)^2. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Problème intérieur. — Supposons que la densité μ et la pression p soient fonctions du rayon. D'après la solution générale (2), nous pouvons écrire le $(\delta s)^2$, définissant le champ gravifique à l'intérieur de la sphère, sous la forme

$$\left. \begin{aligned} (\delta s)^2 \equiv & - \frac{(\delta R_i)^2}{\frac{\omega}{R_i}} - R_i^2 [(\delta \theta)^2 + \sin^2 \theta (\delta \varphi)^2] \\ & + \frac{\omega}{R_i} \left(C_1 \int \frac{R_i^{3/2}}{\omega^{3/2}} dR_i + C_3 \right)^2 (\delta t)^2, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

où l'on a posé, en intégrant depuis le centre de la sphère,

$$\omega \equiv R_i - \kappa \int_0^{R_i} \mu R_i^2 dR_i + \frac{a}{6b} R_i^3. \quad (10)$$

Continuité à la surface des potentiels et de leurs dérivées. — Exprimons d'abord que les rayons sont continus à la surface et posons

$$(R_e)_s = (R_i)_s = A, \quad (11)$$

l'indice s servant à rappeler qu'on se trouve à la surface.

On a également pour les dérivées premières de ces rayons

$$\left(\frac{dR_e}{dR_i} \right)_s \equiv 1. \quad (12)$$

En exprimant que les potentiels f_1 sont continus, on trouve très facilement

$$\alpha = \kappa \int_0^A \mu R_i^2 dR_i. \quad (13)$$

En procédant de la même manière pour les dérivées des potentiels f_1 , on obtient, grâce à (12),

$$-\frac{\frac{a}{3b}A + \frac{\alpha}{A^2}}{\left(1 + \frac{a}{6b}A - \frac{\alpha}{A}\right)} + 2\left(\frac{d^2R_e}{dR_i^2}\right)_s = -\frac{1}{\left(\frac{\omega}{R_i}\right)_s} \frac{A\omega'_s - \omega_s}{A^2}, \quad (14)$$

ou, en effectuant,

$$\left(\frac{d^2R_e}{dR_i^2}\right)_s = \frac{\frac{x\mu}{2}A}{1 + \frac{a}{6b}A^2 - \frac{\alpha}{A}}. \quad (15)$$

Cette dernière formule montre qu'on pourra exprimer un rayon en fonction de l'autre par une relation quelconque, pourvu qu'on satisfasse aux fonctions (11), (12) et (15). Dans la méthode d'intégration de Schwarzschild, les rayons sont liés en chaque point (*). Cela résulte de l'hypothèse que le déterminant des potentiels est constant.

Exprimons enfin que les potentiels f_4 et leurs dérivées sont continus. On obtient les deux relations

$$C_2 \sqrt{1 + \frac{a}{6b}A^2 - \frac{\alpha}{A}} = \sqrt{\frac{\omega_s}{A}} \left(C_1 \int \frac{R_i^{5/2}}{\omega^{3/2}} dR_i + C_3 \right)_s, \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} C_2^2 \left(\frac{a}{3b}A + \frac{\alpha}{A^2} \right) &= 2 \left(C_1 \int \frac{R_i^{5/2}}{\omega^{3/2}} dR_i + C_3 \right)_s C_4 \frac{A^{3/2}}{\omega_s^{4/2}} \\ &+ \left(C_1 \int \frac{R_i^{5/2}}{\omega^{3/2}} dR_i + C_3 \right)_s^2 \frac{A \left(\frac{d\omega}{dR_i} \right)_s - \omega_s}{A^2} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

(*) Voir ce même problème traité par la méthode de Schwarzschild par H. VANDERLINDEN, *Wis- en Natuurkundig Tijdschrift*. Gand, avril 1924. Voir, par exemple, l'équation (53).

En introduisant (16) dans (17), on obtient la valeur de la constante C_1 en fonction de C_2 , à savoir

$$C_1 = \frac{\kappa\mu}{2} C_2 \sqrt{1 + \frac{a}{6b} A^2 - \frac{\alpha}{A}}. \quad (18)$$

Il résulte de (16) la valeur de C_3 , à savoir

$$C_3 = C_2 \left[1 - \frac{\kappa\mu}{2} \sqrt{1 + \frac{a}{6b} A^2 - \frac{\alpha}{A}} \left(\int \frac{R_i^{s_{12}}}{\omega^{s_{12}}} dR_i \right)_s \right]. \quad (19)$$

Enfin, la constante C_2 sera déterminée par le fait que si le rayon de la sphère massique tend vers zéro, le $(\delta s)^2$, donné en (8), doit tendre vers celui de Minkowski. On en déduit

$$C_2 = c, \quad (20)$$

c étant la vitesse de la lumière.

Toutes les constantes étant déterminées, le problème peut être considéré comme bien posé.

II. — SPHÈRE MASSIQUE DANS L'ESPACE D'EINSTEIN.

Problème extérieur. — L'espace d'Einstein est caractérisé par le fait que la constante cosmique a ainsi que la densité moyenne de la matière répandue dans cet espace sont différentes de zéro, la pression étant cependant toujours nulle. Nous pouvons écrire, en vertu de (5),

$$f_1 = \frac{R_e}{\omega}, \quad f_4 = C_3^2; \quad (21)$$

C_3 est une constante; on a posé

$$\omega \equiv R_e - \left(\frac{\kappa\mu_e}{3} - \frac{a}{6b} \right) R_e^3 - \left(\alpha - \frac{\kappa\mu_e}{3} \right), \quad (22)$$

μ_e désignant la densité moyenne de la matière répandue dans l'espace.

Le $(\delta s)^2$ pour le champ extérieur s'écrira donc

$$(\delta s)^2 \equiv - \frac{(\delta R_e)^2}{1 - \left(\frac{\alpha \mu_e}{3} - \frac{a}{6b} \right) R_e^2 - \left(\alpha - \frac{\alpha \mu_e}{3} A^3 \right) \frac{1}{R_e}} \left\{ \begin{array}{l} \\ - R_e^2 [(\delta \theta)^2 + \sin^2 \theta (\delta \varphi)^2] + C_2^2 (\delta t)^2. \end{array} \right. \quad (23)$$

Problème intérieur. — Supposons que la densité μ_i et la pression p soient fonctions du rayon. D'après la solution générale (2), nous pouvons écrire le $(\delta s)^2$, définissant le champ gravifique à l'intérieur de la sphère, sous la forme

$$(\delta s)^2 \equiv - \frac{(\delta R_i)^2}{\frac{\omega}{R_i}} - R_i^2 [(\delta \theta)^2 + \sin^2 \theta (\delta \varphi)^2] \left\{ \begin{array}{l} \\ + \frac{\omega}{R_i} \left(C_4 \int \frac{R_i^{3/2}}{\omega^{3/2}} dR_i + C_3 \right)^2 (\delta t)^2, \end{array} \right. \quad (24)$$

où l'on a posé, en intégrant depuis le centre de la sphère,

$$\omega \equiv R_i - \alpha \int_0^{R_i} \mu_i R_i^2 dR_i + \frac{a}{6b} R_i^3. \quad (25)$$

Continuité à la surface des potentiels et de leurs dérivées. — En exprimant que les rayons sont continus ainsi que leurs dérivées premières, on obtient, comme aux formules (11) et (12),

$$(R_e)_s = (R_i)_s = A \quad (26)$$

et

$$\left(\frac{dR_e}{dR_i} \right)_s = 1. \quad (27)$$

D'autre part, en résolvant la première équation différentielle du champ gravifique, à savoir (*)

$$-\frac{1}{R^2} + \frac{f_1}{R^2} + \frac{a}{2b} f_1 = 0, \quad (28)$$

(*) Voir l'équation (13) de l'E. S.

on obtient

$$f_1 = \frac{1}{1 + \frac{a}{2b} R^2}. \quad (29)$$

En identifiant ce résultat avec (21), on trouve

$$\mu = 2ac \quad (30)$$

et

$$\alpha = \frac{\kappa \mu_e}{3} A^3. \quad (31)$$

En exprimant que les potentiels f_1 ainsi que leurs dérivées premières sont continus, on obtient, comme en (13), (14) et (15),

$$\alpha = \kappa \int_0^A \mu_i R^2 dR \quad (32)$$

et

$$\left(\frac{d^2 R_e}{dR_i^2} \right)_s = \frac{\kappa [(\mu_i)_s - \mu_e]}{1 - \left(\frac{\kappa \mu_e}{3} - \frac{a}{3b} \right) A^2}. \quad (33)$$

De (31) et (32), il résulte

$$\mu_e \frac{A^3}{3} = \int_0^A \mu_i R_i^2 dR_i. \quad (34)$$

Cette dernière relation montre que, si μ_i est constant, on aura

$$\mu_e = \mu_i = 2ac. \quad (35)$$

On peut écrire, du reste, en désignant par $\bar{\mu}_i$ une valeur moyenne de la densité à l'intérieur de la sphère,

$$\mu = \bar{\mu}_i. \quad (36)$$

Ce résultat, qui résulte immédiatement de (34), semble bien montrer que, conformément aux idées d'Einstein, μ_e est la densité moyenne de toute la matière répandue dans l'espace.

Exprimons enfin que les potentiels f_4 et leurs dérivées sont continus. On obtient

$$C_2 = \sqrt{\frac{\omega_s}{A}} \left(C_1 \int \frac{R_i^{3/2}}{\omega^{3/2}} dR_i + C_3 \right)_s, \quad (37)$$

$$C_1 = -\frac{1}{2} C_2 \left[\frac{a}{3b} + \frac{1}{2bc} \left(\mu_i^s - \frac{\mu_e}{3} \right) \right]. \quad (38)$$

En introduisant (38) dans (37), on aura exprimé les constantes C_1 et C_3 en fonction de la constante C_2 .

Celle-ci sera déterminée, comme plus haut, en exprimant que le $(\partial s)^2$ écrit en (23) tend vers celui de Minkowski lorsque le rayon de la sphère tend vers zéro. On trouve, (20),

$$C_2 = c,$$

c étant la vitesse de la lumière.

CHIMIE PHYSIQUE. — Quelques mesures photométriques
du rayonnement solaire,

par M. A. BOUTARIC et M^{me} Y. MANIÈRE (1).

Nous avons fait quelques mesures photométriques sur la lumière solaire en utilisant une méthode de photométrie physique dont le principe a été indiqué par Ives et Kingsbury (*).

Devant un pyrhéliomètre d'Angström nous disposons : 1° une cuve de 1 centimètre d'épaisseur contenant une solution absorbante dont le coefficient de transmission pour chaque longueur d'onde est sensiblement proportionnel au coefficient de luminosité de l'œil pour cette longueur d'onde; 2° une cuve de 3 centimètres d'épaisseur, pleine d'eau, destinée à arrêter les radiations infra-rouges. Dans ces conditions l'indication du pyrhéliomètre, qui mesure la chaleur reçue à travers les milieux absorbants pendant une minute par centimètre carré, permet de calculer la valeur en lumens du faisceau incident et, par suite, l'éclairement qu'il est susceptible de produire.

Soit q l'indication du pyrhéliomètre en cal. g. par centimètre carré et par minute. La puissance en watt correspondante est

$$\frac{q}{60} \times 4,18.$$

La cuve absorbante eût dû avoir les coefficients de transmission suivants, égaux aux coefficients de luminosité L :

λ	L
0,50 μ	0,363
0,55	1,000
0,60	0,635

En réalité, le coefficient de transmission pour la radiation correspondant au maximum de sensibilité de l'œil 0^m55

(1) Présenté par M. le comte de Hemptinne.

(*) IVES et KINGSBURY, *Physical Review*, 2^e série, t. VI, p. 319.

était 0,510. Si la cuve avait eu un coefficient de transmission égal à l'unité pour cette radiation, la puissance mesurée au pyréliomètre eût été :

$$p = \frac{q}{60} \times \frac{4,18}{0,510}.$$

Les déterminations faites sur l'équivalent mécanique de la lumière (*) indiquent qu'une puissance de 0,00155 watt rayonnée sous la longueur d'onde 0^m55 correspond à un flux lumineux de 1 lumen; le nombre de lumens apportés par le faisceau de rayons solaires considéré de 1 centimètre carré de section est donc

$$\frac{q}{60} \times \frac{4,18}{0,510} \times \frac{1}{0,00155}.$$

L'éclairement d'une bougie-mètre ou lux correspond à $\frac{1}{10.000}$ de lumen par centimètre carré; l'éclairement produit par la lumière solaire sur un écran qui la diffuserait en totalité serait donc, en lux,

$$\begin{aligned} E &= \frac{q}{60} \times \frac{4,18}{0,510} \times \frac{1}{0,00155} \times 10.000 \\ &= 881.000 q. \end{aligned}$$

Il peut être intéressant de considérer le rendement lumineux que possède pour nous le rayonnement solaire. On obtient ce rendement en divisant la puissance lumineuse p du rayonnement par la puissance rayonnée totale P que permet de calculer la chaleur Q mesurée au pyréliomètre recevant directement (sans milieux absorbants interposés) le rayonnement solaire, soit

$$P = \frac{Q}{60} \times 4,18.$$

Le rendement est donc

$$r = \frac{p}{P} = \frac{1}{0,510} \times \frac{q}{Q}.$$

(*) CH. FABRY, *La photométrie hétérochrome*. Rapport présenté à la Commission internationale de l'Éclairage. Paris, juillet 1921.

Quelques mesures photométriques du rayonnement solaire.

Dans le tableau ci-dessous nous avons consigné les résultats de quelques mesures faites à Dijon, de la fenêtre de notre laboratoire, par de belles journées en mars 1924. Le tableau donne à diverses dates : les heures d'observation en temps légal de Paris; les valeurs de q et de Q en cal. g. par centimètre carré et par minute; les éclaircissements E en lux et les rendements r .

Date et heure.	q	Q	E	r
12 mars. . . 14 ^h 24 ^m	0,0838	1,152	73 776	0,144
— . . . 14,31	0,0823	1,149	72 454	0,140
— . . . 14,40	0,0820	1,136	72 192	0,141
14 — . . . 14,36	0,0844	1,075	74 356	0,153
— . . . 14,42	0,07845	1,095	69 114	0,140
15 — . . . 14,24	0,08034	1,075	70 779	0,146
— . . . 14,29	0,08117	1,058	71 510	0,150
18 — . . . 14,19	0,0889	1,061	78 320	0,164
— . . . 14,24	0,0872	1,025	76 823	0,166
— . . . 14,29	0,0855	0,973	75 325	0,170
— . . . 15,41	0,0621	0,907	54 710	0,133
19 — . . . 14,18	0,0853	1,132	75 149	0,147
— . . . 14,22	0,0888	1,142	78 232	0,150
— . . . 14,34	0,0924	1,154	81 304	0,156
— . . . 14,38	0,0889	1,167	78 320	0,149
— . . . 14,42	0,0855	1,149	75 325	0,146
20 — . . . 14,36	0,0737	1,037	64 930	0,139

Les calculs effectués par l'un de nous (*) sur le rendement des sources lumineuses assimilables à des corps noirs

(*) A. BOUTARIC et M. VUILLAUME, *Revue d'Optique*, 1923, t. II, p. 41.

indiquent 14.4 pour cent pour le rendement d'un corps noir à la température de 6,000° als. voisine de la température efficace habituellement attribuée au soleil. Il est curieux de constater que le passage de la lumière solaire à travers l'atmosphère n'en altère pas sensiblement pour nous la valeur éclairante. Cela tient à ce que l'absorption exercée par l'atmosphère réduit dans la même proportion le rayonnement total et le rayonnement transmis par les radiations lumineuses.

Nous n'avons pu faire, dans les conditions où nous nous trouvions, que les quelques essais relatés plus haut. Les résultats qu'ils nous ont fournis semblent indiquer qu'il y aurait intérêt à reprendre nos expériences dans un observatoire ou une station météorologique, en étudiant comment varie la puissance lumineuse reçue du Soleil et le rendement lumineux aux diverses heures d'une même journée, au cours des divers mois de l'année et avec les conditions atmosphériques (pression maxima de la vapeur d'eau, transparence de l'atmosphère, polarisation de la lumière diffusée par le ciel).

Université de Dijon, laboratoire de physique.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

- Buttgenbach (H.)*. Calcite et Barytine de Bioul (Belgique). Liège, 1925 ;
extr. in-8° (8 p.). [30.155]
- Les minéraux de Sidi Amor Ben Salem (Tunisie). Liège 1925 ;
extr. in-4° (8 pl.). [30.545]
- Cochran (Doris M.)*. Notes on the herpetological collections made by
Dr W. L. Abbott on the island of Haïti. Washington, 1924 ; in-8°
(14 p.). [30.152]
- De Donder (Th.)*. Théorie mathématique de l'Électricité. Première partie.
Introduction aux équations de Maxwell (rédigée par G. Van Ler-
berghe, professeur à l'École des Mines de Mons. Paris, 1925 ; in-4°
(196 p., fig.). [31.058]
- Gilkinet (A.)*. Un cône fossile du Rupélien. Liège, 1925 ; in-4° (28 p., pl.).
[30.544]
-

Séance du samedi 4 avril 1925.

M. Fr. Swarts, *directeur de la Classe.*

Sont présents : MM. A. Gilkinet, Ch. Lagrange, Léon Frédéricq, A. Gravis, A. Lameere, G. Cesàro, Ch.-J. de la Vallée Poussin, A. Demoulin, A. Rutot, comte A. de Hemptinne, V. Willem, P. Stroobant, Ch. Julin, E. Marchal, J. Cornet, J. Bordet, L. Crismer, *membres*; Th. De Donder, O. Dony, P. Bruylants, *correspondants*, et le *Secrétaire perpétuel*.

Absences motivées : MM. Deruyts, Massart, Lecoinge, Nolf, *membres*.

CORRESPONDANCE.

M. P. Ver Eecke remercie l'Académie du Prix qu'elle lui a décerné.

Le Comité national de Chimie annonce qu'il a demandé l'inscription à l'ordre du jour de la prochaine Assemblée de l'Union internationale de Chimie, de la question soulevée par la Commission des Archives de Guerre (conservation des papiers et fixation des encres d'aniline).

M. le Colonel Seligmann, président du Comité national de Géodésie et de Géophysique, fait parvenir le rapport sur l'activité de ce Comité pendant les années 1923-1924.

Le Conseil national de Recherches des États-Unis (division de Géologie et de Géophysique), fait parvenir un exemplaire de la « Bibliography of Isostasy » par A. Knopf, en demandant que lui soient signalées les lacunes qui y seraient éventuellement remarquées. Renvoi au Comité national de Géodésie.

L'Institution royale de la Grande-Bretagne prie l'Académie de se faire représenter à la célébration du centenaire de la découverte du benzène, le 16 juin 1925. M. Swarts est désigné comme délégué.

Le Comité géologique de Russie demande la reprise des échanges de publications. La Classe statuera ultérieurement.

L'Association française pour l'avancement des Sciences prie l'Académie de se faire représenter à son Congrès qui se tiendra à Grenoble, du 27 juillet au 1^{er} août 1925. MM. Julin et Crismer sont désignés comme délégués.

M. Duesberg fait connaître qu'il a terminé son séjour à la station zoologique de Naples, que les recherches qu'il y a poursuivies lui ont donné les résultats espérés et qu'il emporte une excellente impression de l'organisation actuelle de la Station. Renvoi au Ministre des Sciences et des Arts.

L'Union astronomique internationale fait parvenir l'ordre du jour de la réunion qu'elle tiendra à Cambridge (Angleterre), du 14 au 22 juillet 1925. — Renvoi au délégué de l'Académie auprès de cette Union, M. Stroobant, chargé de la représenter à la réunion de Cambridge.

Le Conseil international de Recherches fait parvenir l'ordre du jour de la 3^e Assemblée générale du 7 juillet 1925. La Classe décide d'examiner cet ordre du jour dans sa séance du 5 mai.

HOMMAGES D'OUVRAGES.

Premier Conseil de Chimie tenu à Bruxelles sous les auspices de l'Institut international de Chimie Solvay.

Roses d'Europe, vol. I., par G.-A. Boulenger.

Le Cénomaniën entre Mons et l'Escaut, par J. Cornet, et six autres brochures, par le même.

— Remerciements.

ÉLECTIONS.

La Classe prend connaissance des candidats présentés par la Section des Sciences naturelles, pour la place vacante d'associé.

TRAVAUX A L'EXAMEN.

Sur les involutions régulières d'ordre deux appartenant à une surface irrégulière (troisième note), par L. Godeaux. Renvoi à M. Neuberg.

Théorème de Géométrie, par A. Verbrugge. — Renvoi à l'auteur.

Le Calcul des Perturbations planétaires par la méthode de Lagrange, par M. Alliaume; présenté, avec rapport favorable, par M. de la Vallée Poussin. — Impression dans le *Bulletin*.

Pouvoir inducteur spécifique et stéréo-isomérisation éthylénique, par J. Errera; présenté, avec rapport favorable, par M. G. Chavanne. — Impression dans le *Bulletin*.

Quelques remarques sur l'influence de la structure moléculaire sur la polarisation diélectrique, par J. Errera. — Renvoi à M. le comte A. de Hemptinne.

LECTURES.

Limites entre lesquelles peuvent se mouvoir les éléments de certains triangles sphériques caractérisés par une ou plusieurs relations entre leurs angles, par G. Cesàro. — Impression dans les *Mémoires* in-8°.

Sur la division de la circonférence en neuf parties égales, par G. Cesàro. — Impression dans le *Bulletin*.

MATHÉMATIQUES. — Sur la division de la circonférence
en neuf parties égales,

PAR G. CESÀRO.

Il s'agit d'une solution approximative, mais l'erreur commise y est tellement petite que l'on peut considérer cette solution comme pratiquement exacte.

Soit B le point milieu du *quadrans* DE; sur le prolongement de EB prenons une distance BM égale à la projection EF de BE sur le diamètre CE; par M menons la parallèle à BC, et soit A le point où cette parallèle rencontre la circonférence. Je dis que l'arc AB est très approximativement l'arc de 20° , c'est-à-dire la dix-huitième partie de la circonférence. Désignons, dans le triangle ABC, l'angle C par x ($\text{arc AB} = 2x$); cet angle peut être calculé dans ce triangle dans lequel on connaît, en désignant l'angle de $22^\circ 30'$ par α ,

la base : $a = 2R \cos \alpha$, la hauteur : $h = 2R \sin^2 \alpha$,

et l'angle au sommet, supplément de l'angle E dans le quadrilatère inscrit CABE,

$$A = 90^\circ + \alpha.$$

On peut obtenir l'équation en x , en écrivant que, dans le triangle ABC, on a

$$a = h \frac{\sin A}{\sin B \sin C},$$

ou

$$\sin x \cos (\alpha + x) = \sin^2 \alpha.$$

Cette équation peut s'écrire

$$\sin (2x + \alpha) - \sin \alpha = 2 \sin^2 \alpha;$$

les uns des autres, dix-huit arcs égaux à AB, on reviendrait au point de départ avec un écart d' $\frac{1}{18947}$ de la longueur de la circonférence, c'est-à-dire d'environ $\frac{1}{49}$ de millimètre dans le cas où cette longueur serait d'un mètre.

*
* *

Modification de la construction. — Comme il est toujours très délicat de porter sur une droite, à partir d'un point donné, une longueur mesurée au compas sur le dessin, surtout lorsque cette longueur est petite, on peut transformer la construction précédente comme il suit.

Soient L et H les points de rencontre de la corde DE avec OB et MA. Dans le triangle isocèle OBE, on a

$$BL = EF = h,$$

de sorte que, si l'on joint BH, cette droite est la bissectrice de l'angle MBL; il s'ensuit que

$$\widehat{HBL} = \frac{1}{2} \widehat{OBM} = 45^\circ + \frac{\alpha}{2};$$

donc, si l'on prolonge les côtés de l'angle HBL jusqu'à la rencontre de la circonférence en N et en X, on aura

$$\text{arc NCX} = 90^\circ + \alpha$$

et, par conséquent,

$$DX = \alpha = 22^\circ 30',$$

c'est-à-dire que le point X est le milieu de l'arc DP. D'où la construction très simple :

« Joignez entre eux les points X et B qui se trouvent à $22^\circ 30'$
» et 45° du sommet D du *quadrans*; par le point H où cette
» droite rencontre la corde du *quadrans*, DE, menez la parallèle
» à CB; si A est le point d'intersection de cette parallèle avec
» la circonférence, AB sera le côté du polygone régulier inscrit

» de 18 côtés. » Dans la figure la première construction est en trait plein, la seconde en ponctué; les lignes en traits interrompus ne servent qu'à l'explication.

*
* *

La valeur *approchée* de $\sin 10^\circ$ donnée par la construction précédente est

$$\sin 10^\circ = \frac{1}{4} \left(\sqrt{6 - \sqrt{2} - \sqrt{20 - 14\sqrt{2}}} - \sqrt{3\sqrt{2} - 2 - \sqrt{20 - 14\sqrt{2}}} \right),$$

c'est-à-dire 0,173639 au lieu de 0,173648.

*
* *

Genèse de la construction. — Dans un mémoire que je présente aujourd'hui à la Classe je m'occupe accessoirement de quelques problèmes sur les *triangles rectilignes pseudo-isoscèles* (*), problèmes qui peuvent être résolus par la règle et le compas; je montre que lorsque l'angle au sommet, A, est donné on peut en déduire B et C par une construction géométrique. D'autre part, je donne des formules exprimant $\sin \frac{B}{2}$ et $\sin \frac{C}{2}$ en fonction de $\sin \frac{A}{2}$, formules qui permettent d'étudier la variation de B et C lorsque A se meut entre les limites permises, 0° et 60° . Or, pour $A = 45^\circ$, ces formules conduisent à

$$C = 19^\circ 59' 56'',_2$$

$$B = 115^\circ 0' 3'',_8.$$

Je me suis dit alors qu'en appliquant la construction dont je viens de parler au cas $A = 45^\circ$, j'arriverai à obtenir géomé-

(*) Triangles dans lesquels les bissectrices extérieures de deux angles, B et C, sont égales entre elles. Voir : NEUBERG. *Les triangles spéciaux*, MÉM. DE LA SOC. ROY. DES SCIENCES DE LIÈGE, 3^e série, tome XII; 1924, page 9.

triement l'angle de 20° à quelques secondes près et, par conséquent, à partager, d'une façon pratiquement exacte, une circonférence en 18 ou 9 parties égales. La première solution que j'ai exposée est précisément la construction géométrique dont je parle, les angles en C et B du triangle ABC étant les demi-angles à la base du triangle pseudo-isocèle dont l'angle au sommet est de 45° .

*
* *

On pourrait croire un instant qu'il s'agit en réalité d'un triangle ayant pour angles

$$45^\circ, \quad 20^\circ \quad \text{et} \quad 115^\circ,$$

mais ce résultat aurait été contraire aux assertions de GAUSS (*).

(*) Gauss, dans ses *Disquisitiones Arithmeticae*, démontre qu'il existe deux catégories de polygones réguliers inscriptibles, le nombre n de leurs côtés étant donné par

1^{re} catégorie, $n = 2^{2^h} + 1$, à la condition que n soit premier.

2^{de} catégorie, $n = 2^q \cdot p, p', p'' \dots$,

les facteurs premiers $p, p', p'' \dots$ devant répondre à deux conditions : être de la forme indiquée dans la première catégorie, et être différents entre eux. Les polygones $n = 2^q \cdot 3^2$ dont s'occupe cette note ne satisfont donc pas à la seconde condition. Seulement, Gauss ne donne pas la démonstration de la non inscriptibilité des polygones n'appartenant pas à ses deux catégories, mais, au bas de la page 462, il écrit en caractères majuscules qu'il possède la démonstration rigoureuse de cette propriété : *Omniq[ue] rigore demonstrare possumus, has aequationes elevatas nullo modo nec evitari nec ad inferiores reduci posse*. Il ajoute que, si les limites de son ouvrage ne lui permettent pas de donner cette démonstration, il croit cependant utile de dire à ceux qui continuent à espérer de pouvoir arriver à effectuer ces inscriptions, qu'ils perdent leur temps inutilement.

Rapport sur l'activité du Comité national de Géodésie et de Géophysique pendant les années 1923 et 1924,

par M. H. SELIGMANN.

Au cours de ces deux années, le Comité a tenu dix séances : trois en 1923 et sept en 1924.

MM. STROOBANT et DEHALU, respectivement président et secrétaire, s'étant démis de leur fonction au début de 1923, MM. SELIGMANN et SOMVILLE ont été désignés pour achever leur mandat.

Conformément aux statuts régissant les Comités nationaux, la Classe des Sciences de l'Académie a procédé, en décembre 1923, au renouvellement des mandats des membres titulaires de ces Comités.

Composition du Comité de Géodésie et de Géophysique pour la période triennale 1924-1926.

Président : M. le colonel SELIGMANN ; vice-président : M. J. JAUMOTTE ; secrétaire : M. O. SOMVILLE.

Membres : MM. DE GERLACHE, Ch. FRANÇOIS, G. GILSON, E. LAGRANGE, M. LHOEST, J. MAURY, P. STROOBANT, F. URBAIN, E. VANDERLINDEN, C. VAN MIERLO.

M. VAN BRABANDT, membre associé, a démissionné en janvier 1924.

Une septième Section, la Section d'hydrologie scientifique, a été créée au sein du Comité. Elle comprend : MM. GILSON, URBAIN, VANDERLINDEN et VAN MIERLO.

M. VAN MIERLO a été désigné comme délégué près du Comité exécutif international.

Communications. — Les communications entendues au cours des séances sont dans l'ordre chronologique :

État des observations gravimétriques en Belgique (Ch. FRANÇOIS).

Jonctions gravimétriques de l'Observatoire d'Uccle avec les stations fondamentales des pays voisins (Ch. FRANÇOIS).

Jonction de la triangulation des territoires d'Eupen et Malmédy avec la triangulation belge (H. SELIGMANN).

État des travaux de la Commission internationale, créée à Rome en mai 1922, pour l'étude systématique des micro-séismes (O. SOMVILLE).

État des travaux de triangulation du Congo belge en 1923 (J. MAURY).

Sur rapport présenté à l'Académie par M. STROOBANT, la Classe des Sciences a décidé d'intervenir auprès du Gouvernement pour que ces travaux soient poursuivis avec plus d'activité.

État d'avancement des travaux de raccordement géodésique franco-belge (H. SELIGMANN).

Sur l'isostasie (Ch. FRANÇOIS).

Rapport sur les différences constatées entre les niveaux moyens de la mer, question soulevée par le Directeur du « Coast and geodetic Survey » des États-Unis (URBAIN et VAN MIERLO).

Rapport sur les observations marégraphiques faites en différents points de l'Escaut (F. URBAIN). — La conclusion de ce rapport est que, depuis 1891, l'amplitude de la marée dans l'Escaut va en augmentant. Quant au niveau moyen du fleuve, il a présenté d'une année à l'autre des fluctuations assez sensibles.

Sur une formule employée par les géodésiens américains pour déterminer les distances auxquelles, dans une chaîne triangulée, il convient d'espacer les bases (J. MAURY).

L'ensablement de l'Escaut (F. URBAIN).

Sur l'orientation du réseau triangulé de la Belgique (J. MAURY).

Les membres de la Section de Géodésie et de la Section d'Océanographie ont exprimé le regret que l'étude de la marée sur les côtes belges ait été laissée à l'abandon par suite de la guerre et qu'ainsi le niveau moyen de la mer n'est plus relevé, ni aucune étude systématique du mouvement de la marée à la côte n'est poursuivie, alors que, dans les pays limitrophes France et Hollande, cette étude s'est au contraire développée.

Dans le but de combler l'hiatus créé le long de la côte belge dans cet ensemble, et tenant compte que l'Administration des Ponts et Chaussées installe un marégraphe à Ostende, le Comité a adressé au Ministre de ce Département un vœu pour qu'il soit également installé deux marégraphes à la côte, l'un à Nieuport, l'autre à Zeebrugge.

Deuxième assemblée générale de l'Union internationale de Géodésie et de Géophysique. — A la demande du Bureau de l'Union, le Comité a préparé une liste de questions ou vœux à mettre à l'ordre du jour de la seconde session de l'Union qui s'est tenue à Madrid du 1^{er} au 8 octobre 1924 :

1° Méthode de numération des poussières des lamelles Owens sur fond noir sans immersion (J. JAUMOTTE) ;

2° Technique des sondages aérologiques par avions (J. JAUMOTTE) ;

3° Intérêt qu'il y aurait à rédiger des directives d'ordre général pour les différents genres de travaux géodésiques (mesures de bases, triangulations, observations astronomiques, etc.), tant au point de vue de la conduite des travaux que des approximations désirables (H. SELIGMANN) ;

4° Opportunité d'augmenter le nombre des stations du service international des latitudes (Université de Louvain).

Le Comité a été représenté à la Conférence de Madrid par M. le colonel H. SELIGMANN, directeur de l'Institut cartographique militaire, délégué du Ministère de la Défense Nationale et de l'Académie royale, et par M. SOMVILLE, chef du service

sismologique à l'Observatoire royal. M. SELIGMANN a présenté deux rapports à la Section de Géodésie : le premier relatif aux travaux géodésiques exécutés en Belgique, le second relatif aux travaux de rattachement des triangulations française et belge. Il a également présenté le rapport de M. MAURY sur les travaux géodésiques au Congo.

M. SOMVILLE a présenté à la Section de Sismologie un rapport sur les travaux de la Commission internationale pour l'étude systématique des microséismes et une communication sur la nature de l'onde initiale des téléseismes enregistrés à Uccle de 1910 à 1924.

Ces délégués ont rendu compte de leur mission à la séance du 19 décembre 1924.

Bibliothèque. — Le Comité s'est constitué une bibliothèque ; les dépôts se trouvent à l'Institut cartographique militaire (La Cambre).

ASTRONOMIE. — Le calcul des perturbations planétaires
par la méthode de Lagrange,

par M. M. ALLIAUME, professeur à l'Université de Louvain.

1. Si R est la fonction perturbatrice et $c_1, c_2, \dots, c_6$ les éléments elliptiques de la trajectoire planétaire non troublée à l'instant t , les équations de Lagrange sont

$$\frac{\partial R}{\partial c_\alpha} = \sum_{\beta} [c_\alpha, c_\beta] \frac{dc_\beta}{dt}, \quad (\alpha, \beta) = 1, 2, \dots, 6. \quad (1)$$

La fonction perturbatrice dépend des c_α par l'intermédiaire des coordonnées (x, y, z) de la planète. Les coefficients $[c_\alpha, c_\beta]$ ne renferment pas le temps explicitement; le déterminant de ces crochets de Lagrange est symétrique gauche.

En vertu des conditions de contact cinématique de la trajectoire képlérienne instantanée et de la trajectoire troublée, toute intégrale première des équations différentielles du mouvement non troublé est aussi intégrale première des équations différentielles du mouvement troublé. On applique ceci à l'intégrale de la force vive et aux intégrales des aires. C'est par l'intégrale de la force vive qu'on peut trouver l'expression de $\frac{\partial R}{\partial c_6}$ en fonction des $\frac{dc_\beta}{dt}$ en une égalité aux crochets de Lagrange, c_6 étant la constante cinématique du mouvement non troublé, instant (par exemple) du passage de la planète au périhélie de son orbite képlérienne instantanée. On en déduit les valeurs des coefficients $[c_6, c_\beta]$, dont on constate que tous sont nuls, sauf celui où la constante cinématique est associée au grand axe de l'orbite képlérienne.

Il y a lieu de voir de plus près qu'on ne le fait d'habitude la manière dont s'utilisent les intégrales des aires,

$$y \frac{\partial z}{\partial t} - z \frac{\partial y}{\partial t} \quad \text{ou} \quad y \frac{dz}{dt} - z \frac{dy}{dt} = A,$$

$$z \frac{\partial x}{\partial t} - x \frac{\partial z}{\partial t} \quad \text{ou} \quad z \frac{dx}{dt} - x \frac{dz}{dt} = B,$$

$$x \frac{\partial y}{\partial t} - y \frac{\partial x}{\partial t} \quad \text{ou} \quad x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt} = C,$$

où les A, B, C, invariables dans le mouvement non troublé, s'écrivent au moyen de quatre des cinq constantes géométriques de ce mouvement.

Dans le mouvement vrai,

$$y \frac{d^2 z}{dt^2} - z \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{dA}{dt} \quad \text{ou} \quad \sum_{\beta} \frac{\partial A}{\partial c_{\beta}} \frac{dc_{\beta}}{dt},$$

$$z \frac{d^2 x}{dt^2} - x \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{dB}{dt} \quad \text{ou} \quad \sum_{\beta} \frac{\partial B}{\partial c_{\beta}} \frac{dc_{\beta}}{dt},$$

$$x \frac{d^2 y}{dt^2} - y \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{dC}{dt} \quad \text{ou} \quad \sum_{\beta} \frac{\partial C}{\partial c_{\beta}} \frac{dc_{\beta}}{dt}.$$

A deux équations prises parmi les trois précédentes, associons successivement l'égalité

$$\frac{\partial R}{\partial c_{\alpha}} = \frac{\partial R}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial c_{\alpha}} + \frac{\partial R}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial c_{\alpha}} + \frac{\partial R}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial c_{\alpha}},$$

et de chacun des trois groupes ainsi formés éliminons deux des dérivées $\frac{\partial R}{\partial x}$, $\frac{\partial R}{\partial y}$, $\frac{\partial R}{\partial z}$, à savoir $(\frac{\partial R}{\partial y}, \frac{\partial R}{\partial z})$, $(\frac{\partial R}{\partial z}, \frac{\partial R}{\partial x})$, $(\frac{\partial R}{\partial x}, \frac{\partial R}{\partial y})$ respectivement des groupes d'équations en $(\frac{\partial R}{\partial c_{\alpha}}, \frac{dB}{dt}, \frac{dC}{dt})$, $(\frac{dA}{dt}, \frac{\partial R}{\partial c_{\alpha}}, \frac{dC}{dt})$, $(\frac{dA}{dt}, \frac{dB}{dt}, \frac{\partial R}{\partial c_{\alpha}})$.

Ces éliminations laissent les équations

$$\left. \begin{aligned} x \frac{\partial R}{\partial c_\alpha} &= \frac{\partial y}{\partial c_\alpha} \frac{dC}{dt} - \frac{\partial z}{\partial c_\alpha} \frac{dB}{dt} + \frac{1}{2} \frac{\partial R}{\partial x} \frac{\partial r^2}{\partial c_\alpha}, \\ y \frac{\partial R}{\partial c_\alpha} &= \frac{\partial z}{\partial c_\alpha} \frac{dA}{dt} - \frac{\partial x}{\partial c_\alpha} \frac{dC}{dt} + \frac{1}{2} \frac{\partial R}{\partial y} \frac{\partial r^2}{\partial c_\alpha}, \\ z \frac{\partial R}{\partial c_\alpha} &= \frac{\partial x}{\partial c_\alpha} \frac{dB}{dt} - \frac{\partial y}{\partial c_\alpha} \frac{dA}{dt} + \frac{1}{2} \frac{\partial R}{\partial z} \frac{\partial r^2}{\partial c_\alpha}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

où

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

2. Les constantes elliptiques du mouvement non troublé seront notées de la manière suivante : θ , longitude du nœud ascendant; φ , obliquité du plan de l'orbite sur le plan de l'écliptique; ω , angle de position du périhélie dans le plan de l'orbite à partir du nœud ascendant; a , demi-grand axe de l'orbite elliptique; e , excentricité de cette orbite; τ (ci-dessus c_6), instant du passage de la planète au périhélie. Les axes coordonnés sont écliptiques héliocentriques, et A, B, C, s'écrivent au moyen de θ , φ , a , e .

Le rayon vecteur r est indépendant des paramètres θ , φ , ω , de sorte que pour $c_\alpha = \theta$, ou φ , ou ω , $\frac{\partial r^2}{\partial c_\alpha} = 0$, et les équations (2) se réduisent à

$$\left. \begin{aligned} x \frac{\partial R}{\partial c_\alpha} &= \frac{\partial y}{\partial c_\alpha} \frac{dC}{dt} - \frac{\partial z}{\partial c_\alpha} \frac{dB}{dt}, \\ y \frac{\partial R}{\partial c_\alpha} &= \frac{\partial z}{\partial c_\alpha} \frac{dA}{dt} - \frac{\partial x}{\partial c_\alpha} \frac{dC}{dt}, \\ z \frac{\partial R}{\partial c_\alpha} &= \frac{\partial x}{\partial c_\alpha} \frac{dB}{dt} - \frac{\partial y}{\partial c_\alpha} \frac{dA}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ou

$$\left. \begin{aligned} x \frac{\partial R}{\partial c_\alpha} &= \sum_{\beta} \left(\frac{\partial y}{\partial c_\alpha} \frac{\partial C}{\partial c_\beta} - \frac{\partial z}{\partial c_\alpha} \frac{\partial B}{\partial c_\beta} \right) \frac{dc_\beta}{dt}, \\ y \frac{\partial R}{\partial c_\alpha} &= \sum_{\beta} \left(\frac{\partial z}{\partial c_\alpha} \frac{\partial A}{\partial c_\beta} - \frac{\partial x}{\partial c_\alpha} \frac{\partial C}{\partial c_\beta} \right) \frac{dc_\beta}{dt}, \\ z \frac{\partial R}{\partial c_\alpha} &= \sum_{\beta} \left(\frac{\partial x}{\partial c_\alpha} \frac{\partial B}{\partial c_\beta} - \frac{\partial y}{\partial c_\alpha} \frac{\partial A}{\partial c_\beta} \right) \frac{dc_\beta}{dt}. \end{aligned} \right\} c_\alpha = \theta, \varphi, \omega. \quad (3')$$

Ces équations expriment les $\frac{\partial R}{\partial c_\alpha}$ ($c_\alpha = \theta, \varphi, \omega$) en fonction des $\frac{dc_\beta}{dt}$ qui entrent dans $\frac{dA}{dt}, \frac{dB}{dt}, \frac{dC}{dt}$, à savoir $\frac{d\theta}{dt}, \frac{d\varphi}{dt}, \frac{da}{dt}, \frac{de}{dt}$. Ce sont des équations de la forme (1), des équations aux crochets de Lagrange si les coefficients

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial y}{\partial c_\alpha} \frac{\partial C}{\partial c_\beta} - \frac{\partial z}{\partial c_\alpha} \frac{\partial B}{\partial c_\beta} \right) : x, \\ & \left(\frac{\partial z}{\partial c_\alpha} \frac{\partial A}{\partial c_\beta} - \frac{\partial x}{\partial c_\alpha} \frac{\partial C}{\partial c_\beta} \right) : y, \\ & \left(\frac{\partial x}{\partial c_\alpha} \frac{\partial B}{\partial c_\beta} - \frac{\partial y}{\partial c_\alpha} \frac{\partial A}{\partial c_\beta} \right) : z \end{aligned}$$

sont constants dans le mouvement non troublé, ou, eu égard à ce que (x, y, z) sont proportionnels à r , si

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial c_\beta} \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\partial y}{\partial c_\alpha} : x \right) - \frac{\partial B}{\partial c_\beta} \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\partial z}{\partial c_\alpha} : x \right) &= 0, \\ \frac{\partial A}{\partial c_\beta} \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\partial z}{\partial c_\alpha} : y \right) - \frac{\partial C}{\partial c_\beta} \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\partial x}{\partial c_\alpha} : y \right) &= 0, \\ \frac{\partial B}{\partial c_\beta} \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\partial x}{\partial c_\alpha} : z \right) - \frac{\partial A}{\partial c_\beta} \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\partial y}{\partial c_\alpha} : z \right) &= 0, \end{aligned}$$

v étant l'angle de position de la planète à l'instant t , dans le plan de l'orbite instantanée, à partir du nœud ascendant de celle-ci.

Or,

$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta \cos v - r \sin \theta \cos \varphi \sin v, \\ y &= r \sin \theta \cos v + r \cos \theta \cos \varphi \sin v, \\ z &= r \sin \varphi \sin v, \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} A &= h \sin \theta \sin \varphi, \\ B &= -h \cos \theta \sin \varphi, \\ C &= h \cos \varphi, \end{aligned}$$

où $h = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$, constante des aires, vaut $\sqrt{\mu a(1-e^2)}$, avec μ pour représenter le produit du coefficient d'attraction

newtonnienne par la somme des masses du Soleil et de la planète.

Les conditions ci-dessus montrent que les deux premières égalités (3') sont des équations aux crochets de Lagrange pour $c_\alpha = \theta$; d'où

$$[\theta, c_\beta] = \left(\frac{\partial y}{\partial \theta} \frac{\partial C}{\partial c_\beta} - \frac{\partial z}{\partial \theta} \frac{\partial B}{\partial c_\beta} \right) : x,$$

ou bien

$$[\theta, c_\beta] = \left(\frac{\partial z}{\partial \theta} \frac{\partial A}{\partial c_\beta} - \frac{\partial x}{\partial \theta} \frac{\partial C}{\partial c_\beta} \right) : y,$$

c'est-à-dire

$$[\theta, c_\beta] = \frac{\partial C}{\partial c_\beta}, \quad c_\beta = \theta, \varphi, a, e,$$

et, nécessairement,

$$[\theta, \omega] = 0, \quad [\theta, \tau] = 0.$$

De même, la troisième équation (3') est une équation aux crochets de Lagrange pour $c_\alpha = \varphi$:

$$[\varphi, c_\beta] = \left(\frac{\partial x}{\partial \varphi} \frac{\partial B}{\partial c_\beta} - \frac{\partial y}{\partial \varphi} \frac{\partial A}{\partial c_\beta} \right) : z;$$

c'est-à-dire

$$[\varphi, c_\beta] = \sin \theta \frac{\partial B}{\partial c_\beta} - \cos \theta \frac{\partial A}{\partial c_\beta}, \quad \beta = \theta, \varphi, a, e,$$

avec

$$[\varphi, \omega] = 0, \quad [\varphi, \tau] = 0.$$

Enfin, aucune des équations (3') n'est une équation aux crochets de Lagrange pour $c_\alpha = \omega$.

3. Eu égard à ce que

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -\frac{\partial x}{\partial \tau}, \quad \dots, \quad \frac{\partial r}{\partial t} = -\frac{\partial r}{\partial \tau},$$

l'addition membre à membre des équations (3), multipliées respectivement par $\frac{\partial x}{\partial t}$, $\frac{\partial y}{\partial t}$, $\frac{\partial z}{\partial t}$, donne

$$\frac{1}{2} \frac{\partial r^2}{\partial \tau} \frac{\partial R}{\partial c_\alpha} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \tau} & \frac{\partial x}{\partial c_\alpha} & \frac{dA}{dt} \\ \frac{\partial y}{\partial \tau} & \frac{\partial y}{\partial c_\alpha} & \frac{dB}{dt} \\ \frac{\partial z}{\partial \tau} & \frac{\partial z}{\partial c_\alpha} & \frac{dC}{dt} \end{vmatrix}$$

ou bien, u étant l'anomalie excentrique de la planète non troublée à l'instant t ,

$$r^2 \frac{\partial R}{\partial c_\alpha} = \begin{vmatrix} x & \frac{\partial x}{\partial c_\alpha} & \frac{dA}{dt} \\ y & \frac{\partial y}{\partial c_\alpha} & \frac{dB}{dt} \\ z & \frac{\partial z}{\partial c_\alpha} & \frac{dC}{dt} \end{vmatrix} + \frac{\partial v}{\partial u} \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial x}{\partial c_\alpha} & \frac{dA}{dt} \\ \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial c_\alpha} & \frac{dB}{dt} \\ \frac{\partial z}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial c_\alpha} & \frac{dC}{dt} \end{vmatrix},$$

égalité valable pour $c_\alpha = \theta, \varphi, \omega$.

En particulier, pour $c_\alpha = \omega$, $\frac{\partial x}{\partial \omega} = \frac{\partial x}{\partial v}$, ... et le deuxième déterminant s'annule; dans ce cas

$$2r^2 \frac{\partial R}{\partial \omega} \frac{\partial v}{\partial \tau} = - \frac{dh^2}{dt},$$

ou

$$a^2 \frac{\partial R}{\partial \omega} = \sqrt{\mu a} \frac{\partial h}{\partial a} \frac{da}{dt} + \sqrt{\mu a} \frac{\partial h}{\partial e} \frac{de}{dt}.$$

C'est une équation aux crochets de Lagrange; elle fournit $[\omega, a]$ et $[\omega, e]$ et montre que

$$[\omega, \theta] = 0, \quad [\omega, \varphi] = 0.$$

4. Pour $c_\alpha = (a, e, \tau)$, les équations (2) sont valables, mais non de la forme (1) et impropres au calcul des crochets correspondants, parmi lesquels, en valeur absolue, un seul, $[a, e] = -[e, a]$, est encore inconnu.

Il en est de même de l'équation obtenue en additionnant membre à membre les équations (2) multipliées respectivement par $\frac{\partial x}{\partial t}$, $\frac{\partial y}{\partial t}$, $\frac{\partial z}{\partial t}$. Cette équation est

$$\frac{\partial r^2}{\partial t} \frac{\partial R}{\partial c_\alpha} - \frac{\partial r^2}{\partial c_\alpha} \frac{\partial R}{\partial t} = 2 \left| \begin{array}{ccc} \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial x}{\partial c_\alpha} & \frac{dA}{dt} \\ \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial c_\alpha} & \frac{dB}{dt} \\ \frac{\partial z}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial c_\alpha} & \frac{dC}{dt} \end{array} \right|$$

qui, pour $c_\alpha = (a, e, \tau)$, se transforme dans

$$2r^2 \left(\frac{\partial r}{\partial \tau} \frac{\partial R}{\partial c_\alpha} - \frac{\partial r}{\partial c_\alpha} \frac{\partial R}{\partial \tau} \right) \frac{\partial v}{\partial \tau} = \left(\frac{\partial v}{\partial \tau} \frac{\partial r}{\partial c_\alpha} - \frac{\partial v}{\partial c_\alpha} \frac{\partial r}{\partial \tau} \right) \frac{dh^2}{dt}.$$

Pour $c_\alpha = \tau$, cette égalité se réduit à une identité.

5. La nécessité, généralement admise, d'effectuer le calcul direct du coefficient $[a, e]$ d'après le développement qui le définit,

$$S_{x, y, z} \left(\frac{\partial x}{\partial c_\alpha} \frac{\partial x'}{\partial c_\beta} - \frac{\partial x}{\partial c_\beta} \frac{\partial x'}{\partial c_\alpha} \right), \quad x' = \frac{dx}{dt}, \dots$$

est fort désagréable. Il y a lieu de démontrer *a priori* que

$$[a, e] = 0.$$

Résolues par rapport aux $\frac{dc_\alpha}{dt}$, les équations (1) aux crochets de Lagrange prennent la forme

$$\frac{dc_\alpha}{dt} = \sum_{\beta} (c_\alpha, c_\beta) \frac{\partial R}{\partial c_\beta}, \quad (\alpha, \beta) = 1, 2, \dots, 6, \quad (4)$$

où les coefficients (c_α, c_β) , parenthèses de Poisson, associations algébriques des $[c_\alpha, c_\beta]$, ne renferment pas non plus le temps explicitement. De plus, $(c_\alpha, c_\alpha) = 0$ et $(c_\beta, c_\alpha) + (c_\alpha, c_\beta) = 0$.

Reprenons les expressions des $\frac{\partial R}{\partial c_x}$, sous la forme (1), en n'écrivant pas les termes dont nous savons que le coefficient est nul :

$$\frac{\partial R}{\partial \theta} = [\theta, \varphi] \frac{d\varphi}{dt} + [\theta, a] \frac{da}{dt} + [\theta, e] \frac{de}{dt},$$

$$\frac{\partial R}{\partial \varphi} = [\varphi, \theta] \frac{d\theta}{dt},$$

$$\frac{\partial R}{\partial \omega} = [\omega, a] \frac{da}{dt} + [\omega, e] \frac{de}{dt},$$

$$\frac{\partial R}{\partial a} = [a, \theta] \frac{d\theta}{dt} + [a, \omega] \frac{d\omega}{dt} + [a, e] \frac{de}{dt} + [a, \tau] \frac{d\tau}{dt},$$

$$\frac{\partial R}{\partial e} = [e, \theta] \frac{d\theta}{dt} + [e, \omega] \frac{d\omega}{dt} + [e, a] \frac{da}{dt},$$

$$\frac{\partial R}{\partial \tau} = [\tau, a] \frac{da}{dt}.$$

La résolution de ce système par rapport aux $\frac{dc_x}{dt}$ donne les égalités de la forme (4)

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{[\varphi, \theta]} \frac{\partial R}{\partial \varphi},$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{[\theta, \varphi]} \frac{\partial R}{\partial \theta} - \frac{[\theta, e]}{[\theta, \varphi][\omega, e]} \frac{\partial R}{\partial \omega} - \frac{[\theta, a][\omega, e] - [\theta, e][\omega, a]}{[\theta, \varphi][\omega, e][\tau, a]} \frac{\partial R}{\partial \tau},$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{[e, \omega]} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{[e, \theta]}{[e, \omega][\varphi, \theta]} \frac{\partial R}{\partial \varphi} - \frac{[e, a]}{[e, \omega][\tau, a]} \frac{\partial R}{\partial \tau},$$

$$\frac{da}{dt} = \frac{1}{[\tau, a]} \frac{\partial R}{\partial \tau},$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{1}{[\omega, e]} \frac{\partial R}{\partial \omega} - \frac{[\omega, a]}{[\omega, e][\tau, a]} \frac{\partial R}{\partial \tau},$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\tau}{dt} = \frac{1}{[a, \tau]} \frac{\partial R}{\partial a} - \frac{[a, \theta][e, \omega] - [a, \omega][e, \theta]}{[a, \tau][\varphi, \theta][e, \omega]} \frac{\partial R}{\partial \varphi} \\ - \frac{[a, \omega]}{[a, \tau][e, \omega]} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{[a, e]}{[a, \tau][\omega, e]} \frac{\partial R}{\partial \omega} \end{aligned} \right\}$$

Écrire l'une des égalités

$$\frac{\partial R}{\partial c_\beta} \quad \text{ou} \quad \frac{\partial R}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial c_\beta} + \frac{\partial R}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial c_\beta} + \frac{\partial R}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial c_\beta} = 0$$

équivalant à admettre que la force perturbatrice appartient à chaque instant au plan passant par la planète et perpendiculaire au déplacement infiniment petit que subirait celle-ci à partir de sa position à cet instant, si l'on donnait une variation infiniment petite au seul élément c_β de l'orbite elliptique instantanée correspondante.

$\frac{\partial R}{\partial \theta} = 0$ exprime que la force perturbatrice est dans un même plan avec la normale au plan de l'écliptique menée par le centre du soleil; $\frac{\partial R}{\partial \varphi} = 0$, qu'elle appartient au plan de l'orbite képlérienne instantanée; $\frac{\partial R}{\partial \omega} = 0$, qu'elle est dans un même plan avec la normale au plan de cette orbite menée par le centre du Soleil; $\frac{\partial R}{\partial \tau} = 0$, qu'elle appartient au plan normal à la trajectoire képlérienne instantanée; $\frac{\partial R}{\partial a} = 0$ ou $\frac{\partial R}{\partial e} = 0$, qu'elle appartient à l'un ou l'autre de deux plans distincts perpendiculaires au plan de l'orbite non troublée, et différents du plan normal à cette orbite.

Deux de ces conditions peuvent être écrites simultanément et leur ensemble définit à chaque instant la direction de la force perturbatrice; $\frac{\partial R}{\partial \varphi} = 0$ et $\frac{\partial R}{\partial \tau} = 0$ expriment que la force perturbatrice est dirigée comme la normale (principale) à l'orbite (plane) instantanée.

Trois de ces conditions, ou davantage, ne peuvent être écrites simultanément que lorsque les plans correspondants se coupent suivant une même droite; $\frac{\partial R}{\partial \theta} = 0$, $\frac{\partial R}{\partial \varphi} = 0$, $\frac{\partial R}{\partial \omega} = 0$ sont compatibles pour exprimer que la force perturbatrice passe constamment par le centre du Soleil.

Or, il est toujours possible de concevoir une force perturbatrice dirigée à chaque instant, de façon que l'un quelconque des éléments elliptiques soit invariable, et le second membre de

chacune des équations (4) ne peut renfermer que des $\frac{\partial R}{\partial c_\beta}$ susceptibles d'être nuls simultanément.

Les conditions $\frac{\partial R}{\partial \theta} = 0$ et $\frac{\partial R}{\partial \varphi} = 0$ expriment que la force perturbatrice passe constamment par le centre du Soleil et sont généralement incompatibles avec $\frac{\partial R}{\partial \tau} = 0$. Aussi, eu égard à l'expression ci-dessus de $\frac{d\varphi}{dt}$, la différence

$$[\theta, a] [\omega, e] - [\theta, e] [\omega, a]$$

doit-elle être identiquement nulle. Ce résultat fait disparaître $\frac{\partial R}{\partial \varphi}$ de l'expression de $\frac{d\tau}{dt}$.

De même, les conditions $\frac{\partial R}{\partial \varphi} = 0$ et $\frac{\partial R}{\partial \tau} = 0$ sont généralement incompatibles avec $\frac{\partial R}{\partial \omega}$, et, eu égard à l'expression ci-dessus de $\frac{d\omega}{dt}$, on doit avoir

$$(\omega, \tau) \quad \text{ou} \quad \frac{[a, e]}{[e, \omega] [\tau, a]} = 0,$$

de sorte que $[a, e] = 0$. Cette conclusion réduit aussi d'un terme l'expression de $\frac{d\tau}{dt}$.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

- Blanchard (Raoul)*. Les Forces hydro-électriques pendant la guerre.
Paris s/d.; in-8° (128 p.). [31.063]
- Boulenger (G.-A.)*. Roses d'Europe (vol. I). Bruxelles, 1923; in-8°
(413 p., pl.). [31.069]
- Cornet (J.)* Le pléistocène et le crétacique à Asquilies. Liège, 1924;
extr. in-8° (7 p.) [30.171]
- Le cénomanien dans la région de Péronnes-lez-Binche. Liège, 1923;
extr. in-8° (10 p.). [30.170]
- Une erreur à rectifier : Le prétendu cénomanien des Hautes-Fagnes.
Liège, 1923; extr. in-8° (4 p.). [30.169]
- Sur une coupe observée dans les travaux du port de pêche, à
Ostende. Liège, 1923; extr. in-8° (4 p., fig.) [30.168]
- Sur le crétacique de la Haute vallée de la Trouille. Liège, 1923; extr.
in-8° (7 p.). [30.167]
- Gallegos (José)*. Estudiando la naturaleza. Guatemala, 1924; in-16
(31 p., fig.). [30.157]
- Goossens (V.)*. Catalogue des plantes du Jardin botanique d'Eala (Congo
Belge). Bruxelles, 1924; in-8° (179 p., pl.). [31.060]
- Lockyer (William J. S.)*. Apparatus for Broadening spectra. Sidmouth,
1924; extr. in-8° (pp. 48-53). [30.153]
- Mélon (J.)*. Galène, Ankerite, Barytine et Blende de Puertollano. Liège,
1922; extr. in-8° (7 p.). [30.162]
- Sur la forme cristalline de l'atoxyl et sur ses caractères d'identi-
fication au microscope. Bruxelles, 1922; extr. in-8° (11 p. fig.). [30.161]
- Contribution à l'étude des propriétés optiques de la chalcantithe,
s/v., s/d.; in-8° (6 p., fig.). [30.160]

- Nagler (S.-L.)*. The true cause of Baldness. Corona, 1923; in-32 (96 p.,
rel. de l'édit.). [31.066]
- Renward Brandstetter (Dr H. C.)*. Wir menschen der indonesischen
Erde. Lucerne, 1923; in-8° (32 p.). [30.154]
- Rimmer (W. B.)*. The luminosities and parallaxes of five hundred and
twenty-five stars, Types Fo TO Mb. Londres, 1923; extr. in-4°
(25 p.). [30.543]
- Saint-Jours (B.)*. L'Atlantide et l'océan Atlantique. Bordeaux, 1923;
extr. in-8° (12 p. fig.). [30.156]
- L'Atlantide de Solon et de Platon n'est qu'un mythe. Bordeaux,
1924; cah. in-8° (16 p., fig.) [30.158]
- Vandendries (René)*. L'Hétéro-Homothallisme dans le genre Coprinus.
Bruxelles, 1923; extr. in-4° (8 p.). [30.159]
- Vermoesen (C.)*. Manuel des Essences forestières du Congo belge.
Bruxelles, 1923; in-16° (282 p., pl.). [31.059]
-

Séance du mardi 5 mai 1925.

M. Fr. Swarts, *directeur de la Classe.*

Sont présents : MM. A. Gilkinet, Ch. Lagrange, J. Deruyts, Léon Fredericq, A. Gravis, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max Lohest, A. Demoulin, A. Rutot, comte A. de Hemptinne, V. Willem, P. Stroobant, Ch. Julin, J. Bordet, *membres*; Th. De Donder, P. Fourmarier, *correspondants*; A. Boulenger, *associé* et le *Secrétaire perpétuel*.

Absences motivées : MM. Massart, Lecointe, Marchal, Nolf, *membres*; Dony et Grégoire, *correspondants*.

M. le Directeur annonce le décès de M. A. Haller, associé de la Section des Sciences mathématiques et physiques; il exprime les vifs regrets que cause à la Classe le décès de cet éminent chimiste.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de la Défense Nationale prie l'Académie de constituer une Commission consultative pour les recherches de chimie et de physiologie dans le domaine des gaz de combat. — La Classe nomme MM. Swarts, Crismer, Dony, Bruylants, Fredericq, Nolf et Bordet pour constituer cette Commission, qui fera des propositions en vue de se compléter ultérieurement.

L'Université de Pavie invite l'Académie à se faire représenter par une délégation à la célébration de son onzième centenaire, les 20, 21 et 22 mai 1925. La Classe délègue M. Cesàro.

L'Académie pontificale des Nuovi Lincei communique le pro-

gramme de sa semaine académique du 27 avril au 2 mai 1925.

L'Académie des Sciences de Catane prie l'Académie de s'associer à la célébration de son centenaire, qui sera fêté dans la dernière décade du mois.

HOMMAGE D'OUVRAGE.

Recherches expérimentales et cytologiques sur la maturation et l'activation de l'œuf d' « Asterias glacialis », par A. Daleq.

— Remerciements.

COMITÉ SECRET.

La Classe examine les titres des candidats présentés pour la place d'associé vacante dans la Section des Sciences naturelles et décide de ne pas inscrire de nouvelles candidatures.

RAPPORTS.

De M. Neuberg, sur un travail de M. Godeaux : *Sur les involutions régulières d'ordre deux appartenant à une surface irrégulière* (troisième note). — La Classe, se ralliant à la proposition du rapporteur, décide l'impression de ce travail dans le *Bulletin*.

De M. le comte de Hemptinne, sur un travail de M. J. Errera : *Quelques remarques sur l'influence de la structure moléculaire sur la polarisation diélectrique*. — La Classe, se ralliant à la proposition du rapporteur, vote l'impression de ce travail dans le *Bulletin*.

FONDATION DE POTTER.

La Classe, se ralliant aux propositions de la Commission, accorde les subventions suivantes :

1,600 francs à M^{lle} JODOGNE, pour la confection des clichés de 28 planches d'un travail sur les plantes aphylls;

6,000 francs à M. LATHOUWERS, pour lui permettre de pour-

suivre à l'Université de Californie, à Berkeley, ses études sur la génétique ;

1,400 francs à M. LEQUEUX, pour continuer, à Spiennes, les fouilles préhistoriques entreprises en 1924 ;

600 francs à M. A. RUTOT, pour des fouilles préhistoriques à faire au sud de Louvain ;

3,000 francs à M. W. MUND, pour aller travailler au laboratoire de M. Rutherford à Manchester, ainsi que pour l'achat d'instruments nécessaires à l'étude du dénombrement des particules dans les hydrocarbures ;

1,200 francs à M. HAUMAN, pour la confection des clichés et le tirage des planches d'un mémoire sur la géographie botanique de la Patagonie.

CONSEIL INTERNATIONAL DE RECHERCHES.

La Classe détermine la façon dont son délégué votera sur les différents points à l'ordre du jour.

COOPÉRATION INTELLECTUELLE INTERNATIONALE.

La Classe se déclare favorable à l'établissement, entre le Conseil international de Recherches et la Commission de Coopération intellectuelle de la Société des Nations, des mêmes relations confraternelles qu'entre cette dernière et l'Union académique internationale.

TRAVAIL A L'EXAMEN.

L'Aberration des fixes et l'Aberration planétaire, par M. Alliaume ; présenté avec rapport favorable de M. de la Vallée Poussin.

— Impression dans le *Bulletin*.

PHYSICO-CHIMIE. — **Pouvoir inducteur spécifique
et stéréoisomérisation éthylénique,**

par J. ERRERA et M. LEPINGLE (1).

Dans un mémoire récent, P. Walden et O. Werner (2) ont donné le résultat de mesures du pouvoir inducteur spécifique (p. i. s.) de divers dérivés organiques halogénés. Ils ont déterminé en particulier le p. i. s. d'un bichlorure d'acétylène commercial; puis, après l'avoir partagé par distillation *sous pression légèrement réduite* en quatre fractions, ils ont mesuré les deux fractions extrêmes. Voici ces nombres :

	ϵ
Produit total	4,5 — 4,7
Première fraction (la plus volatile)	3,67
Quatrième fraction	7,55

La lecture du travail de Walden a induit l'un de nous — précisément occupé à déterminer par voie chimique la configuration de couples éthyléniques bromés — à penser qu'il y avait peut-être dans ces mesures le germe d'une méthode physique capable de rendre des services dans la fixation de la configuration spatiale des stéréoisomères éthyléniques.

M. Chavanne, à qui l'on doit la séparation et l'étude des bichlorures d'acétylène stéréoisomères (3) et dans le laboratoire de qui se poursuivent depuis 1912 des recherches sur cette isomérisation particulière, ayant mis à notre disposition des couples d'isomères très purs, nous avons pu effectuer des mesures précises dont nous donnons ici les premiers résultats.

(1) Présenté par M. Chavanne, à la séance du 4 avril 1925.

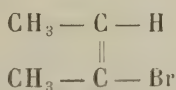
(2) P. WALDEN et O. WERNER, *Zeits. f. Phys. Chim.*, 111, 468.

(3) G. CHAVANNE, *Bull. Soc. Chim. Belg.*, 26, 287, 28, 234.

Ces mesures ont été effectuées par la méthode du pont de Nernst modifiée ⁽¹⁾; la précision de celles-ci peut être évaluée à 1 %. La longueur d'onde utilisée est de 750 mètres. La température des expériences a varié de 18° à 20°; dans le cas des biiodures d'acétylène, dont l'un fond à 72°, nous avons opéré dans une étuve à 83°.

La configuration des individus des trois premiers couples du tableau ci-après est connue ⁽²⁾; elle repose sur la comparaison des vitesses d'arrachement d'hydracide par la potasse alcoolique, l'élimination étant favorisée par la position en « trans » d'hydrogène et d'halogène.

Le cinquième couple est celui des bromo-butènes de Wislicenus ⁽³⁾; la règle de transélimination favorisée attribue la configuration « cis »



à celui qui bout à 93.6-93.9 et la configuration « trans »



à celui bouillant à 85.8-85.9. Ce couple a été préparé très pur en utilisant le fractionnement des azéotropiques avec l'alcool éthylique; le quatrième, inconnu jusqu'ici, a été préparé en même temps par l'un de nous; l'étude de ces α bromo-butènes qui se poursuit au laboratoire de M. Chavanne fera l'objet d'un mémoire ultérieur indépendant dans lequel la configuration des

⁽¹⁾ J. ERRERA, *Journ. de Phys.*, **3**, 401.

⁽²⁾ *Loc. cit.* - G. CHAVANNE et J. VOS, *Bull. Soc. Chim. Belg.*, **28**, 240, **31**, 73. — FRIEDRICH, *Lieb. Ann.*, **219**, 346.

⁽³⁾ WISLICENUS et SCHMIDT, *Lieb. Ann.*, **313**, 210.

individus de ce quatrième couple sera donnée en se basant sur des considérations chimiques.

A M. Lebrun, nous devons le couple des nitriles crotoniques de M. Bruylants ⁽¹⁾ et les β chloro-crotonates d'éthyle stéréoisomères.

Les constantes physiques que nous reproduisons ci-dessous pour identifier les produits que nous avons étudiés permettront de se rendre compte de leur pureté.

Nous avons fait figurer dans ce tableau, outre les valeurs du p. i. s., celles de la polarisation moléculaire définie par la relation

$$P = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \frac{M}{d}.$$

*
* *

Il résulte des mesures faites sur les trois premiers couples que le p. i. s. ϵ et la polarisation P de la forme éthylénique dans laquelle les deux atomes ou groupements électronégatifs sont en « cis » sont les plus élevés. La différence est particulièrement frappante pour les bichlorures d'acétylène.

Adoptant la règle de transélimination pour fixer la configuration des individus du couple de Wislicenus, couple dont un seul des atomes ou groupements fixés sur la double liaison a un caractère électronégatif, nous voyons que la forme ayant en « trans » le groupement électronégatif et le groupement le moins électro-positif (Br et CH₃) présente dl, le p. i. s. le plus élevé. Nous basant sur ce fait, nous pourrions en déduire la configuration des α bromo-butènes et des nitriles crotoniques qui présentent le même caractère constitutif. Des expériences d'un autre ordre montreront si ces déductions sont justifiées.

(1) P. BRUYLANTS, *Bull. Soc. Chim. Belg.*, **31**, 180, **33**, 331.

SUBSTANCE.	CONFIGURATION.	Éb.	D ₄	(n) _D	(R _m) _D	ε	P
H Cl C = C Cl H	cis.	60°25	1,2913	1,4519	20,25	9,22	60,4
	trans.	48°35	1,2651	1,4490	20,56	2,25	22,5
H I C = C I H	cis. (liq.) fus. — 13°8	72°5/16 mm.	2,834	—	—	4,46	52,9
	trans. (solid.) fus. + 72°	76°5-77°0/16 mm.	2,826	—	—	3,19	41,8
CH ₃ — Cl C = CH — COO C ₂ H ₅	cis.	75°3-76°0/14 mm.	1,4526	1,4509	35,82	7,67	91,2
	trans.	54°0/14 mm.	1,0858	1,4530	37,75	4,70	77,5
C ₂ H ₅ — HC = CH Br	—	94°6-94°8	1,3257	1,4600	27,89	5,89	63,0
	—	86°0-86°2	1,3190	1,4555	27,79	5,05	58,4
CH ₃ — Br C = CH — CH ₃	CH ₃ et Br en trans.	93°6-93°9	1,3353	1,4631	27,85	6,76	66,2
	CH ₃ et Br en cis.	85°8-85°9	1,3303	1,4602	27,80	5,38	60,1
CH ₃ — HC = CH — CN	—	107°7-108°2	0,8268	1,4175	20,39	36,08	74,7
	—	121°7-122°1	0,8259	1,4213	20,58	28,08	73,0

Université de Bruxelles.

PHYSICO-CHIMIE.

Quelques remarques sur l'influence de la structure moléculaire sur la polarisation diélectrique,

par J. ERRERA.

Dans des travaux antérieurs ⁽¹⁾, nous avons fait ressortir expérimentalement que le pouvoir inducteur spécifique (p. i. s.) des corps trouvait son origine dans la polarisation des éléments constitutifs : électrons, d'une part, atomes ou ions, molécules et groupes de molécules, d'autre part. L'étude des courbes de dispersion des solides dans le domaine hertzien permet, par exemple, de distinguer dans une valeur du p.i.s. la partie due aux mouvements électroniques de celle due à la polarisation particulière.

Il était intéressant d'étudier l'influence de la structure moléculaire et, en particulier, des diverses isoméries sur la valeur des composantes de cette grandeur électrique. Dans une note précédente, en collaboration avec M. M. Lépingle, nous avons exposé des valeurs de p.i.s. de stéréoisomères éthyléniques.

Pour rendre compte de la polarisation diélectrique d'un milieu, au lieu d'exprimer directement la valeur du p.i.s. (ϵ) trouvée, nous avons calculé la polarisation moléculaire (P). Cette grandeur est reliée au p.i.s. par la relation simple

$$P = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \frac{M}{d}.$$

Cette notation permet, entre autres ⁽²⁾, de différencier la partie de la polarisation due surtout aux mouvements électroniques (P_E) de celle provoquée principalement par les divers mouvements particuliers : polarisation atomique et de radicaux ou orientation de molécules entières ($P_A + P_O$). En effet, P nous donne la

(1) J. ERRERA, *Journ. de Phys.*, 4, 225 (1923); 5, 304 (1924).

(2) L. EBERT, *Zeitsch. f. Physik. Chem.*, 113, 1 (1924) et 114, 430 (1925).

somme des effets de polarisation; P_E , en général, se confond avec la réfraction moléculaire que nous pouvons établir par la formule de Lorentz-Lorenz en partant de l'indice ⁽¹⁾ (n_D); $P-P_E$ nous donnera donc la valeur de la polarisation (P_O+P_A).

Il résulte des mesures faites durant ces dernières années et de la théorie même ⁽²⁾, que plus le caractère dipolaire d'un corps est accentué, plus la valeur de la polarisation (P_A+P_O) est élevée. Il faut évidemment tenir compte, comme l'a fait remarquer Ebert, que l'exaltation de (P_A+P_O), qui devrait avoir lieu à l'état liquide et que l'on retrouve en général à l'état gazeux, est diminuée et par les phénomènes d'association des dipôles qui sont fonction de leurs moments, et par la distribution géométrique des dipôles dans la molécule.

Parmi les corps présentant l'isomérisie éthylénique, considérons d'abord la bisubstitution par deux radicaux électro-négatifs semblables — le Cl., par ex. — Dans ce cas nous avons, sur nos carbones doublement liés, des groupements semblables deux à deux et de signe opposé et la forme « cis » semble posséder comme élément de symétrie principal un plan; la forme « trans », un centre. Il apparait tout de suite que dans la forme « cis », le caractère dipolaire doit être beaucoup plus marqué que dans la forme « trans ». Si nous compliquons la substitution, en ajoutant des radicaux différents, et dans leur caractère électrique et dans leur poids moléculaire, mais de façon à avoir deux groupements négatifs et deux positifs, la symétrie sera moins caractéristique. Si nous avons un substituant d'un signe et les trois autres groupements du signe opposé, il n'y a, à première vue, plus de symétrie : il faudrait connaître la gran-

⁽¹⁾ La valeur de R_m , calculée d'après n_0 , sera établie pour le calcul des moments électriques.

⁽²⁾ Voir, entre autres : P. DEBIJE, *Handbuch der Radiologie*, t. VI (1925), p. 597. — P. WALDEN, *Zeitsch. f. Physik. Chem.*, 70, 616 (1910). — *Id.*, *Elektrochemie nicht wasserige Loesungen* (1923), p. 42. — O. BLUEH, *Zeitsch. f. Physik. Chem.*, 106, 341, (1923). — L. EBERT, *loc. cit.*, où se trouve également une bibliographie détaillée de la question. — G.-P. SMYTH, *Journ. Am. Chem. Soc.* (1924), 46, 2151.

deur des charges. Nous reviendrons sur ces cas dans un travail ultérieur.

Nous donnons ci-dessous un tableau complétant les mesures exposées dans l'article ci-dessus mentionné. L'étude des autres isoméries et le calcul du moment électrique des molécules feront l'objet d'une communication ultérieure.

SUBSTANCE.	Configuration.	$(R_m)_D = P_E$	P	$(P_A + P_O)$
$H\ Cl\ C = C\ Cl\ H \ . \ . \ . \ . \}$	cis	20,25	60,4	40,2
	trans	20,56	22,5	1,9
$H\ I\ C = C\ I\ H \ . \ . \ . \ . \}$	cis	Valeur cal. 36,57	52,9	16,3
	trans		41,8	5,2
$CH^3\ Cl\ C = CH\ Co^2\ C^2\ H^5 \ . \}$	cis	35,82	91,2	55,4
	trans	37,75	77,5	39,8
$C^2\ H^5\ HC = C\ H\ Br \ . \ . \ . \}$	—	27,89	63,0	35,1
	—	27,79	58,4	30,6
$CH^3 - Br\ C = CH - CH^3 \ . \}$	Br et CH^3 en trans	27,85	66,2	38,4
	idem en cis	27,80	60,1	32,3
$CH^3 - HC = CH - CN \ . \}$	—	20,7	74,8	54,1
	—	20,5	73,2	52,7

Il ressort de ces mesures que pour les couples éthyléniques dont la configuration est connue et ayant deux groupements positifs et deux négatifs, la somme de la polarisation d'orientation moléculaire et de la polarisation atomique est plus élevée pour la forme « cis »; pour le cas du bichlore éthylène, où l'asymétrie de la molécule est la plus apparente et le caractère électron égaatif des substituants le plus prononcé, l'exaltation de $(P_A + P_O)$ est la plus grande.

Université de Bruxelles,
Faculté des Sciences appliquées.

GÉOMÉTRIE. — Sur les involutions régulières d'ordre deux appartenant à une surface irrégulière (*),

(Troisième note),

par L. GODEAUX, professeur à l'École militaire.

Si F est une surface algébrique irrégulière et Σ un système continu ∞^1 de courbes non équivalentes tracées sur F , on peut, par une construction imaginée par M. Severi (**), faire correspondre à F , dans la variété de Picard V attachée à cette surface, soit une courbe, et alors F possède un faisceau irrationnel de courbes, soit une surface de même irrégularité que F , et alors F est dépourvue de faisceau irrationnel de courbes. Nous utiliserons cette construction en partant d'un système Σ transformé en lui-même par une transformation birationnelle involutive T de la surface F en elle-même, génératrice d'une involution régulière I_2 , d'ordre deux, n'ayant qu'un nombre fini de points de coïncidence. Cela nous permet de ramener l'étude des systèmes de courbes tracées sur F à celle des systèmes de courbes tracées sur une surface appartenant à la variété de Picard V et transformée en elle-même par une transformation de seconde espèce de cette variété. Nous étudions ensuite plus particulièrement le cas où l'irrégularité de la surface F est égale à deux.

1. Soit F une surface algébrique d'irrégularité $q > 0$, possédant une involution régulière I_2 , d'ordre deux, n'ayant qu'un nombre fini, $4z$, de points de coïncidence. Désignons par V_q la variété de Picard attachée à F , par T la transformation birationnelle de F en elle-même, génératrice de I_2 , par θ la transfor-

(*) Nos deux premières notes sur ce sujet ont paru dans le *Bulletin de l'Acad. roy. de Belgique*, 1924, pp. 434-446; 1925, pp. 37-47.

(**) *Relazioni tra gl' integrali semplici e gl' integrali multipli di 1^a specie di una varietà algebrica.* (ANNALI DI MATEMATICA, 1913, t. XX.)

mation birationnelle involutive correspondante de la variété V_q en elle-même. La transformation θ est une des transformations ordinaires de seconde espèce de V_q .

Considérons, sur F , un système continu complet $\{C\}$, formé de ∞^q systèmes linéaires irréductibles $|C|$, de dimension r , transformé en lui-même par T . Les points de la variété de Picard V_q correspondent birationnellement aux systèmes linéaires $|C|$ de $\{C\}$.

Soit ensuite L une courbe algébrique, dépourvue de points multiples, tracée sur la variété V_q , transformée en elle-même par θ . Il est toujours possible de construire une courbe telle que L d'une infinité de manières. Soit, en effet, Ω la variété à q dimensions image de l'involution d'ordre deux engendrée par θ sur V_q . Cette involution ne possédant qu'un nombre fini, 2^{2q} , de points de coïncidence, il est possible de prendre, pour modèle projectif de la variété Ω , une variété sur laquelle les points de diramation soient isolés (*). Il suffit alors de prendre, pour la courbe L , la courbe qui correspond, sur V_q , à la courbe section de Ω par un nombre convenablement choisi d'hyper-surfaces de l'espace ambiant, ne passant pas par les points de diramation.

Aux points de L correspondent, sur F , ∞^1 systèmes linéaires $|C|$ formant un système continu Σ' , transformé en lui-même par T .

Considérons enfin une courbe D , algébrique, irréductible, de F , transformée en elle-même par T et dont l'ordre soit supérieur à celui des courbes C . Les courbes C ne peuvent donc jamais avoir une partie commune avec D .

Dans chacun des systèmes linéaires $|C|$ appartenant au système Σ' , il y aura un nombre fini de courbes ayant un contact d'ordre $r-1$ avec la courbe D . Les courbes ainsi obtenues

(*) On obtient la variété Ω en partant de la variété V_q comme la surface de Kummer en partant de la surface de Jacobi.

forment un système continu Σ , simplement infini, transformé en lui-même par T .

2. Considérons les courbes du système Σ passant par un point déterminé de F . Elles forment une courbe réductible que nous désignerons par E . Aux points de F correspondent donc ainsi ∞^2 courbes E et ces courbes E appartiennent à un système continu ∞^2 transformé en lui-même par T .

Deux cas peuvent se présenter (*):

1° Parmi les ∞^2 courbes E , il y en a ∞^1 équivalentes à une courbe E déterminée;

2° Parmi les ∞^2 courbes E , il n'y en a qu'un nombre fini, ν , équivalentes à une courbe E déterminée.

Dans le premier cas, il existe un faisceau irrationnel $\{K\}$ sur la surface F et les ∞^1 courbes E relatives aux points d'une courbe K sont équivalentes. Le faisceau irrationnel $\{K\}$ est transformé en lui-même par T et il lui correspond, sur la variété de Picard V_q , une courbe K_1 , transformée en elle-même par θ . Les courbes K de $\{K\}$ et la courbe K_1 sont en correspondance birationnelle.

Dans le second cas, la surface F ne peut posséder de faisceau irrationnel de courbes.

Observons que le second cas ne peut se présenter si $q = 1$, car alors la variété de Picard attachée à F est une courbe elliptique V_1 , et l'on se trouve nécessairement dans le premier cas. Une surface d'irrégularité 1 possède toujours un faisceau elliptique de courbes (**).

3. Plaçons-nous dans l'hypothèse où la surface F possède un faisceau irrationnel de courbes $\{K\}$ et soit Φ une surface (régulière) image de l'involution I_2 . D'après ce qui vient d'être dit, le faisceau $\{K\}$ est transformé en lui-même par T . Comme

(*) SEVERI, *loc. cit.*

(**) Cette remarque est connue : voir SEVERI, *Osservazioni sui sistemi continui di curve appartenenti ad una superficie algebrica*. (ATTI DI TORINO, 1903-1904.)

la surface régulière Φ ne peut posséder de faisceau irrationnel de courbes, les courbes K ne peuvent être transformées en elles-mêmes par T . Cette transformation engendre donc, dans le faisceau $\{K\}$, une involution d'ordre deux, nécessairement rationnelle, g_2^1 . Il en résulte qu'il y a certainement des courbes du faisceau $\{K\}$, en nombre fini, transformées en elles-mêmes par T . Soit K_0 une de ces courbes.

Envisageons une courbe algébrique H , tracée sur F , transformée en elle-même par T , irréductible et d'ordre supérieur à celui des courbes K . Soient K' les courbes qui correspondent, sur Φ , aux courbes K , K'_0 la courbe correspondant à K_0 , H' la courbe correspondant à H .

Si n est le nombre de points communs aux courbes K et à la courbe H , les courbes K' coupent la courbe H' en n points également. En particulier, la courbe K_0 coupe H et la courbe K'_0 coupe H' en n points. Ces n points sont donc nécessairement des points invariants pour T . Ce raisonnement pouvant être répété pour toute courbe telle que H , on voit que tous les points de la courbe K_0 sont des points de coïncidence de l'involution I_2 . Cette involution I_2 ne pouvant, par hypothèse, avoir une infinité de points de coïncidence, la surface F ne peut posséder de faisceau irrationnel de courbes.

Une surface possédant un faisceau irrationnel de courbes ne peut contenir une involution régulière d'ordre deux, n'ayant qu'un nombre fini de points de coïncidence.

4. Plaçons-nous maintenant dans l'hypothèse où F est dépourvue de faisceau irrationnel de courbes et est donc d'irrégularité $q > 1$.

Les ∞^2 courbes E se distribuent en ∞^2 groupes de ν courbes équivalentes. Aux ∞^2 systèmes linéaires non équivalents déterminés par ces ∞^2 groupes de courbes E correspondent, sur la variété de Picard V_q , les points d'une surface algébrique Ψ d'irrégularité q . A un point de F correspond une courbe E et,

par suite, un point de Ψ . A un point de Ψ correspondent ν courbes E et, par suite, les ν points de F ayant donné naissance à ces courbes. La surface Ψ représente donc une involution I_ν , d'ordre ν , appartenant à F .

Le système Σ étant transformé en lui-même par T , cette transformation échange entre elles les ∞^2 courbes E . Il en résulte que la surface Ψ est transformée en elle-même par la transformation θ . Les groupes de l'involution I_ν sont échangés entre eux par T , mais cette involution I_ν ne peut évidemment pas être composée au moyen de l'involution I_2 . A l'involution I_2 correspond, sur la surface Ψ , une involution I_2 d'ordre deux engendrée par θ .

Désignons par Φ la surface régulière image de l'involution I_2 , par Ψ' la surface image de l'involution I_2 engendrée sur Ψ par θ . A l'involution I_ν correspond, sur Φ , une involution I'_ν , d'ordre ν , dont la surface Ψ' est l'image. Cette surface Ψ' est donc régulière.

Soit, sur F , P un point de coïncidence de I_2 . A P correspond, sur Ψ , un point P_1 invariant pour θ , car la courbe E relative au point P est transformée en elle-même par T . Il en résulte que le groupe de l'involution I_ν , contenant P , est transformé en lui-même par T . A ce groupe doit correspondre, sur Φ , un groupe de points de l'involution I'_ν ayant pour image, sur Ψ' , le point correspondant à P_1 . Le groupe de I_ν contenant P et le groupe correspondant de I'_ν , sur Φ , doivent être formés du même nombre de points (ce nombre sera précisément ν si P_1 n'appartient pas à la courbe de diramation de la surface Ψ pour la correspondance avec F). Il en résulte que tous les points du groupe de I_ν contenant un point de coïncidence de I_2 sont des points de coïncidence de I_2 .

La surface Ψ doit passer simplement par les points invariants pour θ qu'elle contient, sans quoi la surface F posséderait des courbes de coïncidence pour l'involution I_2 , contrairement à l'hypothèse.

Si une surface algébrique irrégulière contient une involution régulière d'ordre deux, n'ayant qu'un nombre fini de points de coïncidence, elle est la transformée rationnelle d'une surface de même irrégularité, appartenant à la variété de Picard attachée à la première surface, et transformée en elle-même par une transformation de seconde espèce de cette variété. Les points de la première surface, qui correspondent aux points de la seconde, invariants pour la transformation de seconde espèce, sont les points de coïncidence de l'involution d'ordre deux considérée.

5. Considérons, sur la surface Ψ , un système continu complet $\{\Gamma\}$, transformé en lui-même par la transformation θ . D'après ce que nous avons établi dans notre première note, nous pouvons choisir $\{\Gamma\}$ de manière que ce système contienne 2^{2q} systèmes linéaires transformés en eux-mêmes par θ , chacun de ces systèmes contenant deux systèmes linéaires partiels composés au moyen de l'involution I'_2 engendrée par θ , et enfin l'un au moins de ces 2^{2q+1} systèmes partiels étant dépourvu de points-base qui soient des points de coïncidence de I'_2 .

Au système continu $\{\Gamma\}$ correspondra, sur F , un système continu complet, $\{C\}$, transformé en lui-même par T . Ce système $\{C\}$, qui sera en général plus ample que $\{\Gamma\}$, contiendra 2^{2q+1} systèmes linéaires partiels composés au moyen de l'involution I_2 , l'un d'eux (au moins) étant dépourvu de points-base qui soient des points de coïncidence de l'involution I_2 . Ces systèmes partiels appartiendront, par couples, à 2^{2q} systèmes linéaires de $\{C\}$, transformés en eux-mêmes par T .

Nous avons établi, dans notre deuxième note, que tous les systèmes continus complets appartenant à F et possédant les mêmes propriétés que $\{C\}$ se comportaient de la même manière vis-à-vis des points de coïncidence de I_2 . Comme ceux-ci correspondent aux points de coïncidence de I'_2 sur Ψ , la question revient à l'étude de la manière dont se comporte le système $\{\Gamma\}$

vis-à-vis des points de coïncidence de cette dernière involution.

Nous n'étudierons pas actuellement cette question dans le cas général; nous étudierons seulement le cas où $q = 2$. La variété de Picard V_2 se confond alors avec la surface Ψ .

Remarquons que la surface Ψ ne peut posséder de faisceau irrationnel de courbes; par conséquent, la surface Ψ est une surface de Picard (ou de Jacobi) en relation avec une courbe de genre deux non dégénérée.

6. Soit donc Ψ une surface de Picard dépourvue de faisceau irrationnel de courbes et soit δ son diviseur. On sait (*) que Ψ est l'image d'une involution cyclique I_δ , d'ordre δ , appartenant à une surface de Jacobi Ψ_0 . Cette involution I_δ est privée de points de coïncidence et engendrée par une transformation ordinaire, de première espèce, de période δ , de Ψ_0 . Soit τ cette transformation. A une transformation de seconde espèce θ de Ψ correspondent, sur Ψ_0 , δ transformations (involutives) de seconde espèce,

$$\theta_0, \tau\theta_0, \tau^2\theta_0, \dots, \tau^{\delta-1}\theta_0.$$

Sur la surface de Jacobi Ψ_0 existe toujours un système continu ∞^2 , $\{K_0\}$, formé de courbes de genre deux non équivalentes, transformé en lui-même par ces δ transformations de seconde espèce.

Le système $\{K_0\}$ contient seize courbes invariantes pour θ_0 et chacune de ces courbes passe par six des seize points invariants pour cette transformation. On a, pour les transformations $\tau\theta_0, \dots, \tau^{\delta-1}\theta_0$, la même propriété, mais les seize courbes et les seize points invariants diffèrent pour chaque transformation.

Le système continu complet $\{2K_0\}$, de genre 5, degré 8,

(*) Voir ENRIQUES-SEVERI, *Mémoire sur les Surfaces hyperelliptiques*. (ACTA MATHEMATICA, 1903, vol. 32 et 33.)

formé de ∞^2 systèmes linéaires de dimension 3, contient seize systèmes linéaires invariants pour θ_0 . L'un de ces systèmes est dépourvu de points-base et composé au moyen de l'involution engendrée par θ_0 ; les quinze autres possèdent chacun deux faisceaux de courbes invariantes pour θ_0 . Chacun de ces faisceaux possède 8 points-base qui sont des points invariants pour θ_0 .

Aux courbes K_0 correspondent, sur Ψ , des courbes K , de genre deux, possédant $\delta - 1$ points doubles variables et formant un système continu transformé en lui-même par θ . Les courbes K appartiennent comme courbes totales à un système continu complet $\{K\}$, transformé en lui-même par θ et formé de ∞^2 systèmes linéaires de dimension $\delta - 1$, genre $\delta + 1$ et degré 2δ . Ce système $\{K\}$ contient seize systèmes linéaires transformés en eux-mêmes par θ .

Aux courbes du système $\{2K_0\}$ correspondent sur Ψ des courbes du système $\{2K\}$. Le système complet $\{2K\}$ est formé de ∞^2 systèmes linéaires de degré 8δ , de genre $4\delta + 1$ et de dimension $4\delta - 1$. Il est transformé en lui-même par θ et contient seize systèmes linéaires transformés en eux-mêmes par θ . L'un de ces systèmes contient deux systèmes partiels composés au moyen de l'involution I_2 engendrée par θ ; le premier de ces systèmes partiels, de dimension $2\delta + 1$, est dépourvu de points-base; l'autre, de dimension $2\delta - 3$, possède comme points-base les seize points de coïncidence de I'_2 . Les quinze autres systèmes linéaires $|K|$ invariants pour θ contiennent chacun deux systèmes partiels composés au moyen de I'_2 , ayant pour points-base huit points de coïncidence de I'_2 .

7. Considérons la surface F , d'irrégularité $q = 2$, admettant une involution régulière I_2 , d'ordre deux, satisfaisant aux conditions énumérées plus haut.

Nous avons établi, dans notre deuxième note, que tous les systèmes continus complets, invariants pour T et contenant $2^{2q+1} = 32$ systèmes linéaires partiels composés au moyen

de I_2 , l'un de ces systèmes étant dépourvu de points-base qui soient des coïncidences de I_2 , se comportaient de la même manière vis-à-vis des points de coïncidence de cette involution. Actuellement, aux courbes du système $\{2K\}$ de Ψ vont correspondre sur F des courbes C appartenant comme courbes totales à un système complet $\{C\}$ satisfaisant aux conditions énumérées ci-dessus. Il en résulte que les points de coïncidence de l'involution I_2 se partagent en seize groupes, en général formés d'un même nombre de points, et que tout système continu complet, transformé en lui-même par T , contenant un système linéaire partiel composé au moyen de I_2 et dépourvu de points-base qui soient des points de coïncidence de I_2 , contient encore trente et un systèmes linéaires partiels composés au moyen de I_2 ; l'un de ces systèmes a comme points-base tous les points de coïncidence de I_2 ; les autres ont, comme points-base, les points de huit groupes.

La surface Φ , image de l'involution I_2 , est une surface de Kümmer (généralisée) multiple.

Si l'on se reporte à notre seconde note (n° 2), on voit que le diviseur de la surface Φ est nécessairement impair.

En général, nous aurons (notation de la seconde note)

$$\alpha = 4\nu, \quad \alpha_{ih} = 2\nu.$$

8. Nous terminerons cette note en établissant quelques inégalités entre les genres de la surface Φ et les nombres α, q .

Retournons au cas général, où F a l'irrégularité q . Nous avons (*)

$$p_a = 2\pi_a - \alpha + 1, \quad (1)$$

$$p^{(4)} - 1 = 2(\pi^{(4)} - 1), \quad (2)$$

$\pi_a, \pi^{(1)}$ étant les genres arithmétique et linéaire de Θ , $p_a, p^{(1)}$ ceux

(*) L. GODEAUX, *Mémoire sur les Surfaces doubles* ... (ANNALES DE LA FACULTÉ DES SCIENCES DE TOULOUSE, 1914.)

de F. De plus, les genres géométriques p_g, π_g de F et de Φ sont, d'après nos hypothèses,

$$p_g = p_a + q, \quad \pi_g = \pi_a.$$

Nous devons avoir

$$p_g < 2(p_a + 2), \quad (3)$$

sans quoi la surface F posséderait un faisceau irrationnel de courbes (*). On en conclut

$$p_a + 4 > q. \quad (4)$$

Ensuite, d'après M. Rosenblatt (**), si la condition (3) est remplie, on a

$$p^{(4)} - 4 \leq 16p_a + 26,$$

c'est-à-dire, moyennant les formules (1) et (2),

$$\pi^{(4)} \leq 16\pi_a - 8\alpha + 22. \quad (5)$$

La formule (1) peut s'écrire

$$p_g - \pi_g = \pi_g - \alpha + q + 1.$$

Le premier membre étant positif ou nul, on a

$$\pi_g \geq \alpha - q - 1. \quad (6)$$

On obtient ainsi pour la surface F l'inégalité (4) et pour la surface Φ les inégalités (5) et (6).

Bruxelles, le 24 mars 1925.

(*) Cette inégalité a fait l'objet de différents travaux de MM. Castelnuovo et Rosenblatt. Un résultat définitif a été obtenu par M. COMESSATTI, *Intorno alle superficie algebriche irregolari con $p_g \geq 2(p_a + 2)$* , ... (REND. DI PALERMO, 1922.)

(**) ROSENBLATT, *Sur quelques inégalités dans la théorie des surfaces algébriques*. (C. R., juin 1912.)

ASTRONOMIE. — L'Aberration des fixes et l'Aberration planétaire.

Note de M. ALLIAUME (1).

1. On admet l'existence d'un système de repère par rapport auquel la lumière se meut en ligne droite et avec la même vitesse V dans toutes les directions. On adopte des axes de coordonnées solidaires de ce système de repère.

Par rapport à ces axes, le lieu terrestre d'observation, M , a des coordonnées ξ_1, ξ_2, ξ_3 à l'instant t , et les coordonnées de la source lumineuse, S , sont x_1, x_2, x_3 au même instant. A cet instant, la droite MS a pour cosinus directeurs

$$\Gamma_1 = \frac{x_1 - \xi_1}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}}, \quad \Gamma_2 = \frac{x_2 - \xi_2}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}}, \quad \Gamma_3 = \frac{x_3 - \xi_3}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}},$$

où les coordonnées x et ξ sans indice doivent être lues comme munies d'un indice de sommation.

Dans une observation de la source lumineuse faite à l'instant t au point ξ_1, ξ_2, ξ_3 , on appelle $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ les cosinus directeurs de la ligne de visée vraie, et c_1, c_2, c_3 les cosinus directeurs de la ligne de visée apparente.

Les cosinus directeurs de même rang des deux groupes ($\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$) et ($\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$) diffèrent par des termes qui sont de l'ordre des rapports des dérivées $\frac{d\xi}{dt}$ à la vitesse V de la lumière. Dans les deux groupes (c_1, c_2, c_3) et ($\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$), les différences des éléments correspondants sont de l'ordre des rapports des dérivées $\frac{dx}{dt}$ à la même vitesse V . Pratiquement, ces rapports

(1) Présentée par M. Ch.-J. de la Vallée Poussin.

sont des quantités petites du premier ordre, et l'approximation adoptée est celle dans laquelle les termes petits du deuxième ordre sont considérés comme négligeables.

L'aberration de la lumière est un phénomène du premier ordre. Toutes les théories optiques sont d'accord en ce qui concerne les phénomènes de cet ordre : ce n'est que pour fixer les idées que, ci-dessus, a été faite l'hypothèse d'un système de repère par rapport auquel la lumière se meut en ligne droite et avec la même vitesse dans toutes les directions.

2. La vitesse V de la lumière est connue, ainsi que les équations du mouvement de la source lumineuse

$$\xi_1 = \xi_1(t), \quad \xi_2 = \xi_2(t), \quad \xi_3 = \xi_3(t)$$

et du lieu d'observation

$$x_1 = x_1(t), \quad x_2 = x_2(t), \quad x_3 = x_3(t).$$

On propose un instant t . On demande les cosinus directeurs (c_1, c_2, c_3) de la ligne de visée apparente, et les cosinus directeurs $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ de la ligne de visée vraie à cet instant.

Si V' est la vitesse apparente de la lumière à l'instant t au lieu d'observation, et $(t - \theta)$ l'instant d'émission de l'onde lumineuse reçue par l'observateur à l'instant t , on a les équations d'aberration

$$V\gamma_1 = V'c_1 - \frac{d\xi_1}{dt},$$

$$V\gamma_2 = V'c_2 - \frac{d\xi_2}{dt},$$

$$V\gamma_3 = V'c_3 - \frac{d\xi_3}{dt},$$

avec les identités

$$\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1,$$

$$c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 = 1,$$

ainsi que l'équation du temps de parcours de la lumière

$$\theta = \frac{\sqrt{\Sigma (x' - \xi)^2}}{V}$$

et les égalités

$$\frac{x'_1 - \xi_1}{\gamma_1} = \frac{x'_2 - \xi_2}{\gamma_2} = \frac{x'_3 - \xi_3}{\gamma_3},$$

dans lesquelles on a, pour abrégé, utilisé les notations

$$x'_1 = x_1(t - \theta), \quad x'_2 = x_2(t - \theta), \quad x'_3 = x_3(t - \theta).$$

Les égalités ci-dessus constituent un système de huit équations aux huit inconnues

$$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, c_1, c_2, c_3, V', \theta.$$

L'élimination de V' entre les quatre premières laisse, à l'approximation convenue,

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= c_1 + c_1 \sum \frac{c}{V} \frac{d\xi}{dt} - \frac{1}{V} \frac{d\xi_1}{dt}, \\ \gamma_2 &= c_2 + c_2 \sum \frac{c}{V} \frac{d\xi}{dt} - \frac{1}{V} \frac{d\xi_2}{dt}, \\ \gamma_3 &= c_3 + c_3 \sum \frac{c}{V} \frac{d\xi}{dt} - \frac{1}{V} \frac{d\xi_3}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Les premiers membres de ces formules pourraient être remplacés par les cosinus directeurs $(\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3)$ de la droite lieu d'observation — source lumineuse si ce dernier point était immobile par rapport aux axes de repère. On admet qu'il en est ainsi pour les étoiles, et les formules

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_1 &= c_1 + c_1 \sum \frac{c}{V} \frac{d\xi}{dt} - \frac{1}{V} \frac{d\xi_1}{dt}, \\ \Gamma_2 &= c_2 + c_2 \sum \frac{c}{V} \frac{d\xi}{dt} - \frac{1}{V} \frac{d\xi_2}{dt}, \\ \Gamma_3 &= c_3 + c_3 \sum \frac{c}{V} \frac{d\xi}{dt} - \frac{1}{V} \frac{d\xi_3}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

conviennent pour la correction d'aberration des fixes.

L'élimination de $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ entre les équations (1) et les équations non utilisées du système primitif (sauf l'équation en θ explicite) fournit, à l'approximation convenue, les égalités suivantes :

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \frac{x'_1 - \xi_1}{\sqrt{\Sigma (x' - \xi)^2}} - \frac{x'_1 - \xi_1}{\sqrt{\Sigma (x' - \xi)^2}} \Sigma \frac{x' - \xi}{\sqrt{\Sigma (x' - \xi)^2}} \frac{1}{v} \frac{d\xi}{dt} + \frac{1}{v} \frac{d\xi_1}{dt}, \\ c_2 &= \frac{x'_2 - \xi_2}{\sqrt{\Sigma (x' - \xi)^2}} - \frac{x'_2 - \xi_2}{\sqrt{\Sigma (x' - \xi)^2}} \Sigma \frac{x' - \xi}{\sqrt{\Sigma (x' - \xi)^2}} \frac{1}{v} \frac{d\xi}{dt} + \frac{1}{v} \frac{d\xi_2}{dt}, \\ c_3 &= \frac{x'_3 - \xi_3}{\sqrt{\Sigma (x' - \xi)^2}} - \frac{x'_3 - \xi_3}{\sqrt{\Sigma (x' - \xi)^2}} \Sigma \frac{x' - \xi}{\sqrt{\Sigma (x' - \xi)^2}} \frac{1}{v} \frac{d\xi}{dt} + \frac{1}{v} \frac{d\xi_3}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

desquelles il reste à faire disparaître θ , qui s'y trouve par les coordonnées (x'_1, x'_2, x'_3) .

Eu égard à l'équation du temps de parcours, la première (par exemple) des équations (3) peut s'écrire

$$c_1 = \frac{x'_1 - \xi_1}{v\theta} - \frac{x'_1 - \xi_1}{v\theta} \Sigma \frac{x' - \xi}{v\theta} \frac{1}{v} \frac{d\xi}{dt} + \frac{1}{v} \frac{d\xi_1}{dt}.$$

Par le développement en série de chacun des x'_i suivant les puissances croissantes de θ ,

$$x'_i - \xi_i = x_i - \xi_i - \theta \frac{dx_i}{dt} + \frac{1}{2} \theta^2 \frac{d^2 x_i}{dt^2} - \frac{1}{6} \theta^3 \frac{d^3 x_i}{dt^3} + \dots$$

et

$$\frac{x'_i - \xi_i}{v\theta} = \frac{x_i - \xi_i}{v\theta} - \frac{1}{v} \frac{dx_i}{dt} + \frac{1}{2} \frac{\theta}{v} \frac{d^2 x_i}{dt^2} - \frac{1}{6} \frac{\theta^2}{v} \frac{d^3 x_i}{dt^3} + \dots,$$

expression dont chaque terme a une valeur numérique indépendante des unités adoptées.

Sous réserve d'une discussion ultérieure, admettons que les dérivées successives $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{v} \frac{dx_i}{dt} \right)$, $\frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{1}{v} \frac{dx_i}{dt} \right)$, ..., multipliées respectivement par θ , θ^2 , ..., constituent des termes négligeables à l'approximation convenue : le développement ci-dessus se réduit à ses deux premiers termes.

D'autre part, l'équation du temps de parcours s'écrit alors

$$\Sigma \left(\frac{x - \xi}{V\theta} - \frac{1}{V} \frac{dx}{dt} \right)^2 = 1$$

et montre que $\frac{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}}{V\theta}$ est de la forme $(1 + k)$, où k est une quantité petite de premier ordre; d'où, après substitution, la valeur de k , et, tous calculs faits, le résultat :

$$\frac{x'_i - \xi_i}{V\theta} = \frac{x_i - \xi_i}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} + \frac{x_i - \xi_i}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} \Sigma \frac{x - \xi}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} \frac{1}{V} \frac{dx}{dt} - \frac{1}{V} \frac{dx_i}{dt}.$$

Cette dernière valeur est celle du terme non petit de c_i . Quant aux termes petits, il est conforme à l'approximation convenue d'y remplacer chaque $\frac{x'_i - \xi_i}{V\theta}$ par son terme non petit.

Finalement :

$$\begin{aligned} &= \frac{x_1 - \xi_1}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} - \frac{x_1 - \xi_1}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} \Sigma \frac{x - \xi}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} \frac{1}{V} \left(\frac{d\xi}{dt} - \frac{dx}{dt} \right) + \frac{1}{V} \left(\frac{d\xi_1}{dt} - \frac{dx_1}{dt} \right), \\ &= \frac{x_2 - \xi_2}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} - \frac{x_2 - \xi_2}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} \Sigma \frac{x - \xi}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} \frac{1}{V} \left(\frac{d\xi}{dt} - \frac{dx}{dt} \right) + \frac{1}{V} \left(\frac{d\xi_2}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right), \\ &= \frac{x_3 - \xi_3}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} - \frac{x_3 - \xi_3}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} \Sigma \frac{x - \xi}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} \frac{1}{V} \left(\frac{d\xi}{dt} - \frac{dx}{dt} \right) + \frac{1}{V} \left(\frac{d\xi_3}{dt} - \frac{dx_3}{dt} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Telles sont les expressions des cosinus directeurs de la ligne de visée apparente. Les cosinus directeurs de la ligne de visée vraie s'obtiendront par substitution (1) des résultats qui viennent d'être obtenus en (4) :

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{x_1 - \xi_1}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} + \frac{x_1 - \xi_1}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} \Sigma \frac{x - \xi}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} \frac{1}{V} \frac{dx}{dt} - \frac{1}{V} \frac{dx_1}{dt}, \\ \gamma_2 &= \frac{x_2 - \xi_2}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} + \frac{x_2 - \xi_2}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} \Sigma \frac{x - \xi}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} \frac{1}{V} \frac{dx}{dt} - \frac{1}{V} \frac{dx_2}{dt}, \\ \gamma_3 &= \frac{x_3 - \xi_3}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} + \frac{x_3 - \xi_3}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} \Sigma \frac{x - \xi}{\sqrt{\Sigma(x - \xi)^2}} \frac{1}{V} \frac{dx}{dt} - \frac{1}{V} \frac{dx_3}{dt}. \end{aligned} \quad (5)$$

Ces cosinus directeurs de la ligne de visée vraie se montrent indépendants du mouvement de l'observateur, comme il était nécessaire.

3. Dans la pratique, on connaît les cosinus directeurs (c_1, c_2, c_3) de la ligne de visée apparente à l'instant t , et l'on doit calculer les cosinus directeurs ($\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$) de la droite lieu d'observation, source lumineuse au même instant.

Dans les premiers termes et dans divers facteurs des deuxièmes termes des expressions (5) de ($\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$), on reconnaît les cosinus directeurs demandés ($\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$), et ces équations (5), résolues à l'approximation actuelle par rapport à ($\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$), fournissent les formules

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_1 &= c_1 + c_1 \sum \frac{c}{v} \left(\frac{d\xi}{dt} - \frac{dx}{dt} \right) - \frac{1}{v} \left(\frac{d\xi_1}{dt} - \frac{dx_1}{dt} \right), \\ \Gamma_2 &= c_2 + c_2 \sum \frac{c}{v} \left(\frac{d\xi}{dt} - \frac{dx}{dt} \right) - \frac{1}{v} \left(\frac{d\xi_2}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right), \\ \Gamma_3 &= c_3 + c_3 \sum \frac{v}{c} \left(\frac{d\xi}{dt} - \frac{dx}{dt} \right) - \frac{1}{v} \left(\frac{d\xi_3}{dt} - \frac{dx_3}{dt} \right), \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

qui donnent les corrections d'aberration dans le cas le plus général, superposition de l'aberration des fixes et (pratiquement) de l'aberration planétaire. Dans leur emploi, il est conforme à l'approximation convenue que les équations du mouvement de l'astre observé ne soient connues qu'aux termes petits du second ordre près.

4. Les formules (6), en particulier, ne sont légitimes que pour autant que les quantités

$$\frac{1}{2} \frac{\theta}{v} \frac{d^2 x_i}{dt^2}, \quad \frac{1}{6} \frac{\theta^2}{v} \frac{d^3 x_i}{dt^3}, \dots$$

sont d'un ordre de petitesse supérieur au premier.

Le milieu par rapport auquel la lumière se meut en ligne droite et avec la même vitesse dans toutes les directions est sensiblement confondu avec l'ensemble des étoiles; et la discussion ne doit pratiquement porter que sur le cas où les (x_1, x_2, x_3) sont les coordonnées d'une planète.

L'observateur terrestre est lui-même entraîné dans un mouvement planétaire, et il est légitime d'adopter dans ce calcul (comme dans celui des termes d'aberration annuelle, et pour les mêmes raisons) des axes se coupant au centre du Soleil et qui ne sont que constamment parallèles à ceux par rapport auxquels la lumière se meut en ligne droite et avec la même vitesse dans toutes les directions, tout en gardant pour cette vitesse la constante V .

Comme il ne s'agit que d'un calcul d'ordres de grandeur, il est suffisant de considérer la trajectoire de chaque planète comme circulaire, décrite dans le plan des $x_1 x_2$. Enfin, chaque dérivée $\frac{d^n x_i}{dt^n}$ sera remplacée par la résultante des deux dérivées de même ordre $\left(\frac{d^n x_1}{dt^n}, \frac{d^n x_2}{dt^n}\right)$ et recevra ainsi la plus grande valeur qu'elle prend le long de la trajectoire planétaire.

Dans ces conditions, si a désigne le rayon de l'orbite planétaire, a_t le rayon de l'orbite terrestre et T_t la durée de la révolution de la Terre par rapport à l'ensemble des étoiles, et eu égard à la loi qui lie les durées des révolutions planétaires et les axes des orbites, le terme général (en valeur absolue)

$$\frac{1}{n!} \frac{\theta^{n-1}}{V} \frac{d^n x_i}{dt^2},$$

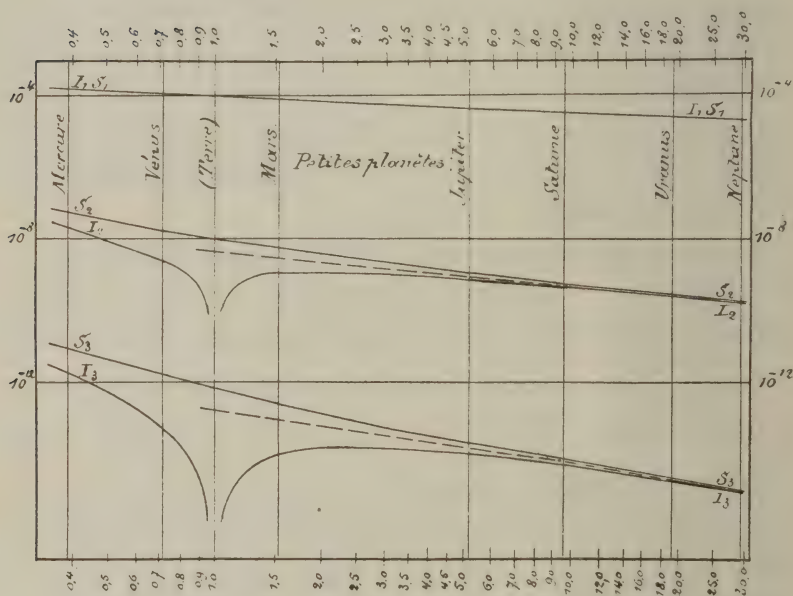
indépendant des unités de longueur et de temps, doit être compté pour

$$\frac{(2\pi)^n}{n!} \frac{\theta^{n-1}}{V} \left(a_t : T_t^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3n}{2}} a^{-\frac{3n-2}{2}}.$$

Quant à θ , ses valeurs extrêmes sont $\frac{|a_t \pm a|}{V}$, et les valeurs extrêmes correspondantes du terme général étudié sont

$$I_n = \frac{(2\pi)^n}{n!} \frac{|a_t - a|^{n-1}}{V^n} \left(a_t : T_t^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{3n}{2}} a^{-\frac{3n-2}{2}},$$

$$S_n = \frac{(2\pi)^n}{n!} \frac{(a_t + a)^{n-1}}{V^n} \left(a_t : T_t^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{3n}{2}} a^{-\frac{3n-2}{2}}.$$



Ces valeurs extrêmes ont été calculées par les formules suivantes pour les diverses planètes, et pour $n = 1, 2, 3$:

$$\log R = \bar{5},99590,$$

$$\log M_n = n \log R + \text{colog } n! + \frac{3n-2}{2} \text{colog } \frac{a}{a_t},$$

$$\log I_n = \log M_n + (n-1) \log \left| 1 - \frac{a}{a_t} \right|,$$

$$\log S_n = \log M_n + (n-1) \log \left(1 + \frac{a}{a_t} \right).$$

Voici les résultats de ces calculs :

1. — Valeurs extrêmes inférieures I_n .

	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$
	—	—	—
Mercure . . .	$10^{-4} \cdot 1,592$	$10^{-8} \cdot 2,007$	$10^{-12} \cdot 1,683$
Vénus. . . .	1,165	0,259	0,039
Mars	0,802	0,111	0,010
Jupiter . . .	0,434	0,076	0,009
Saturne . . .	0,320	0,046	0,004
Uranus . . .	0,226	0,024	0,002
Neptune . . .	0,180	0,016	0,001

2. — Valeurs extrêmes inférieures S_n .

	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$
	—	—	—
Mercure . . .	$10^{-4} \cdot 1,592$	$10^{-8} \cdot 4,542$	$10^{-12} \cdot 8,637$
Vénus. . . .	1,165	1,616	1,495
Mars	0,802	0,533	0,236
Jupiter . . .	0,434	0,112	0,019
Saturne . . .	0,320	0,057	0,007
Uranus . . .	0,226	0,027	0,002
Neptune . . .	0,180	0,017	0,001

Pour $n = 1$, les valeurs extrêmes inférieure et supérieure sont confondues, comme il était nécessaire.

Les formules ainsi mises en œuvre perdent leur signification pour $a = a_t$, c'est-à-dire dans le cas où la planète considérée est la Terre elle-même. Les résultats numériques obtenus dans cette hypothèse se rapportent à une autre planète qui décrirait la même orbite que la Terre. Les valeurs minima sont nécessairement nulles, et les valeurs maxima sont

$$S_1 = 10^{-4} \cdot 0,991, \quad S_2 = 10^{-8} \cdot 0,981, \quad S_3 = 10^{-12} \cdot 0,648.$$

La figure ci-jointe porte les courbes $\log S_n$ et $\log I_n$ en fonction de $\log \frac{a}{a_t}$; les axes ont été gradués en $\frac{a}{a_t}$ et en parties aliquotes de l'unité de S_n , I_n . Les logarithmes des nombres ci-dessus s'y retrouvent comme ordonnées des points des courbes tracées, le long des parallèles à l'axe des (S_n, I_n) relatives aux diverses planètes.

Le tracé des courbes a été mieux assuré par le calcul des coordonnées de quelques points supplémentaires, en particulier dans le voisinage de la Terre, intérieurement et extérieurement à son orbite, et dans la région des petites planètes.

La ligne unique $(\log S_1, \log I_1)$ est nécessairement une droite. Les ordonnées $(\log S_2, \log I_2)$, $(\log S_3, \log I_3)$ tendent deux à deux l'une vers l'autre pour des planètes de plus en plus éloignées du Soleil. Les lignes correspondantes ont deux à deux une asymptote commune dans le sens des éloignements croissants, à savoir

$$(\log S_2, \log I_2) = \bar{9},69077 - \log \frac{a}{a_t},$$

$$(\log S_3, \log I_3) = \bar{13},20954 - \frac{3}{2} \log \frac{a}{a_t};$$

ce sont les droites dessinées en traits interrompus.

D'autre part, sans qu'une théorie générale soit nécessaire, on voit fort bien l'allure que prennent ces résultats pour des valeurs de plus en plus grandes de n .

Les quantités définies du premier ordre de petitesse sont voisines de 10^{-4} , et les quantités dont on avait admis qu'elles étaient d'un ordre supérieur sont, en effet, de l'ordre de 10^{-8} , 10^{-12} , ...

La théorie ci-dessus et en particulier les formules de correction (6) sont donc applicables, dans d'excellentes conditions, aux observations planétaires.

Assemblée générale du 5 mai 1925.

Prennent place au Bureau :

MM. J.-P. WALTZING, *président de l'Académie, directeur de la Classe des Lettres*; A. GILKINET, *membre de la Classe des Sciences*; F. SWARTS, *directeur de la Classe des Sciences*; V. HORTA, *directeur de la Classe des Beaux-Arts*; A. GRAVIS, *membre de la Classe des Sciences*; P. BERGMANS et le Secrétaire perpétuel.

Sont présents :

Classe des Sciences : MM. Ch. Lagrange, J. Deruyts, Léon Fredericq, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max Lohest, A. Demoulin, A. Rutot, comte A. de Hemptinne, V. Willem, P. Stroobant, Ch. Julin, J. Bordet, L. Crismer, *membres*; Th. De Donder, P. Fourmarier, O. Dony, A. Brachet, *correspondants*; G.-A. Boulenger, *associé*.

Classe des Lettres et des Sciences morales et politiques : MM. le comte Goblet d'Alviella, baron E. Descamps, P. Thomas, Jules Leclercq, M. Wilmotte, H. Pirenne, baron A. Rolin, Eug. Hubert, M. De Wulf, L. Parmentier, R. P. Delehayé, dom Ursmer Berlière, J. Bidez, J.-J. van Biervliet, G. Cornil, L. Leclère, *membres*.

Classe des Beaux-Arts : MM. J. Winders, Ém. Mathieu, Léon Frédéric, J. De Vriendt, L. Solvay, Léon Du Bois, Sylvain Dupuis, Jean Delville, G. Vanzype, *membres*; A. Goffin, *correspondant*.

Absences motivées :

MM. Massart, Lecoïnte et Marchal, *membres* de la Classe des Sciences; Mahaim, de la Vallée Poussin, *membres*, et Capart, *correspondant* de la Classe des Lettres; Brunfaut et Hulin de Loo, *membres*; Minne, *correspondant* de la Classe des Beaux-Arts.

Le procès-verbal de l'assemblée générale du 6 mai 1925 est lu et approuvé.

Conformément à la décision prise par la Commission administrative, il est rendu hommage aux membres et associés décédés depuis la dernière assemblée générale, en même temps que sont rappelés les principaux caractères de leurs carrières respectives.

STATUTS ET RÈGLEMENT GÉNÉRAL.

L'Académie adopte, à l'unanimité, les modifications suivantes à ses statuts et à son règlement général, sous réserve d'approbation royale.

I. — Statuts.

ART. 3, 4^e alinéa : remplacer « des sciences et des lettres dans leurs rapports avec les Beaux-Arts » par « de l'histoire des Beaux-Arts et de la critique d'Art ».

ART. 4 : supprimer le 3^e alinéa.

ART. 19 et 23 : remplacer « Séance générale » par « Assemblée générale », comme à l'article 15 bis.

II. — Règlement général.

ARTICLE PREMIER, dernier alinéa : remplacer « les sciences et les lettres dans leurs rapports avec les Beaux-Arts » par « de l'histoire des Beaux-Arts et de la critique d'Art ».

ART. 11, 4^e alinéa : remplacer « d'octobre » par « de novembre ».

ART. 12 : remplacer les mots « la veille de » par les mots « dans la séance qui précède ».

ART. 15 : remplacer « la séance » par « la dernière séance ».

ART. 16, deuxième alinéa : remplacer « 15 francs » par « 20 francs » ; remplacer les 4^e, 5^e et 6^e alinéas par « le montant de leurs frais de déplacement, en première classe des chemins de fer, du lieu de leur résidence à Bruxelles et retour et une indemnité de séjour de 30 francs ».

ART. 20 et 21 : réunir leurs premiers alinéas respectifs, d'une part, en un article 20 et leurs deuxièmes alinéas, d'autre part, en un article 21, ainsi conçus :

ART. 20 : « Les travaux lus ou présentés à l'Académie, en vue de leur impression dans les *Mémoires* in-8^o ou in-4^o, sont mentionnés dans le *Bulletin* de la séance au cours de laquelle la présentation est faite. »

ART. 21 : « Lorsque l'Académie décide l'impression des rapports faits sur des mémoires présentés, ces rapports sont publiés dans le *Bulletin*. »

ART. 24 : le remplacer par « Les manuscrits des mémoires de concours, de même que ceux des mémoires présentés à l'Académie, demeurent la propriété de celle-ci. Lorsque l'impression n'en est pas votée, les auteurs peuvent en faire prendre copie à leurs frais ».

ART. 25 : le remplacer par « Les *Bulletins* constituent un recueil paraissant dans le plus bref délai possible, consacré aux communications de peu d'étendue faites en séance ».

ART. 26, 3^e ligne : remplacer les mots « la composition ou la lithographie exigeraient » par les mots « l'impression entraînerait ».

ART. 36 : le remplacer par « Les membres de l'Académie ne peuvent prendre part aux concours dont le programme a été établi par l'Académie ».

ART. 41 : le remplacer par « Tous les ans, les comptes de l'Académie sont vérifiés par une Commission spéciale (Commission des Finances) composée de cinq délégués de chaque Classe ».

ARTICLES ADDITIONNELS (p. 20) : ils sont remplacés par l'alinéa suivant, ajouté à l'article 8 :

« L'élection du directeur se fait suivant les mêmes règles que les élections des membres (art. 4); il en est pareillement pour l'élection des membres de la Commission administrative, de la Commission des Finances et de toutes les autres Commissions nommées par l'Académie. »

COOPÉRATION INTELLECTUELLE INTERNATIONALE.

L'Académie adopte, à l'unanimité, le vœu suivant :

Considérant qu'il y a eu accord des représentants officiels des corps savants de la plupart de nations du monde, réunis en 1918 et en 1919, pour établir à Bruxelles le Conseil international de Recherches et l'Union académique internationale, c'est-à-dire les deux premières organisations de coopération

intellectuelle entre les nations, qui ont été créées après la guerre ;

Considérant que cette décision, prise à l'initiative de l'Institut de France, a rencontré l'accord unanime des délégués des tous ces corps savants ;

Considérant que l'organisation d'un Institut de coopération intellectuelle internationale, tel que la Société des Nations a décidé de le créer, n'a encore reçu aucun commencement de réalisation et que la situation reste entière à cet égard.

L'Académie royale de Belgique émet le vœu :

1° De voir maintenir entre l'U. A. I. et la Commission de coopération intellectuelle internationale, les relations confraternelles qui ont été établies dès 1923 ;

2° De voir les mêmes relations s'établir entre le Conseil international de Recherches et la Commission de coopération intellectuelle ;

3° De voir la Belgique conserver et même étendre le rôle international qui lui a été assigné après la guerre et auquel sa situation géographique, ses traditions et son caractère de petite nation semblent la destiner particulièrement, — et par conséquent de voir établir à Bruxelles tout nouvel organisme de coopération intellectuelle.

COMMISSION DE LA « BIOGRAPHIE NATIONALE ».

M. P. Bergmans donne lecture du rapport sur les travaux de la Commission pendant l'exercice 1924-1925.

Des remerciements lui sont adressés.

**Rapport sur les travaux
de la Commission de la « Biographie nationale »
pendant l'année 1924-1925,**

par PAUL BERGMANS,
secrétaire de la Commission et membre de la Classe des Beaux-Arts.

MESSIEURS,

Au cours de l'exercice 1924-1925, aucun changement ne s'est produit au sein de la Commission, mais celle-ci a eu le regret de perdre plusieurs de ses collaborateurs : MM. Paul Buschmann, historien d'art, conservateur du Musée des Beaux-Arts d'Anvers ⁽¹⁾; Gustave Jorissenne, médecin doublé d'un esthète et d'un érudit ⁽²⁾; Ad. de Ceuleneer, professeur émérite de l'Université de Gand ⁽³⁾; Armand Piters, professeur honoraire de l'enseignement moyen ⁽⁴⁾; Arthur Blomme, président honoraire du tribunal de Termonde ⁽⁵⁾; le docteur Victor Jacques, professeur honoraire à l'Université de Bruxelles ⁽⁶⁾.

(1) Voici la liste de ses notices : Herm. Servaes; François Snyders; Georges et Jean-François van Son.

(2) Nous avons de lui les notices sur Arnold et Jean-François Smitsens, I et II.

(3) Outre les divers membres de la famille Serrure : Constant-Antoine, Constant-Philippe, Louis-Auguste et Raymond-Constant, M. de Ceuleneer avait retracé la biographie du peintre Soens.

(4) Il nous a donné les biographies des écrivains belges suivants : J. Nieuwenhuysen; Novent; Noyer; Oppelt; Pasquet; Pierquin; A. et G. Pirotte; P. Polain; Edm. Pollet; Caroline Popp; Rabeuf; L.-J. Remacle; Chr. de Reul; Th. Rimbaut et Romanesi.

(5) Il a étudié spécialement des personnages du pays de Termonde : Quaetfaslem; Roels; Salomons; J. Schautheet; Jean-Théodore Serraris; Siré; Antoine-Alard Spinosa; Hippolyte-Isidore-Joseph Stacquez et Édouard-Adolphe de Steene.

(6) Très ancien collaborateur de la *Biographie nationale*, il avait écrit pour notre recueil soixante-six biographies, principalement de médecins, dont les premières remontent à 1878 : R. de Farvacques; Faudacq; Favelet; Fl. Fridavallius; H. Froidmont; G. Fusch; J. Gherin; A.-H. et Ig. Gogava; H. de Grandjean;

Certains d'entre eux étaient associés depuis longtemps à nos travaux. De tous nous conservons le souvenir avec reconnaissance.

La Commission a admis comme nouveaux collaborateurs : MM. Fernand Brassinne, attaché à la Bibliothèque de l'Université de Liège; Joseph Denys, archiviste aux Archives de l'État à Gand; Gaston Dept, docteur en philosophie et lettres à Gand; Marcel Hoc, bibliothécaire à la Bibliothèque royale, à Bruxelles; Henri Nowé, archiviste aux Archives de l'État à Gand; chanoine Tobac, professeur à l'Université de Louvain, et Hans van Werveke, chargé de cours à l'Université de Gand.

Le deuxième fascicule du tome XXIII de la *Biographie nationale* a été distribué au mois de décembre dernier. Il contient cent cinquante-quatre notices et conduit notre répertoire de SPORCKMANS à STEVIN. Le hasard alphabétique y groupe quelques illustrations anciennes ou modernes de la science belge : l'illustre Simon Stévin, le génie le plus remarquable peut-être auquel notre pays ait donné naissance dans le domaine des sciences mathématiques, l'astronome-astrologue Jean Stade, le botaniste François van Sterbeek, spécialisé au XVII^e siècle dans l'étude des champignons et la culture des plantes d'orangerie, y voisinent, en effet, avec le chimiste Jean-Servais Stas et le docteur Frédéric-Antoine Spring. Les historiens tireront profit de la biographie du prince de Stahremberg, ministre plénipotentiaire auprès du Gouvernement général des Pays-Bas, de celles de l'abbé Érasme-Jean van de Steene, un personnage actif de la Révolution brabançonne, et d'André-Benoît Steven,

Al. Griez; N. Grosse; Guillaume de Lille; Ch. Guillery; J. de Harchies; A. de Hempinnee; Ch. van Hulthem; Ch. Ingelbrecht; J.-B. et J.-C. Jacobs; P. Jacques; Jean de Saint-Amand; A. Jonnart; P. Joostens; J.-Fr. Kluyskens; A. Knapp; C. Laisné; Ph. Langlet; H. Lebeau; Fr., H. et J.-A. Le Roy; H. van Lindhout; J.-B. Marie; J. Martini; H. Mathys; J.-H. Matthey; I. Mauroy; Ph. Meert; Ch. de Mertens; A. Meynne; G. Michel; Midavaine; J. van Mons; Mouremans; De Necker; Nichels; A. Nonnius; Noppe; Osenoort; J. O' Sullivan; G. Pape; A. et Ch. Pasquier; L. Peeters; B. Perdu; Planchon; Poirier; J. Pypers; Rieken; Riemslogh; J. Roelands; A. van Rossum; B^{on} Seutin et Ch. Sommé.

éditeur à Gand de journaux politiques dont le rôle fut important dans les années 1830, comme de celles de Jean van Standonck, le fondateur de la congrégation de Montaigu à Paris, des deux professeurs de l'Université de Louvain du nom de Thomas Stapleton, du P. Stanyhurst, prédicateur en vue du XVII^e siècle, ou du cardinal Sterckx, archevêque de Malines. Mentionnons encore les notices consacrées à des philologues et littérateurs : Charles Stallaert, Christian-Adolphe et Henri Stappers, le baron de Stassart; ou à des artistes : le peintre Barthélemy Spranger, les architectes et sculpteurs brugeois Stalpaert, les peintres modernes Joseph Stallaert et Joseph Stevens.

Le tome XXIV contiendra la fin de la lettre S et vraisemblablement le commencement de la lettre T. Deux feuilles en sont en épreuves, ainsi que quelques placards, et nous pourrions être plus avancés si nous ne nous heurtions à un obstacle qui, chaque année, nous oblige à consigner dans ce rapport des plaintes aussi sincères que monotones : le retard qu'apportent certains collaborateurs à l'achèvement des notices qui leur sont confiées. Ce retard est d'autant plus regrettable que certains de nos confrères nous ont déjà remis des articles des lettres T et V, avec un empressement pour lequel nous leurs exprimons toute notre gratitude.

La Commission s'est préoccupée de la publication d'un Supplément. Il y a, en effet, un certain nombre de lacunes dans la *Biographie nationale*. Dans l'élaboration des premières listes provisoires, on ne s'est pas suffisamment préoccupé des personnages d'intérêt historique, parce que les dépouillements ont porté surtout sur les répertoires existants et que ceux-ci énumèrent en ordre principal les artistes, les littérateurs, les savants, etc. D'autre part, pour l'admission dans le recueil, dont le premier volume a paru en 1866, les règles officielles indiquent une limite chronologique essentiellement variable : elles stipulent que ne peuvent être compris dans les listes alphabétiques provisoires, publiées au fur et à mesure de l'avan-

cement de la publication, que des personnages décédés depuis dix ans au moins. Il s'ensuit qu'il y a, dans les premiers volumes, de nombreuses et fâcheuses omissions au point de vue de l'histoire contemporaine.

On n'est pas encore arrivé à une solution précise. Mais il serait utile que, dès à présent, tous ceux qui se servent de la *Biographie nationale* veuillent bien faire connaître au Secrétariat les omissions qu'ils y constatent, afin de nous permettre de dresser une première liste de noms qui figureraient utilement dans le Supplément.

**Liste des collaborateurs de la « Biographie nationale »
(Mai 1925).**

MM. ALVIN (FRÉDÉRIC), conservateur à la Bibliothèque royale, à Bruxelles.

APERS (RENÉ), bibliothécaire à l'Université de Gand.

BACHA (EUGÈNE), directeur des services belges de bibliographie, à Bruxelles.

BASTELAER (RENÉ VAN), correspondant de l'Académie royale, à Bruxelles.

BAUTIER (PIERRE), conservateur-adjoint du Musée royal des Beaux-Arts, à Bruxelles.

BEAUJEAN (C.), directeur du service de la Caisse Générale d'Épargne et de Retraite, à Bruxelles.

BEHAULT DE DORNON (A. DE), directeur honoraire du Ministère des Affaires étrangères, à Bruxelles.

BERGMANS (PAUL), membre de l'Académie royale, à Gand.

BERLIÈRE (DOM URSMER), membre de l'Académie royale, à Maredsous.

BIGWOOD (GEORGES), professeur à l'Université de Bruxelles.

BOLSÉE (J.), archiviste aux Archives générales du Royaume, à Bruxelles.

BOSMANS (LE P. HENRI), professeur au Collège Saint-Michel, à Bruxelles.

- MM. BRASSINNE (FERNAND), attaché à la Bibliothèque de l'Université de Liège.
- BRASSINNE (JOSEPH), bibliothécaire en chef et professeur à l'Université de Liège.
- BRIL (LOUIS), archiviste aux Archives générales du Royaume, à Bruxelles.
- BROUWERS (D.-D.), conservateur des Archives de l'Etat, à Namur.
- BRUNFAUT (JULES), membre de l'Académie royale, à Bruxelles.
- BRUNIN (GEORGES), conservateur du Cabinet des Médailles, à Gand.
- BUFFIN (BARON CAMILLE), avocat, à Bruxelles.
- CALLEWAERT (CHANOINE C.), président du Séminaire, à Bruges.
- CAPART (JEAN), correspondant de l'Académie royale, à Bruxelles.
- CASIER (JOSEPH), président de la Commission des monuments de la ville de Gand.
- CLAEYS BOUAERT (CHANOINE C.), professeur au Séminaire de Gand.
- CLOSON (JULES), professeur à l'Université de Liège.
- CLOSSON (ERNEST), conservateur du Musée instrumental du Conservatoire, à Bruxelles.
- COLLE (G.), professeur à l'Université de Gand.
- CONINCKX (HYACINTHE), professeur à l'Académie des Beaux-Arts, à Malines.
- COPPIETERS STOCHOVE (ERNEST), à Bruges.
- COPPIETERS STOCHOVE (HUBERT), docteur en philosophie et lettres, à Bruges.
- CORNET (JULES), membre de l'Académie royale, à Mons.
- CORNIL (GEORGES), membre de l'Académie royale, à Bruxelles.
- COUNSON (ALBERT), membre de l'Académie de langue française, à Gand.

MM. COURTROY (FERD.), conservateur-adjoint des Archives de l'État, à Namur.

CROOY (abbé FERNAND), professeur, à Bruxelles.

CUVELIER (JOSEPH), membre de l'Académie royale, à Bruxelles.

DAM (D^r CHARLES), à Bruxelles.

DANIELS (abbé POLYDORE), archiviste de la ville de Hasselt.

DEFRECHEUX (CHARLES), bibliothécaire à la Bibliothèque de l'Université de Liège.

DEJACE (CHARLES), professeur à l'Université de Liège.

DELANNOY (CHARLES), professeur à l'Université de Gand.

DELANNOY (abbé F.), professeur à l'Institut Saint-Louis, à Bruxelles.

DELEHAYE (le P. HIPPOLYTE), membre de l'Académie royale, à Bruxelles.

DELEN (ARY), conservateur-adjoint du Musée Plantin, à Anvers.

DEMEYER (A.), professeur à l'Université de Louvain.

DEMOULIN (ALPHONSE), membre de l'Académie royale, à Gand.

DENYS (JOSEPH), archiviste aux Archives de l'État, à Gand.

DEPT (GASTON), docteur en philosophie et lettres, à Gand.

DESAMBLANX (CHARLES), relieur, à Bruxelles.

DESMAREZ (GUILLAUME), membre de l'Académie royale, à Bruxelles.

DESTREE (JOSEPH), conservateur honoraire des Musées royaux des Arts décoratifs et industriels, à Bruxelles.

M^{lle} DEVIGNE (MARGUERITE), attachée au Musée des Beaux-Arts de Bruxelles, à Woluwe.

MM. DONNET (FERNAND), administrateur honoraire de l'Académie royale des Beaux-Arts, à Anvers.

DONY (ÉMILE), préfet de l'Athénée royal de Liège.

DOORSLAER (D^r GUSTAVE VAN), musicologue, à Malines.

DOUTREPONT (AUGUSTE), membre de l'Académie royale de langue française, à Liège.

MM. DOUTREPONT (GEORGES), correspondant de l'Académie royale, à Louvain.

DRUMAUX (P.), professeur à l'Université de Gand.

DUPRIEZ (LÉON), membre de l'Académie royale, à Louvain.

EEGHEM (GUILLAUME VAN), professeur à l'Athénée royal de Bruxelles.

ESSEN (LÉO VANDER), professeur à l'Université de Louvain.

EYERMAN (JULES), avocat, à Termonde.

FAIRON (ÉMILE), conservateur des Archives de l'État, à Liège.

FELLER (JULES), membre de l'Académie royale de langue française, à Verviers.

FIERENS-GEVAERT (H.), professeur à l'Université de Liège, conservateur en chef du Musée des Beaux-Arts, à Bruxelles.

FIRKET (VICTOR), professeur à l'Université de Liège.

FRANCOTTE (XAVIER), professeur à l'Université de Liège.

FRÉDÉRICQ (LÉON), membre de l'Académie royale, à Liège.

FRESON (ARMAND), avocat, à Liège.

FRIS (VICTOR), archiviste de la ville et chargé de cours à l'Université de Gand.

GANSHOF (FRANÇOIS), chargé de cours à l'Université de Gand, à Bruxelles.

GHEYN (chanoine GABRIEL VAN DEN), secrétaire du Comité provincial des monuments, à Gand.

GIELENS (A.), conservateur des Archives de l'État, à Anvers.

GILKINET (ALFRED), membre de l'Académie royale, à Liège.

GOBERT (TH.), archiviste honoraire de la Province, à Liège.

GOBLET D'ALVIELLA (Comte E.), membre de l'Académie royale, à Bruxelles.

GOEMANS (LÉON), secrétaire perpétuel de l'Académie royale flamande, à Louvain.

GOETSCHALCKX (P.-J.), curé, à Eeckeren-Donck.

GOFFIN (LÉON), bibliothécaire de l'Université de Gand.

GOFFIN (TH.), conservateur à la Bibliothèque royale, à Bruxelles.

MM. GOYENS (Le Père J.), archiviste provincial des Frères mineurs, à Bruxelles.

HALKIN (LÉON), professeur à l'Université de Liège.

HANSAY (ALFRED), conservateur des Archives de l'État, à Hasselt.

HAUTE (CHARLES VAN DEN), conservateur des Archives de l'État, à Gand.

HEGER (PAUL), membre de l'Académie royale de médecine, à Bruxelles.

HENNEN (G.), archiviste aux Archives de l'État, à Liège.

HENRY (PAUL), professeur à l'Université de Louvain.

HOC (MARCEL), bibliothécaire à la Bibliothèque royale, à Bruxelles.

HOCQUET (ADOLPHE), archiviste-bibliothécaire de la ville de Tournai.

HOLVOET (PAUL), président honoraire de la Cour de cassation, à Bruxelles.

HOUTART (MAURICE), avocat, à Tournai.

HOUTTE (HUBERT VAN), professeur à l'Université de Gand.

HUBERT (EUGÈNE), membre de l'Académie royale, à Liège.

HUBLARD (ÉMILE), conservateur de la Bibliothèque et du Musée de Mons.

HUISMAN (MICHEL), professeur à l'Université de Bruxelles.

HULIN DE LOO (GEORGES), membre de l'Académie royale, à Gand.

HYMANS (PAUL), membre de l'Académie royale, à Bruxelles.

JORDENS (ERNEST), avocat, à Bruxelles.

JULIN (CHARLES), membre de l'Académie royale, à Liège.

KALKEN (FRANS VAN), professeur à l'Université de Bruxelles.

KERVYN DE LETTENHOVE (Baron HENRI), à Bruges.

KEYSER (D^r LÉON DE), à Bruxelles.

LAENEN (chanoine), archiviste à l'Archevêché de Malines.

LAES (ARTHUR), secrétaire du Musée royal des Beaux-Arts, à Bruxelles.

- MM. LA HAYE (LÉON), conservateur honoraire des Archives de l'État, à Liège.
- LALOIRE (EDMOND), chef de section aux Archives générales du Royaume, à Bruxelles.
- LAMBOTTE (PAUL), directeur des Beaux-Arts, à Bruxelles.
- LAMY (Chanoine HUGUES), prélat de Tongerloo.
- LAURENT (MARCEL), chargé de cours à l'Université de Liège.
- LEBOUCQ (HECTOR), membre de l'Académie royale de médecine, à Gand.
- LECHAT (le P. ROBERT), professeur au Collège Saint-Michel, à Bruxelles.
- LECLÈRE (CONSTANT), professeur à l'Athénée royal de Huy.
- LECONTE (L.), conservateur en chef du Musée royal de l'armée à Bruxelles.
- LEFÈVRE (JOSEPH), archiviste aux Archives générales du Royaume, à Bruxelles.
- LEFÈVRE (le P. PLACIDE), archiviste aux Archives générales du Royaume, à Bruxelles.
- LENAIN (LOUIS), membre de l'Académie royale, à Bruxelles.
- LE PAIGE (Chevalier C.), membre de l'Académie royale, à Liège.
- LIMBOURG (Chevalier PHILIPPE DE), à Theux.
- LINDEN (HERMAN VAN DER), correspondant de l'Académie royale, à Louvain.
- LIPPENS (le P. HUGOLIN), des Frères mineurs, à Salzinnes.
- MAERE (Chanoine), professeur à l'Université de Louvain.
- MAETERLINCK (LOUIS), conservateur du Musée des Beaux-Arts, à Gand.
- MAGNETTE (FÉLIX), chargé de cours à l'Université de Liège.
- MAHAÏM (ERNEST), membre de l'Académie royale, à Liège.
- MANSION (JOSEPH), membre de l'Académie royale flamande, à Liège.
- MASSART (JEAN), membre de l'Académie royale, à Bruxelles.
- MATHIEU (ÉMILE), membre de l'Académie royale, à Gand.

- MM. MATTHIEU (ERNEST), avocat, à Enghien.
MENSBRUGGHE (A. VAN DER), avocat, à Paris.
MICHEELS (HENRI), ingénieur, à Paris.
MOYAUX (AUGUSTE), ingénieur, à Bruxelles.
NEUBERG (JEAN), membre de l'Académie royale, à Liège.
NÈVE (JOSEPH), directeur honoraire des Beaux-Arts, à Bruxelles.
NOLF (JULES), avocat, à Courtrai.
NOWÉ (HENRI), archiviste aux Archives de l'État, à Gand.
ORTROY (FERNAND VAN), professeur à l'Université de Gand.
PAQUAY (abbé JEAN), à Heusden-lez-Beerigen.
PERGAMENI (CHARLES), professeur à l'Université de Bruxelles.
PIRENNE (HENRI), membre de l'Académie royale, à Gand.
PIRENNE (JACQUES), chargé de cours à l'Université de Bruxelles.
PONCELET (le P. ALFRED), professeur au Collège Saint-Michel, à Bruxelles.
PONCELET (ÉDOUARD), conservateur des Archives de l'État, à Mons.
POORTER (abbé A. DE), bibliothécaire de la ville de Bruges.
POULLET (vicomte PROSPER), professeur à l'Université de Louvain.
PRELLE DE LA NIEPPE (ED. DE), à Bruxelles.
PUYVELDE (LÉO VAN), membre de l'Académie royale flamande, à Gand.
RIDDER (ALFRED DE) directeur général au Ministère des Affaires étrangères, à Bruxelles.
ROERSCH (ALPHONSE), correspondant de l'Académie royale, à Gand.
ROLIN (baron ALBÉRIC), membre de l'Académie royale, à Bruxelles.
ROMBAUT (E.), inspecteur général au Ministère de l'Industrie et du Travail, à Bruxelles.

- MM. ROUSSEAU (HENRI), conservateur aux Musées royaux des Arts décoratifs et industriels, à Mousty.
- RUBBRECHT (D^r OSWALD), chargé de cours à l'Université de Gand.
- RUHL (G.), avocat, à Liège.
- RUTOT (A.), membre de l'Académie royale, à Bruxelles.
- SABBE (MAURICE), membre de l'Académie royale flamande, à Anvers.
- SAEGHER (HENRI DE), chargé de cours à l'Université de Gand.
- SAINTENOY (PAUL), professeur à l'Académie des Beaux-Arts, à Bruxelles.
- SANO (D^r FRITZ), directeur de la Colonie d'aliénés, à Gheel.
- SCHIREVEL (Chanoine A.-C. DE), vicaire-général, à Bruges.
- SÉVERIN (FERNAND), membre de l'Académie royale de langue française, à Gand.
- SIMENON (Chanoine GUILLAUME), professeur au Grand Séminaire, à Liège.
- SIMON (ARMAND), membre de la Commission des anciennes lois et ordonnances, à Bruxelles.
- SOIL DE MORIAMÉ (EUGÈNE), président honoraire du Tribunal de première instance, à Tournai.
- SOLVAY (LUCIEN), membre de l'Académie royale, à Bruxelles.
- STROOBANT (PAUL), membre de l'Académie royale, à Bruxelles.
- TERLINDEN (Vicomte CHARLES), professeur à l'Université de Louvain.
- THOMAS (PAUL), membre de l'Académie royale, à Bruxelles.
- TIERENTEYN (LOUIS), avocat, à Gand.
- TOBAC (Chanoine), professeur à l'Université de Louvain.
- TOURNEUR (VICTOR), conservateur à la Bibliothèque royale, à Bruxelles.
- TRANNOY (Baron DE), à Tongerlo.
- VANNERUS (JULES), conservateur des Archives de la guerre, à Bruxelles.

MM. VAUTHIER (MAURICE), membre de l'Académie royale, à Bruxelles.

VERCOULLIE (J.), membre de l'Académie royale et de l'Académie royale flamande, à Gand.

VERHAEGEN (BARON PAUL), conseiller à la Cour de cassation, à Bruxelles.

VERHAEGEN (BARON PIERRE), avocat, à Gand.

VINCENT (AUGUSTE), conservateur à la Bibliothèque royale, à Bruxelles.

VISART DE BOCARMÉ (Comte ALBERT), à Bruges.

VLIETINCK (ED.), avocat, à Berchem-lez-Anvers.

VOCHT (HENRI DE), professeur à l'Université de Louvain.

VORST (J. VAN DE), professeur à l'Université de Gand.

WARICHEZ (Chanoine J.), archiviste de l'Évêché, à Tournai.

WERVEKE (ALPHONSE VAN), conservateur des Musées d'Archéologie de la ville de Gand.

WERVEKE (HANS VAN), chargé de cours à l'Université de Gand.

WILLAERT (le P.), professeur au Collège N.-D. de la Paix, à Namur.

WILLEMS (LÉONARD), membre de l'Académie royale flamande, à Gand.

WILMOTTE (MAURICE), membre de l'Académie royale, à Liège.

WILS (JOSEPH), archiviste à l'Université de Louvain.

WULF (MAURICE DE), membre de l'Académie royale, à Louvain.

ZUYLEN VAN NYEVELT (BARON A. VAN), conservateur des Archives de l'État, à Bruges.

CINQUANTENAIRE ACADÉMIQUE DE M. ALFRED GILKINET.

M. Waltzing, président de l'Académie, prononce le discours suivant :

CHER ET VÉNÉRÉ CONFRÈRE,

En 1919, — au moment où, atteint par la limite d'âge, vous étiez admis à l'éméritat, — dans une manifestation à laquelle

vous n'avez pu vous dérober, vos élèves, anciens élèves et collègues de l'Université de Liège vous ont témoigné leur sympathie et leur admiration.

Aujourd'hui, ce sont vos confrères de l'Académie de Belgique qui s'unissent pour célébrer le 50^e anniversaire de votre entrée dans cette compagnie : si vous n'en êtes pas le doyen d'âge, vous en êtes le doyen d'ancienneté, puisque vous avez été élu par la Classe des Sciences en 1875. — Les membres des trois Classes de l'Académie n'ont pas voulu laisser échapper cette occasion de vous dire combien ils vous sont attachés et combien ils éprouvent pour vous d'estime et d'affection.

Pendant cinquante ans, vous avez pris une part active et continue aux délibérations et aux publications de ce Corps savant. Il n'y a aucun de nos recueils : *Bulletins, Mémoires, Annuaire*, où votre nom n'apparaisse fréquemment, signant des travaux, rapports ou biographies, — depuis 1874 jusqu'à ces derniers jours. Laborieux comme il y a cinquante ans, vous avez pris des années sans prendre de l'âge, et tout récemment encore, vous avez préparé et publié trois ouvrages considérables sur les plantes fossiles de notre pays.

Un de nos confrères de la Classe des Sciences va nous donner un aperçu sommaire de votre activité scientifique et académique. Je n'empiéterai pas sur son domaine. Je me bornerai à constater que, également versé en chimie, en botanique et en géologie, vous avez été en quelque sorte le rénovateur des études de paléontologie végétale en Belgique et que vous avez révélé la végétation qui couvrait notre pays, tant à certains âges très lointains de l'ère primaire que pendant diverses périodes plus récentes de l'époque tertiaire.

L'Académie vous félicite de cette longue carrière scientifique, aussi brillante que féconde. Elle souhaite que cette carrière se prolonge pendant bien des années et que vous puissiez continuer à donner aux jeunes naturalistes l'exemple de l'ardeur dans la recherche et du succès dans la découverte. *Ad multos annos !*

M. A. Gravis, membre de la Classe des Sciences, prononce le discours suivant :

MESSIEURS ET CHERS CONFRÈRES,

La vie un peu monotone d'une Académie est heureusement interrompue de loin en loin par une fête de famille, comme celle qui nous réunit en ce moment. C'est pour nous l'occasion de nous rapprocher par quelque chose d'humain et d'affectueux qui manque à nos réunions de spécialistes cantonnés dans les branches si diverses du savoir moderne. Ce quelque chose est un sentiment de respect et de reconnaissance envers ceux qui ont su s'en rendre dignes par leurs travaux et un ensemble de qualités capables de susciter notre admiration.

CHER ET VÉNÉRÉ CONFRÈRE, MONSIEUR GILKINET,

Vous êtes un de ces hommes qui peuvent nous fournir la précieuse occasion que nous cherchons. C'est un privilège bien rare qui vous échoit, et j'ajoute immédiatement un privilège bien mérité. Aussi est-ce avec joie que nous voulons fêter le cinquantième anniversaire de votre entrée à l'Académie royale de Belgique.

Après de solides études au Collège communal de Verviers, vous avez été lauréat du concours général de l'enseignement moyen et gradué en lettres. A l'Université de Liège, vous avez conquis le grade de docteur en sciences naturelles à une époque où ce titre répondait réellement à sa dénomination. Grâce à cette heureuse circonstance, vous possédez, dans un domaine étendu, une compétence que nous nous plaisons à reconnaître. De nos jours, une trop grande spécialisation des études enlève, malheureusement, à beaucoup de nos contemporains cette précieuse faculté qui permet de jouir réellement des progrès réalisés par la pensée moderne dans les directions les plus diverses.

Après avoir pris encore le grade de pharmacien, vous avez continué, à l'Université de Strasbourg, pendant cinq semestres, des travaux de botanique et de chimie. C'est dans cette double direction que votre activité s'est principalement exercée par la suite.

Vos premières publications ont été consacrées à des recherches mycologiques. Les Pyrénomycètes vous en ont fourni l'occasion en 1874. Dès l'année suivante, dans un mémoire sur le *Poly-morphisme des Champignons*, présenté en réponse à une question posée par l'Académie, vous avez victorieusement démontré l'inanité de la théorie du polymorphisme illimité, que certains auteurs attribuaient à tous les Champignons. Cette théorie avait pris une telle extension qu'on la rattachait à celle des fermentations et, par suite, aux idées de Pasteur en cette matière. Vous avez fait bonne justice de cette erreur, et votre mémoire, couronné par l'Académie, mit fin à une discussion qui fut très âpre il y a un demi-siècle, mais dont le souvenir s'est perdu comme a disparu celui de tant de généralisations hâtives que la Science a corrigées dans sa marche progressive.

Les plantes fossiles des psammites du Condroz et de l'étage du poudingue de Burnot attirèrent votre attention. En soumettant à une étude critique la petite flore fossile découverte à Esneux, vous avez été amené à préciser les caractères des diverses espèces dont elle se compose. Quant aux fossiles végétaux trouvés dans l'étage de Burnot, ils n'avaient jamais été décrits ni figurés. En vous chargeant de ce travail, vous avez constaté que le nom donné à l'un d'eux est inexact : il s'agit d'une Lycopodiacee et non pas d'une Fougère, ainsi qu'on l'avait cru d'abord.

A votre retour à Liège, vous avez été nommé successivement assistant (1876), puis chargé de cours (1877), professeur extraordinaire (1879) et enfin professeur ordinaire (1882) dans la Faculté de Médecine de l'Université de Liège, pour y enseigner la Pharmacie. Sur la proposition du professeur G. Dewalque,

le cours de Paléontologie végétale vous fut, en outre, confié en 1879.

C'est la Paléontologie végétale qui vous fournit le sujet du remarquable discours que vous avez prononcé lors de la séance publique de la Classe des Sciences en décembre 1879. Vous avez fait un magistral tableau du développement du règne végétal dans les temps géologiques. Vous avez montré que « pour le règne végétal, comme pour le règne animal, la doctrine du transformisme, telle qu'elle a été proposée et défendue par Lamarck et Darwin, fournit seule une explication d'autant plus satisfaisante, qu'elle est appuyée par un grand nombre d'observations positives et qu'elle laisse à l'esprit philosophique, enclin à rapporter les grands effets à de grandes causes, le sentiment d'une solution importante, grandiose, digne enfin du problème important du développement organique ».

Vous avez insisté particulièrement sur la transition des Cryptogames vasculaires aux Gymnospermes, transition qui s'est opérée par les Lépidodendrées, les Cordaïtes et les Cycadées. Vous avez mentionné, tout spécialement, les Conifères contemporains des Iguanodons qu'on venait de découvrir à Bernissart.

En recherchant ainsi les liens qui rattachent les formes végétales les unes aux autres, vous avez mis en lumière que « chaque découverte nouvelle vient combler une des lacunes de l'histoire du monde végétal, et rétablir quelques-uns des anneaux de cette chaîne rompue dont nous ne possédons que des fragments ».

A la Botanique encore vous avez emprunté le sujet du beau discours que vous avez prononcé en 1897, sur les moyens de défense des plantes. Ce fut l'occasion d'une remarquable synthèse d'observations relatives à une importante question de Biologie connue aujourd'hui sous le nom d'Éthologie végétale. Vous vous êtes surtout attaché à démontrer que certaines substances chimiques amères ou acides, le tanin, le bioxalate potassique, les essences, les alcaloïdes, etc... constituent pour

certaines plantes des armes efficaces contre la voracité des animaux herbivores. Vous avez rappelé aussi le rôle néfaste de certaines espèces de fourmis s'attaquant aux feuilles des arbres dans les pays équatoriaux, et le rôle protecteur d'autres espèces de fourmis, ennemies des premières, qui sont abritées par certaines productions de ces mêmes arbres. Vous vous êtes demandé s'il n'y avait pas là un exemple évident d'adaptation à un but déterminé. Vous avez répondu affirmativement en appuyant votre avis de preuves convaincantes.

J'ai rappelé l'extension que vous avez donnée à vos études universitaires : elle vous a conféré une compétence reconnue dans tous les sujets se rapportant aux sciences chimiques et biologiques. Cette compétence vous a valu d'être nommé rapporteur d'un très grand nombre de travaux présentés à l'Académie concernant l'anatomie, la physiologie et la systématique des plantes, la cryptogamie, la géographie botanique, les diastases et les fermentations, les alcaloïdes, diverses substances de la chimie organique, etc. Vos appréciations ont toujours reçu l'approbation unanime de vos confrères.

Cette rare compétence, en des sujets divers, vous a permis de rédiger, en 1880, un magistral exposé des recherches réalisées en Belgique, dans le domaine des sciences naturelles, en un demi-siècle ⁽¹⁾. On y trouve une analyse judicieuse et impartiale de tous les travaux exécutés par nos compatriotes dans toutes les branches de la Botanique, de la Zoologie, de la Paléontologie, de la Géologie et de la Minéralogie. Je ne crois pas m'aventurer en disant que personne aujourd'hui ne consentirait à assumer la responsabilité d'un tel travail.

Je ne puis me dispenser de dire quelques mots de votre carrière professorale, si longue et si bien remplie. Après avoir, dès la première année, mis votre cours à la hauteur de la science contemporaine, vous avez élaboré les plans d'un Institut dans

(1) *Cinquante ans de Liberté*, t. II, Bruxelles, M. Weissenbruch, 1881.

lequel vos élèves pourraient se livrer à des études pratiques et se préparer à l'exercice d'une profession dont l'importance n'a cessé de progresser. Vous avez réussi à doter l'Université de Liège d'un Institut qui compte parmi les mieux installés. Vous avez aussi rédigé, à l'usage de vos étudiants, un *Traité de Chimie pharmaceutique* dont le succès est dû autant à la notoriété scientifique de son auteur qu'à l'exposé clair et précis de matières naturellement arides. Cet ouvrage eut trois éditions; la dernière notamment, revue avec un soin minutieux, contient le résultat des découvertes dont la science s'est enrichie au cours de ces dernières années. Il fait aussi une étude comparative des pharmacopées en usage dans divers pays.

Promu à l'éméritat le 15 février 1919, vous avez vu la foule de vos étudiants, anciens étudiants, collègues et amis se réunir autour de vous pour vous témoigner leur reconnaissance et leur admiration. Par la bouche du Président du Comité organisateur, M. P. Fonsny, ils vous ont dit « avec quelle patience et quel dévouement vous vous êtes efforcé de leur inculquer un peu de votre science et de leur faire partager votre amour pour elle. Ils se sont rappelés les longues heures que vous passiez parmi eux au laboratoire, allant de l'un à l'autre, vous intéressant paternellement aux travaux de chacun, orientant les recherches, heureux toujours quand vous pouviez aider de vos lumières et de vos conseils un étudiant dérouté et parfois même découragé devant l'inutilité de ses efforts. Tous sentaient combien vous deviez les aimer pour ainsi vous dépenser, et tous vous étaient profondément reconnaissants de ce que vous avez fait pour eux » ⁽¹⁾.

C'est avec une profonde tristesse que vous avez quitté votre cher Institut, son auditoire et ses laboratoires. Mais vous n'avez pas renoncé aux travaux scientifiques. Profitant des loisirs de l'éméritat, vous avez repris vos recherches de Paléontologie végétale. « Élève et ami de Schimper, il semble que ce grand

(1) *Liber memorialis* de la Manifestation du 21 décembre 1919.

savant, ce fils de l'Alsace, vous ait légué l'une des qualités de sa race, la ténacité que rien ne rebute : ni les défauts du matériel dont vous disposiez, ni la peine qu'il vous a fallu prendre pour figurer et décrire ces restes, rien ne vous a arrêté, et vous êtes parvenu à mettre sur pied des travaux remarquables sur la flore des psammites du Condroz et celle des argiles d'Andenne ⁽¹⁾. » Vos dernières recherches ont porté sur la flore fossile du Landénien, dans laquelle vous avez décrit et figuré une vingtaine d'espèces.

Ce trop bref résumé de votre carrière montre combien sont justifiés les titres scientifiques qui vous ont été successivement décernés : je me bornerai à rappeler ceux de Directeur de la Classe des Sciences de notre Académie en 1897, de Président de la Société de Géologie de Belgique, de Membre correspondant de la Société des Sciences naturelles de Cherbourg, Membre d'honneur des Sociétés de Pharmacie de Bruxelles, d'Anvers et de Liège, Président du Congrès de Chimie et de Pharmacie à l'Exposition de Liège en 1905, Membre d'honneur du Congrès international de Pharmacie de Bruxelles, en 1910, etc.

La manifestation dont vous êtes aujourd'hui l'objet, cher et vénéré Confrère, se justifie encore par la bienveillance et l'aménité de votre caractère, l'excellence de votre goût dans les arts autant que celle de votre érudition dans les sciences. A tous ces titres, nous vous prions de recevoir l'expression de notre admiration et de notre reconnaissance. Nous joignons à nos félicitations l'ardent souhait de vous voir, longtemps encore, jouir d'une robuste santé et de l'attachement bien sincère que nous ne cesserons de vous témoigner.

M. A. Gilkinet a ensuite répondu en remerciant le Président, M. Gravis, et tous ses confrères.

(1) Discours de M. P. Fourmarier lors de la Manifestation du 21 décembre 1919.

Séance du samedi 6 juin 1925.

M. Fr. Swarts, *directeur de la Classe*.

Sont présents : Ch. Lagrange, J. Deruyts, Léon Fredericq, A. Gravis, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max Lohest, A. Rutot, comte A. de Hemptinne, P. Stroobant, Ch. Julin, E. Marchal, P. Nolf, J. Bordet, Edm. van Aubel, *membres*; Th. De Donder, O. Dony, *correspondants*, et le *Secrétaire perpétuel*.

Absences motivées : MM. Massart, Demoulin, Lecointe, *membres*; Grégoire et Dehalu, *correspondants*.

M. le Directeur annonce à la Classe le décès de MM. O. van der Stricht, correspondant, et Batt. Grassi, associé, de la Section des Sciences naturelles. Il exprime les vifs sentiments de regret que cause à l'Académie la mort de ces distingués confrères.

CORRESPONDANCE.

L'Université de Pavie remercie l'Académie d'avoir bien voulu s'associer à la célébration de son onzième centenaire.

L'Académie des Sciences de Russie prie l'Académie de se faire représenter à la célébration de son deuxième centenaire, le 6 septembre 1925 et jours suivants.

La Société des Sciences, d'Agriculture et des Arts de Lille demande à l'Académie de l'aider à reconstituer sa bibliothèque, qui a été complètement détruite pendant la guerre. — Les publications disponibles de l'Académie seront adressées à la Société des Sciences.

La direction de la Météorologie, au Ministère de l'Agriculture, Industrie et Commerce, à Rio de Janeiro, demande à recevoir les *Mémoires* de l'Académie pour 1924.

L'École royale d'Ingénieurs de Pise offre ses publications en échange du *Bulletin* de l'Académie. — L'échange est accepté.

Le Comité géologique de Russie demande la reprise des échanges de publications. — La Classe décide de reprendre ces échanges.

La Société de Géographie de Dresde demande à reprendre l'échange des publications.

M. S. M. Lozanić (Zagreb) fait connaître que la communication de M. Yovitchitch (*Bulletin* d'octobre 1924) avait déjà paru en 1923 dans les publications de l'Académie yougo-slave. Il fait parvenir sa réponse à cette communication, avec un résumé en français (1925). — Renvoi à MM. de Hemptinne et Dony.

MM. C. Fraipont et S. Leclercq prient l'Académie d'accepter le dépôt d'un pli cacheté relatif au sous-sol primaire de Sourbrodt, à la tourbe et aux changements de climat dans la région des Hautes-Fagnes.

M. Vorobeitchik prie l'Académie d'accepter le dépôt d'un pli cacheté.

HOMMAGES D'OUVRAGES.

Théorie coloniale des organismes multicellulaires, par G. Gilson.

Affinité, par M. Th. De Donder.

— Remerciements.

COMITÉ SECRET.

Est élu dans la Section des Sciences naturelles, en remplacement de Sir Archibald Geikie, décédé, M. C. D. Walcott, à Washington.

CHOIX D'UNE LECTURE POUR LA SÉANCE PUBLIQUE.

M. Bordet est désigné pour faire une lecture à la séance publique du 16 décembre.

TRAVAUX A L'EXAMEN.

L'affinité et les vitesses réactionnelles des gaz parfaits et des vapeurs, par G. van Lerberghe; présenté, avec rapport favorable, par M. De Donder. — Impression dans le *Bulletin*.

Étude physico-chimique des eaux ferrugineuses. Procédé de stabilisation, par C. Peeters. — Renvoi à MM. Dony et Crismer.

Sur le problème de l'Ornithoptère, par M. Boel; présenté, avec rapport favorable, par M. De Donder. — Impression dans le *Bulletin*.

LECTURES.

Action du biseau de quartz sur une lame normale à la bissectrice obtuse, en lumière convergente, par G. Cesàro. — Impression dans le *Bulletin*.

Détermination d'un azimut par des observations de passage dans le premier vertical à l'Équateur, par M. Dehalu et L. Hermans. — Impression dans le *Bulletin*.

Sur le tenseur électromagnétique, par Th. De Donder. — Impression dans le *Bulletin*.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

CRISTALLOGRAPHIE. — Action du biseau de quartz sur une lame normale à la bissectrice obtuse, en lumière convergente,

par G. CESÀRO.

Membre de l'Académie royale de Belgique,
Professeur à l'Université de Liège.

J'ai communiqué à la Classe, en 1906, le moyen de déterminer le signe optique d'une substance par le sens du rejet qu'un biseau de quartz croisé produit dans une lame normale à l'indice moyen, en lumière convergente. J'ai aussi fait observer que la grandeur de ce rejet était une caractéristique de la substance, *lorsque l'épaisseur de la lame était connue*, au même titre que la teinte de polarisation, ou le retard, sont adoptés couramment, *dans les mêmes conditions*, pour caractériser une substance. En 1907 j'ai donné un tableau classant un certain nombre de substances d'après la grandeur relative de leurs rejets.

A plusieurs reprises, j'ai annoncé que la règle du signe donnée par le rejet subsistait encore lorsque, au lieu d'observer une lame parallèle aux plan des axes optiques, on expérimentait sur une lame normale à la *bissectrice obtuse*, de sorte que ces deux genres de lames qui, souvent, sont très difficiles à distinguer entre elles, *conduisent au même résultat en ce qui concerne le signe optique* de la substance. Dans la note actuelle, je démontre ce point et j'évalue la grandeur du rejet d'une lame normale à la bissectrice obtuse, comparé à celui d'une lame normale à l'indice moyen.

*
* *

Seulement, je tiens à faire observer tout en commençant que, tandis que dans une lame normale à n_m le signe du rejet indique le *signe du cristal*, dans une lame perpendiculaire à une bissectrice *aiguë ou obtuse*, le signe du rejet n'indique que *le signe de la bissectrice contenue dans la lame*; si donc la bissectrice normale à la lame est obtuse, ce signe indiquera le signe de la bissectrice aiguë, c'est-à-dire le signe du cristal; au contraire, une lame normale à la *bissectrice aiguë* donnera le signe de la *bissectrice obtuse* et, par conséquent, un *signe contraire à celui du cristal*. La méthode pourra donc donner des difficultés d'interprétation dans les cas où il serait difficile de préciser si la bissectrice normale à la lame examinée est obtuse ou aiguë (*), cas qui se présentent plus souvent que l'on ne pense. Pour les substances *orthoaxes* ($2V=90^\circ$), il n'y a plus de bissectrice aiguë ni de bissectrice obtuse et le sens du rejet indique le signe de l'indice, n_g ou n_p , contenu dans la lame, les rejets étant égaux entre eux, mais de signes contraires. Dans ces substances, le rejet d'une lame normale à n_m est infini et les lignes d'égal retard, engendrées pendant le mouvement du biseau de quartz, se transforment en droites parallèles à l'arête du biseau. Pour les substances presque orthoaxes, les sections normales aux deux bissectrices sont donc presque identiques sous tous les rapports, et c'est encore l'observation d'une lame normale à n_m qui donnera le meilleur résultat par le sens de l'inclinaison des barres presque parallèles à l'arête du biseau produites par l'action du biseau de quartz.

*
* *

Observons enfin que l'indication donnée par le *sens de fuite des sommets* conduit aussi aux résultats que nous venons d'obtenir. Lorsqu'on a devant soi une lame normale à un

(*) Ce point sera traité dans une autre note.

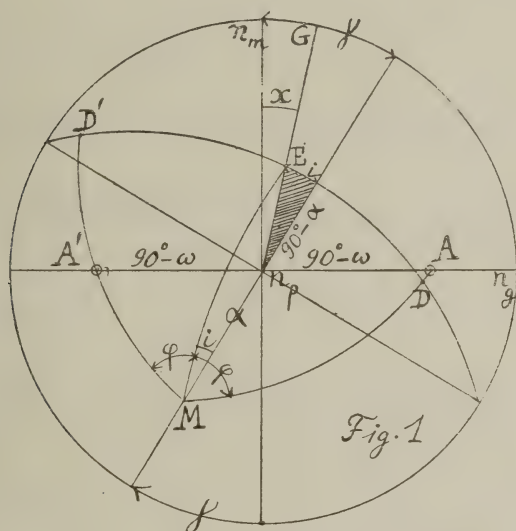
indice principal, indice que l'on est sûr *ne pas être la bissectrice aiguë* et que, après avoir amené les axes de la lame en parallélisme avec les sections des nicols, on défait en lumière convergente la croix noire plus ou moins nette que l'on observe, si la fuite des sommets se fait nettement suivant une des directions axiales de la lame, on peut, sans autre, dire que le *crystal est positif ou négatif suivant que la fuite s'est effectuée sur la direction d'extinction positive ou sur la direction d'extinction négative*. En effet : si la lame est normale à n_m , on sait que la fuite s'effectue suivant la *bissectrice aiguë*; si la lame est normale à une bissectrice, la fuite s'effectue suivant la trace du plan des A. O., c'est-à-dire suivant la bissectrice contenue dans la lame, et, par conséquent, si la lame est normale à la bissectrice obtuse, la ligne de fuite indiquera, comme précédemment, la direction de la *bissectrice aiguë*; mais l'indication sera inverse dans le cas d'une lame normale à la bissectrice aiguë.

*
* *

Orientation de l'ellipse de section aux différents points d'une lame normale à une bissectrice, examinée en lumière convergente.

Avant d'aborder l'étude de l'action du biseau de quartz sur une lame normale à une bissectrice, il est nécessaire d'examiner l'orientation de l'ellipse de section aux différents points d'une telle lame. Le but du calcul qui suit est de montrer que *dans une lame normale à la bissectrice obtuse, si l'on ne s'écarte pas trop du centre du champ, l'ellipse de section est en tous les points orientée très sensiblement comme l'ellipse centrale*. Il s'ensuivra que, comme pour une lame normale à n_m , le biseau de quartz croisé avec l'ellipse centrale, placé là où les rayons recueillis sont sensiblement parallèles à l'axe de l'instrument, soustraira son retard, constant sur une même droite parallèle à son arête mais variant linéairement suivant la direction perpendiculaire,

des retards de tous les points du champ, en rendant ainsi excentriques les lignes d'égal retard engendrées pendant la marche du biseau. Pour fixer les idées, supposons que la bissectrice normale à la lame, bissectrice *obtuse ou aiguë*, soit le petit indice n_p . Soit 2ω l'angle des axes optiques autour de la bissectrice *située dans le plan de la lame*. Cherchons l'orientation de l'ellipse normale au rayon aboutissant en un point quelconque M du champ (fig. 1) : après avoir projeté les axes optiques A, A'



en D et D' sur le plan normal au rayon considéré, et tracé l'arc ME bissecteur de l'angle AMA', on aura la direction d'un axe de l'ellipse cherchée en joignant le centre de la sphère au point E, droite que l'œil projettera en $n_p G$ sur le plan de la lame. Nous désignons par x l'angle que cet axe projeté fait avec n_m et, vu que cet axe est le petit axe de l'ellipse comme compris dans l'angle des plans projetants qui contiennent le petit indice n_p et que le petit axe de la section centrale est dirigé suivant n_m , on voit que l'angle désigné par x représente la divergence des axes de la section au point M avec les axes de même nom de la

section au centre du champ. C'est cet angle qu'il s'agit de calculer. Nous nous donnons le point M par ses coordonnées sphériques

$$\text{longitude } \gamma \quad \text{et} \quad \text{collatitude } Mn_p = \alpha,$$

et prenons comme inconnue auxiliaire l'angle i que fait le plan bissecteur ME avec le méridien passant par M. Le triangle hachuré donne x en fonction de i et des données

$$\operatorname{tg} (\gamma - x) = \frac{\operatorname{tg} i}{\cos \alpha}. \quad (1)$$

Pour calculer i , les triangles $A'n_pM$ et An_pM donnent respectivement

$$\cot (\varphi + i) = \frac{\operatorname{tg} \omega \sin \alpha - \cos \alpha \sin \gamma}{\cos \gamma} = A$$

$$\cot (\varphi - i) = \frac{\operatorname{tg} \omega \sin \alpha + \cos \alpha \sin \gamma}{\cos \gamma} = B;$$

pour éliminer φ , entre ces deux équations, on observe que

$$2i = \varphi + i - (\varphi - i),$$

$$\operatorname{tg} 2i = \frac{B - A}{AB + 1};$$

d'où

$$\operatorname{tg} i = \frac{\sqrt{(A^2 + 1)(B^2 + 1)} - (AB + 1)}{B - A};$$

puis, en remplaçant tgi dans l'équation (1),

$$\operatorname{tg} (\gamma - x) = \frac{1}{\sin 2\gamma \cos^2 \alpha} \times \left\{ \frac{\sqrt{1 + 2\sin^2 \alpha (\operatorname{tg}^2 \omega \cos 2\gamma - \sin^2 \gamma) + \sin^4 \alpha (\operatorname{tg}^2 \omega + \sin^2 \gamma)^2}}{-\cos 2\gamma - \sin^2 \alpha (\operatorname{tg}^2 \omega + \sin^2 \gamma)} \right\}.$$

Si l'on examine le phénomène dans des régions pas trop éloignées du centre du champ, et que l'on suppose avoir affaire à une bissectrice *obtuse*, $\omega < 45^\circ$, on peut obtenir une formule approchée très simple : En remplaçant $\cos^2 \alpha$ par $1 - \sin^2 \alpha$, divisant donc la quantité sous radical par $1 - 2 \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha$, extrayant la racine du quotient et divisant enfin

$$\cos 2\gamma + \sin^2 \alpha (\operatorname{tg}^2 \omega + \sin^2 \gamma) \quad \text{par} \quad 1 - \sin^2 \alpha,$$

on obtient

$$\operatorname{tg} (\gamma - x) \sin 2\gamma =$$

$$2 \sin^2 \gamma \{ 1 - \operatorname{tg}^2 \omega \sin^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \omega (\sin^2 \gamma - \cos^2 \gamma \operatorname{tg}^2 \omega) \sin^4 \alpha + \dots \};$$

puis, en négligeant le terme en $\sin^4 \alpha$ et les suivants,

$$\operatorname{tg} (\gamma - x) = \operatorname{tg} \gamma (1 - \operatorname{tg}^2 \omega \sin^2 \alpha); \quad (3)$$

d'où l'on déduit

$$\operatorname{tg} x = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin 2\gamma \operatorname{tg}^2 \omega \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \gamma \operatorname{tg}^2 \omega \sin^2 \alpha}. \quad (4)$$

Cette formule donne donc la désorientation x , par rapport à l'ellipse centrale, de l'ellipse de section en un point quelconque du champ, en fonction des coordonnées γ, α de ce point et de l'angle 2ω que font les A. O. autour de la bissectrice située dans le plan de la lame. Nous allons voir que les valeurs de x sont très petites et, pratiquement, négligeables.

*
* * *

Variation de x en un même point du champ pour des lames de nature différente. En supposant α, γ constants et ω variable, la formule (4) montre que x décroît à mesure que ω diminue, c'est-à-dire que l'angle des A.O. autour de la normale à la lame

devient plus obtus; la désorientation est donc d'autant plus petite que la bissectrice est plus obtuse. Pour $\omega = 0$, on obtient $x = 0$; c'est le cas d'une lame uniaxe passant par l'axe optique.

— *Variation de x dans une même lame sur un rayon donné du champ.* En supposant ω et γ constants et α variable, la formule (4) montre que x diminue avec α , c'est-à-dire que, sur un même rayon, la désorientation est d'autant plus faible que l'on se rapproche plus du centre du champ.

— *Variation de x dans une même lame sur une circonférence concentrique au champ.* Lorsque ω et α étant constants, γ va en augmentant de 0° à 45° , x va aussi en augmentant; mais, au delà de 45° , comme numérateur et dénominateur décroissent simultanément, on ne saurait rien dire *a priori* sur la variation de x ; on conçoit que x doit passer par un maximum, puis décroître, car, pour $\gamma = 90^\circ$, on obtient de nouveau $x = 0$.

En posant

$$\operatorname{tg}^2 \omega \sin^2 \alpha = m,$$

il vient

$$x = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{m}{2} \cdot \frac{\sin 2\gamma}{1 - m \sin^2 \gamma} \right),$$

et, en dérivant par rapport à γ ,

$$x' = m \cdot \frac{(2 - m) \cos 2\gamma + m}{m(2 - m) \cos 2\gamma + m^2 - 2m + 2};$$

le maximum de x , qui correspond à

$$\cos 2\gamma_1 = -\frac{m}{2 - m} \quad \text{ou} \quad \sin^2 \gamma_1 = \frac{1}{2 - m} (*),$$

(*) Comme m est un petit nombre, $\sin^2 \gamma_1$ est légèrement supérieur à $\frac{1}{2}$ et γ_1 légèrement supérieur à 45° .

à la bissectrice obtuse, en lumière convergente.

est donné par

$$\operatorname{tg} x_M = \frac{m}{2\sqrt{1-m}}. \quad (5)$$

Il existe une relation simple entre γ_1 et x_M : de (5) on déduit

$$\sin x_M = \frac{m}{2-m}$$

et, par conséquent,

$$2\gamma_1 = 90^\circ + x_M. \quad (6)$$

— Valeurs de x_M correspondant à une série de valeurs de α et de ω . Pour juger de la grandeur de la divergence, calculons, à l'aide des formules (5) et (6), les valeurs de la divergence maxima correspondant à une série de valeurs de α et de ω . On obtient le tableau suivant :

	$\alpha = 10^\circ$		$\alpha = 20^\circ$		$\alpha = 25^\circ$		$\alpha = 30^\circ$	
	γ_1	x_M	γ_1	x_M	γ_1	x_M	γ_1	x_M
$\omega = 10^\circ$	45°1'	0°1,5	45°3'	0°6,5	45°5'	0°9,5	45°6,5	0°13,5
$\omega = 20^\circ$	45°3,5	0°7'	45°13,5	0°27'	45°20,5	0°41'	45°29'	0°58'
$\omega = 30^\circ$	45°8,5	0°17,5	45°34'	1°8,5	45°52,5	1°45'	46°15'	2°29,5
$\omega = 40^\circ$	45°18,5	0°37'	46°14'	2°27,5	46°55,5	3°51'	47°46'	5°32,5
$\omega = 45^\circ$	45°26,5	0°52,5	46°47'	3°33,5	47°49'	5°37,5	49°6,5	8°13'

Il va sans dire que pour les valeurs extrêmes de ω , γ , α , la formule exacte (2) et la formule approchée (4) donneront des résultats un peu différents ; ainsi

pour $\omega = 45^\circ$, $\gamma = 45^\circ$, $\alpha = 30^\circ$,

on obtient, respectivement,

$$x = 7^{\circ}49',5 \quad \text{et} \quad x = 8^{\circ}8';$$

pour $\omega = 30^{\circ}, \quad \gamma = 45^{\circ}, \quad \alpha = 30^{\circ},$

les formules donnent, respectivement,

$$x = 2^{\circ}42' \quad \text{et} \quad x = 2^{\circ}29',5.$$

*
* *

Si la lame est normale à une bissectrice aiguë, la formule générale (2) subsiste, mais la formule approchée (4) ne peut plus être employée, car elle a été obtenue en supposant $\omega < 45^{\circ}$; on sait d'ailleurs qu'à la limite, pour $\omega = 90^{\circ}$, le résultat doit être tout autre : au lieu d'être sensiblement parallèles entre elles, les ellipses de section ont toutes un axe dirigé vers le centre du champ, vu qu'il s'agit dans ce cas d'une lame uniaxe normale à l'axe optique. De prime abord la formule (2) ne conduit pas à ce résultat, car le radical et le dernier terme croissent simultanément; mais, en l'écrivant sous la forme

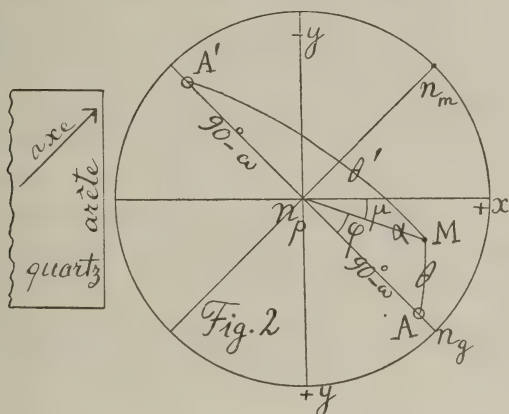
$$\operatorname{tg}(\gamma - x) =$$

$$\frac{\sin 2\gamma}{\sqrt{1 + 2\sin^2\alpha(\operatorname{tg}^2\omega \cos 2\gamma - \sin^2\gamma) + \sin^4\alpha(\operatorname{tg}^2\omega + \sin^2\gamma)^2 + \cos 2\gamma + \sin^2\alpha(\operatorname{tg}^2\omega + \sin^2\gamma)}}$$

on voit que lorsque ω augmente, $\gamma - x$ va constamment en diminuant et, par conséquent, x en augmentant; c'est-à-dire qu'en un point donné du champ l'ellipse de section est d'autant plus désorientée par rapport à l'ellipse centrale que la bissectrice normale à la lame est plus aiguë. Pour $\omega = 90^{\circ}$, $x = \gamma$.

Action du biseau de quartz sur une lame normale à une bissectrice obtuse, en lumière convergente. Signe du rejet.

Plaçons la bissectrice contenue dans la lame, n_g pour fixer les idées, à 45° des sections des nicols croisés. Le retard en un



point quelconque M du champ (fig. 2), point donné par ses coordonnées μ , α (*), est exprimé par

$$R = \frac{Be}{\cos \alpha} \sin \theta \sin \theta',$$

formule dans laquelle $B = n_g - n_p$ est la biréfringence de la substance et e l'épaisseur de la lame. En posant

$$45^\circ - \mu = \varphi,$$

on a

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \cos \alpha \sin \omega + \sin \alpha \cos \omega \cos \varphi \\ \cos \theta' &= \cos \alpha \sin \omega - \sin \alpha \cos \omega \cos \varphi; \end{aligned}$$

(*) Pour les détails relatifs à la manière d'opérer, voir G. CESÀRO, *Bull. Acad. roy. de Belgique*, — Classe des Sciences, nos 5, 6 et 7, pp. 21 à 30, 1906 et n° 6, pp. 671 à 684, 1907. — A la page 24, huitième ligne, il faut lire $\sin \mu \cos \mu$, au lieu de $\sin \mu$.

de ces formules on déduit

$$\sin^2 \theta \sin^2 \theta' = 1 - (\cos^2 \theta + \cos^2 \theta') + \cos^2 \theta \cos^2 \theta',$$

$$\frac{R^2}{B^2 e^2} \cos^2 \alpha = 1 - 2 (\cos^2 \alpha \sin^2 \omega + \sin^2 \alpha \cos^2 \omega \cos^2 \varphi) \\ + (\cos^2 \alpha \sin^2 \omega - \sin^2 \alpha \cos^2 \omega \cos^2 \varphi)^2;$$

en remplaçant $\cos^2 \alpha$ en fonction de $\sin^2 \alpha$, on obtient

$$\frac{R^2}{B^2 e^2} = \frac{\cos^4 \omega + 2 \cos^2 \omega (\sin^2 \omega \sin^2 \varphi - \cos^2 \varphi) \sin^2 \alpha + (\sin^2 \omega + \cos^2 \omega \cos^2 \varphi)^2 \sin^4 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}$$

Si, après avoir effectué la division, on extrait la racine carrée en négligeant les termes à partir du terme en $\sin^4 \alpha$, on obtient

$$\frac{R}{Be} = \cos^2 \omega - \frac{1}{2} (1 + \sin^2 \omega) \cos 2\varphi \sin^2 \alpha, \quad (7)$$

ou

$$\frac{R}{Be} = \cos^2 \omega - (1 + \sin^2 \omega) \sin \mu \cos \mu \sin^2 \alpha.$$

Si x, y sont les coordonnées du point qui dans le réticule correspond à M, on a

$$x = Cn \sin \alpha \cos \mu, \quad y = Cn \sin \alpha \sin \mu,$$

et l'équation précédente devient

$$\frac{R}{Be} = \cos^2 \omega - (1 + \sin^2 \omega) \frac{xy}{C^2 n^2}.$$

On voit qu'avant l'introduction du biseau de quartz les lignes d'égal retard sont des hyperboles ayant leur centre au centre du champ.

A présent, si l'on introduit le biseau de quartz orienté comme l'indique la figure 2, son ellipse étant croisée avec celles

de tous les points du champ, il y soustraira son retard propre, qui est le même sur une droite parallèle à son arête, c'est-à-dire perpendiculaire à x , mais qui varie linéairement suivant x et a pour expression

$$R_a = -mx + b,$$

formule dans laquelle m est une constante positive propre au biseau et b le retard que le biseau apporte au centre du champ, c'est-à-dire une quantité constante pour une position donnée du biseau, mais qui va en augmentant lorsque le biseau avance de gauche à droite. On comprend que la soustraction de cette quantité du premier degré à l'expression du retard du point considéré, retard qui est de la forme $A - Bxy$, transforme les courbes d'égal retard, qui étaient concentriques avec le champ, en courbes excentriques; d'où le *rejet du centre*. L'expression finale du retard résultant au point x, y est

$$R = Be \left\{ \cos^2 \omega - (1 + \sin^2 \omega) \frac{xy}{C^2 n^2} \right\} + mx - b. \quad (8)$$

Si l'on considère l'ensemble des points pour lesquels R a la même valeur, pour une certaine position du biseau, l'équation (8), qui est celle d'une ligne d'égal retard, est une hyperbole excentrique dont le centre se trouve sur l'axe des y et a pour ordonnée

$$y_0 = \frac{C^2 mn^2}{Be (1 + \sin^2 \omega)}. \quad (9)$$

On voit d'abord que ce centre est commun à toutes les hyperboles d'égal retard qui se développent pendant la marche du biseau, car la valeur de y_0 est indépendante de b , et, en outre, que la valeur de y_0 est *essentiellement positive*, que le centre sera rejeté sur $+y$, c'est-à-dire vers l'observateur et, comme nous avons supposé que la bissectrice aiguë était n_g , on conclut

qu'un *rejet positif* indique un *cristal positif*, que la lame soit normale à l'indice moyen ou à la bissectrice obtuse.

Dans le cas d'un *cristal négatif*, une lame normale à la bissectrice obtuse, n_o , donnera un *rejet négatif*. On peut s'assurer de cette propriété de plusieurs façons : Supposons que quartz et lame restent dans la position indiquée par la figure 2, mais que la bissectrice aiguë contenue dans la lame soit n_p ; l'ellipse du quartz sera, dans ce cas, parallèle aux ellipses de section aux différents points de la lame et, au lieu de soustraction, il y aura addition des retards du quartz à ceux de la lame; il s'ensuit que dans l'équation (8), et par conséquent dans (9), m sera changé en $-m$, de sorte que y_0 deviendra négatif (*).

On peut aussi dire : laissons le quartz orienté comme l'indique la figure 2, mais pour qu'il y ait soustraction, plaçons la trace du plan des A. O. suivant l'axe du quartz; la seule différence dans le calcul est que l'angle φ fait par un rayon vecteur avec la trace du plan des A. O. devient $\varphi + 90^\circ$; de sorte qu'il suffira de remplacer dans (7) $\cos 2\varphi$ par $-\cos 2\varphi$; on obtient ainsi pour valeur du rejet

$$y_0 = - \frac{C^2 m n^2}{B e (1 + \sin^2 \omega)}.$$

* * *

Grandeur relative des rejets de deux lames d'une même substance, dont l'une est normale à n_m et l'autre est normale à la bissectrice obtuse. Nous avons trouvé jadis (**) pour une lame normale à n_m ,

$$y_m = \frac{C^2 m}{e} \cdot \frac{n^2}{B \cos 2\omega},$$

(*) Cette manière d'opérer n'est pas praticable, en général, parce que par addition, les retards, en montant, correspondent à des teintes de polarisation inappréciables et, par conséquent, à des lignes invisibles ou peu nettes.

(**) *Loc. cit.*, 1906; p. 25.

et nous venons d'obtenir, pour une lame normale à la bissectrice obtuse,

$$y_{\text{obt.}} = \frac{C^2 m}{e} \cdot \frac{n^2}{B (1 + \sin^2 \omega)}.$$

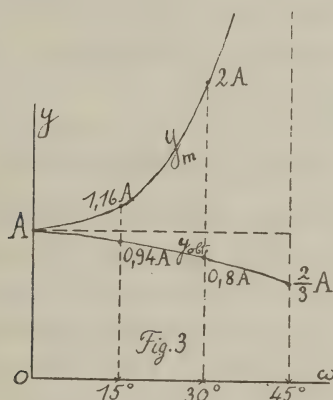
En supposant que les deux lames aient la même épaisseur, on a

$$\frac{y_m}{y_{\text{obt.}}} = \frac{1 + \sin^2 \omega}{\cos 2\omega}; \quad (10)$$

donc

$$y_m > y_{\text{obt.}};$$

ainsi : dans une même substance le rejet d'une lame normale à l'indice moyen est toujours plus grand que celui d'une lame, de



même épaisseur, normale à la bissectrice obtuse. La figure 3 indique la variation des deux rejets dans les conditions que nous venons d'indiquer, rejets qui peuvent être mis, respectivement, sous la forme

$$y_m = \frac{A}{\cos 2\omega}, \quad y_{\text{obt.}} = \frac{A}{1 + \sin^2 \omega},$$

A étant une constante. Les dérivées

$$y'_m = 2A \frac{\sin 2\omega}{\cos^2 2\omega}, \quad y'_{\text{obt.}} = -A \frac{\sin 2\omega}{(1 + \sin^2 \omega)^2}$$

montrent que, tandis que y_m augmente indéfiniment avec ω , $y_{\text{obt.}}$ décroît depuis A jusqu'à $\frac{2A}{3}$.

La différence sera énorme pour les deux lames d'un minéral presque orthoaxe : tandis que la lame normale à n_m donnera un rejet très grand et des branches presque parallèles au fil y du réticule, la lame normale à la bissectrice obtuse donnera un faible rejet qui est les $\frac{2}{3}$ de celui donné par une lame uniaxe, de même indice, de même biréfringence et de même épaisseur, taillée parallèlement à l'axe.

EXEMPLE. — *Vivianite*. On a pour cette substance (*)

$$n = 1,592, \quad \omega^+ = 36^\circ 35', \quad B = 34;$$

la formule (10) donne

$$y_{\text{obt.}} = 0,2137 y_m,$$

c'est-à-dire que dans cette substance le rejet d'une lame normale à la bissectrice obtuse est environ le cinquième de celui donné par une lame normale à l'indice moyen, sous la même épaisseur. Les $y_{\text{obt.}}$ sont en général très petits; aussi, pour déterminer le signe optique d'une substance à l'aide d'une section normale à la bissectrice obtuse, il faut opérer sur des lames très minces, les rejets pour des lames de même substance variant en raison inverse des épaisseurs. Ainsi une lame de clivage de *vivianite* [normale à la bissectrice obtuse, de biréfringence $n_g - n_m = 20$ (**)]

(*) G. CESÀRO. Sur l'orientation des axes d'élasticité optique dans la *Vivianite*. MÉM. DE LA SOC. ROY. DES SCIENCES DE LIÈGE. Troisième série, t. XII; 1924, pp. 137 à 145.

(**) *Loc. cit.*, p. 144.

ayant une épaisseur de 7 donne une figure presque centrée avec un rejet positif à peine sensible, tandis qu'une lame de retard 81 ($e = 4$) donne une figure nettement excentrique, le centre étant rejeté dans le sens positif.

* * *

Lame normale à une bissectrice aiguë. Si l'on suppose l'angle des axes optiques, autour de la normale à la lame ($90^\circ - \omega = V$), pas trop petit (V de 35° à 45°), on peut appliquer ce qui précède à une lame normale à une bissectrice aiguë. L'orientation de l'ellipse de section, en des points pas trop excentriques, reste la même que celle de l'ellipse centrale; le calcul qui nous a donné y_0 est le même, que la bissectrice soit obtuse ou aiguë, de sorte que l'on arrive au même résultat : *rejet positif* pour une lame normale à la bissectrice aiguë n_p , c'est-à-dire pour une substance optiquement négative. Comme je l'ai dit pour commencer, dans une lame normale à une bissectrice le signe du rejet indique le signe de la bissectrice contenue dans la lame et non le signe de la substance. En désignant par $2V$ l'angle aigu des axes optiques on a donc, pour la valeur et le signe du rejet d'une lame normale à un axe d'élasticité optique,

Lame normale à n_m ,

$$y_m = \pm \frac{C^2 n^2 m}{Be \cos 2V}.$$

Lame normale à la bissectrice obtuse,

$$y_o = \pm \frac{C^2 n^2 m}{Be (1 + \sin^2 V)}. \quad (11)$$

Lame normale à la bissectrice aiguë,

$$y_a = \mp \frac{C^2 n^2 m}{Be (1 + \cos^2 V)},$$

les signes supérieurs se rapportant au cas d'un cristal positif.

Les deux dernières formules montrent que pour une même substance, et à épaisseur égale, le rejet d'une lame normale à la

bissectrice aiguë est plus petit que celui de la section perpendiculaire à la bissectrice obtuse; de sorte que l'on a, en valeur absolue,

$$y_m > y_o > y_a.$$

Entre les trois rejets, relatifs à la même épaisseur, il existe la relation

$$\frac{1}{y_a} - \frac{1}{y_o} = \frac{1}{y_m}.$$

*
* *

Orthoaxes. Lorsque l'angle des axes optiques devient de 90° , il n'y a plus de bissectrice aiguë ou obtuse, et les formules (11) deviennent

$$y_m = \infty, \quad y(n_p) = + \frac{2}{3} \frac{C^2 n^2 m}{Be}, \quad y(n_g) = - \frac{2}{3} \frac{C^2 n^2 m}{Be}.$$

Une vérification a été faite dans une préparation contenant les sections normales aux deux bissectrices de l'*andésine* de Saint-Raphaël; la préparation contient en même temps une lame de quartz parallèle, qui donne, pour l'épaisseur de la préparation, $e = 4,1$. Il est difficile de juger par la teinte de polarisation quelle est des deux lames celle qui est normale à la bissectrice obtuse; d'ailleurs, le biseau de quartz y amène les violets sensibles identiquement dans les mêmes positions de la vis qui règle son mouvement; on a obtenu $R = 17,4$ pour les deux sections, c'est-à-dire que

$$n_g - n_m = n_m - n_p = \frac{17,4}{4,1} = 4,2;$$

on peut dire que ce plagioclase est pratiquement orthoaxe (*). Les rejets des deux sections sont égaux et de signes contraires, le centre étant rejeté au bord du champ et, d'accord avec ce qui

(*) Voir la *Note*.

a été dit précédemment, c'est la section normale à n_g qui donne le rejet négatif.

*
* *
*

NOTE. Il est facile de voir que, théoriquement, *une substance dans laquelle les sections normales aux bissectrices ont la même biréfringence est optiquement négative*, et que *des deux sections relatives à un orthoaxe, c'est la section normale à n_g qui, à épaisseur égale, présente la teinte la plus basse*. Mais ces différences, correspondant à des différences d'indices tout au plus de l'ordre des dix-millièmes, sont impossibles à constater par l'expérience. Pratiquement, la formule habituelle

$$B_{\theta, \theta'} = B \sin \theta \sin \theta'$$

donne, pour une lame normale à une bissectrice d'angle 2ω ,

$$B \text{ (biss.)} = B \sin^2 \omega,$$

et l'on voit que

$$B \text{ (biss.)} \geq \frac{B}{2}, \quad \text{suivant que } \omega \geq 45^\circ,$$

c'est-à-dire suivant que la bissectrice est obtuse ou aiguë, et que, pour un orthoaxe,

$$n_g - n_m = n_m - n_p = \frac{B}{2}.$$

ERRATA

relatif à *Sur la division de la circonférence en neuf parties égales*. Bulletin du 4 avril 1925, p. 130, note.

Lignes :	Au lieu de :	Lire :
5	$p, p', p'' \dots$,	$p \cdot p' \cdot p'' \dots$
dernière	nscriptions	inscriptions

**ASTRONOMIE. — Détermination d'un azimut
par des observations de passage dans le premier vertical
à l'équateur,**

par M. DEHALU, professeur à l'Université de Liège,
et L. HERMANS, docteur en sciences physiques et mathématiques.

La détermination précise de l'azimut absolu d'un signal à l'équateur peut se faire avec avantage par l'observation des passages d'étoiles dans le plan du premier vertical. Le choix de ce plan est même préférable à celui du méridien, si l'on connaît exactement la latitude du lieu.

Nous nous proposons d'indiquer ici les formules de réduction dans l'hypothèse d'un instrument de passage établi dans un plan proche du premier vertical en un point situé dans le voisinage de l'équateur. Nous supposons de plus une mire installée approximativement dans le premier vertical ou deux mires installées l'une à l'Est, l'autre à l'Ouest. L'instrument est muni d'un micromètre focal.

Comme, à l'équateur, les étoiles ne traversent pas les différents fils verticaux qui composent le réticule de la lunette, mais se déplacent à peu près parallèlement à ces fils, la méthode habituelle de réduction au fil milieu ne peut s'appliquer ici. Pour cette raison, nous définissons l'axe optique comme étant la droite joignant le centre optique au point de croisement du fil horizontal du réticule avec le fil idéal sans collimation qui, par définition, correspond au pointé du fil micrométrique qui

ne change pas dans le retournement symétrique de la lunette. Par suite, la lecture m_0 du fil sans collimation s'obtient en prenant la moyenne des deux lectures correspondant aux pointés d'un signal fixe dans les deux positions symétriques de la lunette lampe Nord (L. N.) et lampe Sud (L. S.).

Soient maintenant CZ la verticale, SQN le plan de l'horizon, CR l'axe de rotation de la lunette incliné d'un angle $QCR = i$ sur l'horizon, CS l'axe optique, CE la ligne de visée dirigée sur une étoile E correspondant à une lecture m du micromètre. SZN est le méridien du lieu, ZCO est le plan du premier vertical; l'angle $SWNE' = A$ est l'azimut de l'étoile, l'angle $NCQ = OCQ' = a$ est l'erreur azimutale. Le plan ZCQ' est le plan instrumental; il contient l'axe optique CS.

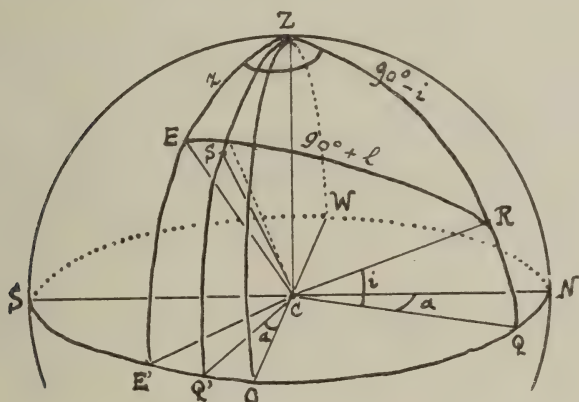


fig. 1

Nous supposons que les erreurs instrumentales a et i se comptent : a positivement dans le sens Sud-Ouest-Nord-Est, et i positivement quand l'extrémité Nord de l'axe est au-dessus de l'horizon.

Ces conditions sont réalisées dans la figure 1.

Si S' est la projection de S sur le grand cercle RE, l'arc $S'E$ est mesuré en divisions du micromètre par la valeur

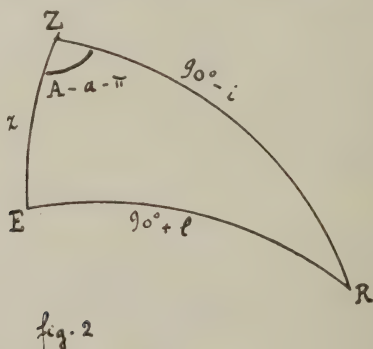
absolue de $m - m_0$. Il tient à l'instrument que les lectures micrométriques croissent dans le sens direct ou dans le sens inverse quand la lampe éclairant les fils du réticule est au Nord ou au Sud, la lunette étant pointée à l'Est ou à l'Ouest. On peut toutefois remarquer que si l'on se trouve, comme nous le supposons ici, dans le cas où les lectures vont en croissant dans le sens direct quand la lunette est pointée à l'Est et que la lampe est au Nord, c'est l'inverse qui a lieu quand la lampe est au Sud. De plus, ces conditions sont renversées dans le cas où la lunette est pointée à l'Ouest.

Posons en général

$$l = \pm (m - m_0) \varepsilon, \quad \begin{cases} \text{Est ou West, L. N.} \\ \text{Est ou West, L. S.} \end{cases}$$

en désignant par la notation ε la valeur en secondes d'arc d'une division du micromètre.

Si l'on se trouve dans le cas où la loi de croissance des lectures micrométriques est inverse de celle qui a été supposée, il faut intervertir les signes $+$ et $-$ dans la dernière formule.



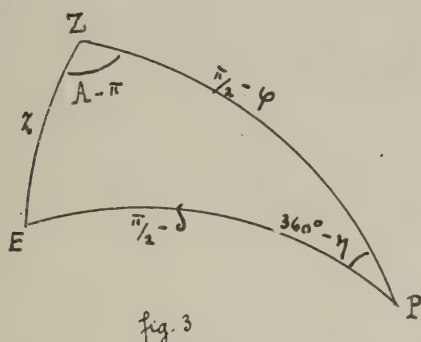
Le triangle ZER de la figure 1, que reproduit la figure 2, donne la formule

$$-\sin l = \sin i \cos z - \cos i \sin z \cos (A - a).$$

Cette formule peut s'écrire

$$\left. \begin{aligned} \sin a \cos i \cdot \sin z \sin A &= -\cos a \cos i \cdot \sin z \cos A \\ &+ \sin i \cos z + \sin l. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Dans le triangle fondamental ZEP, représenté par la figure 3



dans le cas d'une étoile située à l'Est, mais donnant les mêmes formules dans tous les cas, on a

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \eta. \quad (2)$$

De plus, la formule des cotangentes :

$$\operatorname{tg} \delta \cos \varphi = \sin \varphi \cos \eta - \sin \eta \cotg A,$$

peut s'écrire

$$\sin \eta \cos \delta \cotg A = \sin \varphi \cos \eta \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta.$$

En y adjoignant la suivante :

$$\frac{\cos \delta}{\sin A} = \frac{\sin z}{\sin \eta},$$

on obtient les expressions

$$\sin z \sin A = \sin \eta \cos \delta; \quad (3)$$

$$\sin z \cos A = \sin \varphi \cos \eta \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta. \quad (4)$$

La substitution des valeurs (2), (3) et (4) dans la formule (1) donne

$$\begin{aligned} \cos i \cos \delta \cdot \sin a \sin \eta &= \cos a \cos i (\cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \eta \cos \delta) \\ &+ \sin i \sin \delta \sin \varphi + \cos \varphi \cos \delta \cdot \sin i \cos \eta + \sin l. \end{aligned}$$

Le produit $\sin i \sin \delta$ est très voisin de zéro aux petites latitudes si l'on observe dans le voisinage du premier vertical. Le produit $\cos i \cos \delta$, dans les mêmes conditions, diffère très peu de l'unité. Le facteur $\cos a \cos i$ est tout à fait négligeable. Enfin, bien que la latitude φ puisse être assez importante, nous considérons cependant comme égal à l'unité le produit $\cos \varphi \cos \delta$, parce qu'il multiplie un terme de peu d'importance $\sin i \cos \eta$.

Nous remplacerons ensuite les quantités

$$\sin a, \quad \sin i, \quad \sin l$$

par les suivantes :

$$a \sin 1'', \quad i \sin 1'', \quad l \sin 1'',$$

où a, i, l , sont supposés exprimés en secondes d'arc. Mais ce serait généralement une cause d'erreur sensible que d'en agir de même relativement à $\sin \varphi$ et de remplacer $\cos \varphi$ par l'unité, la latitude φ pouvant être appréciable dans le domaine d'application de la formule.

Nous remplacerons donc ces dernières quantités par

$$\frac{\sin \varphi}{\arcsin 1''} \cdot \sin 1'' \quad \text{et} \quad \frac{\cos \varphi}{\arcsin 1''} \cdot \sin 1'',$$

la grandeur $\cos 1''$ étant mesurée en radians. En posant alors

$$[\sin \varphi] = \frac{\sin \varphi}{\arcsin 1''}, \quad [\cos \varphi] = \frac{\cos \varphi}{\arcsin 1''},$$

on obtient la formule

$$a \sin \eta = [\cos \varphi] \sin \delta - [\sin \varphi] \cos \eta \cos \delta + i \cos \eta + l.$$

On peut remarquer que, au voisinage de l'équateur et dans le premier vertical, pour les petites latitudes positives, l'angle horaire est compris entre 0° et 90° pour une étoile West, entre 270° et 360° pour une étoile Est; donc $\sin \eta$ est négatif à l'Ouest, positif à l'Est; $\cos \eta$ est toujours positif. Pour les petites latitudes négatives, l'angle horaire est compris entre 90°

et 180° pour une étoile West, entre 180° et 270° pour une étoile Est; donc $\sin \eta$ est positif à l'Ouest, négatif à l'Est; $\cos \eta$ est toujours négatif.

Suivant la position de l'étoile, Est ou West, et la position de la lunette, L. N. ou L. S., on a donc l'une des quatre formules :

$$\begin{aligned} \text{ét. Est, L. N.} \quad & -a \sin \eta_1 = [\sin \varphi] \cos \eta_1 \cos \delta_1 - [\cos \varphi] \sin \delta_1 \\ & \quad - i_1 \cos \eta_1 - (m_1 - m_0)\varepsilon, \\ \text{» L. S.} \quad & -a \sin \eta_2 = [\sin \varphi] \cos \eta_2 \cos \delta_2 - [\cos \varphi] \sin \delta_2 \\ & \quad - i_2 \cos \eta_2 + (m_2 - m_0)\varepsilon, \\ \text{ét. West, L. N.} \quad & a \sin \eta_3 = [\cos \varphi] \sin \delta_3 - [\sin \varphi] \cos \eta_3 \cos \delta_3 \\ & \quad + i_3 \cos \eta_3 + (m_3 - m_0)\varepsilon, \\ \text{» L. S.} \quad & a \sin \eta_4 = [\cos \varphi] \sin \delta_4 - [\sin \varphi] \cos \eta_4 \cos \delta_4 \\ & \quad + i_4 \cos \eta_4 - (m_4 - m_0)\varepsilon. \quad (5) \end{aligned}$$

Si l'on connaît la lecture m_0 du fil sans collimation, et si l'état du chronomètre peut être déterminé exactement, une quelconque de ces formules permet de calculer l'erreur azimutale et, par suite, l'azimut d'un signal placé dans le voisinage du premier vertical, à l'Est ou à l'Ouest. Mais il y a avantage à employer une combinaison de ces équations. Nous verrons qu'il n'est pourtant pas possible d'éliminer l'état du chronomètre.

Première méthode. — Faisons la somme des quatre équations (5). Nous obtenons

$$\begin{aligned} -\sin \eta_1 - \sin \eta_2 + \sin \eta_3 + \sin \eta_4 &= [\sin \varphi] \left(\cos \eta_1 \cos \delta_1 + \cos \eta_2 \cos \delta_2 \right. \\ &\quad \left. - \cos \eta_3 \cos \delta_3 - \cos \eta_4 \cos \delta_4 \right) \\ &+ [\cos \varphi] (\sin \delta_1 + \sin \delta_2 - \sin \delta_3 - \sin \delta_4) - i_1 \cos \eta_1 - i_2 \cos \eta_2 + i_3 \cos \eta_3 + i_4 \cos \eta_4 \\ &+ (m_1 - m_2 - m_3 + m_4)\varepsilon. \quad (6) \end{aligned}$$

Cette formule n'est pas indépendante de l'état μ du chronomètre.

A cause de la formule

$$\alpha + \gamma_1 = t + \mu,$$

on a, en effet,

$$\cos \gamma_1 \cos \delta = \cos \mu \cdot \cos (t - \alpha) \cos \delta - \sin \mu \cdot \sin (t - \alpha) \cos \delta.$$

L'expression

$$\cos \gamma_1 \cos \delta_1 + \cos \gamma_2 \cos \delta_2 - \cos \gamma_3 \cos \delta_3 - \cos \gamma_4 \cos \delta_4$$

prend ainsi la forme

$$\begin{aligned} & \cos \mu \left[\begin{array}{l} \cos (t_1 - \alpha_1) \cos \delta_1 + \cos (t_2 - \alpha_2) \cos \delta_2 \\ - \cos (t_3 - \alpha_3) \cos \delta_3 - \cos (t_4 - \alpha_4) \cos \delta_4 \end{array} \right] \\ & - \sin \mu \left[\begin{array}{l} \sin (t_1 - \alpha_3) \cos \delta_1 + \sin (t_2 - \alpha_2) \cos \delta_2 \\ - \sin (t_3 - \alpha_3) \cos \delta_3 - \sin (t_4 - \alpha_4) \cos \delta_4 \end{array} \right]. \end{aligned}$$

S'il est vrai que le facteur $\cos \mu$ peut être négligé comme étant très voisin de l'unité, il n'est pas permis de ne pas tenir compte du terme en $\sin \mu$ parce qu'il a pour coefficient une somme de quatre termes de même ordre et tous positifs ou tous négatifs, suivant que la latitude est positive ou négative, les $\sin (t - \alpha)$, peu différents de $\sin \gamma_1$, étant toujours de signes contraires à l'Est et à l'Ouest.

La seule façon d'éliminer l'état du chronomètre serait de combiner les équations (5) sous la forme

$$\begin{aligned} a (\sin \gamma_1 + \sin \gamma_2 + \sin \gamma_3 + \sin \gamma_4) &= [\cos \varphi] (\sin \delta_1 + \sin \delta_2 + \sin \delta_3 + \sin \delta_4) \\ &- [\sin \varphi] (\cos \gamma_1 \cos \delta_1 + \cos \gamma_2 \cos \delta_2 + \cos \gamma_3 \cos \delta_3 + \cos \gamma_4 \cos \delta_4) \\ &+ i_1 \cos \gamma_1 + i_2 \cos \gamma_2 + i_3 \cos \gamma_3 + i_4 \cos \gamma_4 + (m_1 - m_2 + m_3 - m_4) \varepsilon. \end{aligned}$$

Mais cette forme est tout à fait désavantageuse, car elle fait venir au dénominateur de l'expression de a une quantité $\Sigma \sin \gamma$ qui peut être extrêmement petite, deux des quantités du même

ordre $\sin \eta$ étant toujours positives et deux négatives : l'erreur sur la détermination de a peut donc être très forte.

Par conséquent, la formule (6') n'est généralement pas applicable.

Quand on connaît l'état du chronomètre, on peut faire usage de la formule (6). Elle donne l'erreur azimutale a .

Soient alors l_N et l_S les lectures micrométriques relatives à un signal (situé à l'Est ou à l'Ouest), dans les deux positions successives L. N. et L. S. de la lunette.

La lecture du fil sans collimation est donnée par

$$m_0 = \frac{l_N + l_S}{2}.$$

L'azimut correspondant étant par définition, suivant que la lunette est pointée à l'Est ou à l'Ouest, $a + 270^\circ$ ou $a + 90^\circ$, quand a est l'erreur azimutale déterminée au moyen de la quantité m_0 qui vient d'être calculée, l'azimut du signal est donné par

$$\text{Est) } 270^\circ + a + \left(l_N - \frac{l_N + l_S}{2} \right) \varepsilon = 270^\circ + a + \frac{l_N - l_S}{2} \cdot \varepsilon,$$

$$\text{West) } 90^\circ + a + \left(l_S - \frac{l_N + l_S}{2} \right) \varepsilon = 90^\circ + a + \frac{l_S - l_N}{2} \cdot \varepsilon,$$

car les lectures du micromètre vont en croissant dans le sens direct, à l'Est dans la position L. N., à l'Ouest dans la position L. S.

Deuxième méthode. — Faisons séparément la somme des deux premières et des deux dernières équations (5). Nous obtenons

$$\left. \begin{aligned} i_E &= \frac{[\sin \varphi](\cos \eta_1 \cos \delta_1 + \cos \eta_2 \cos \delta_2) - [\cos \varphi](\sin \delta_1 + \sin \delta_2) - i_1 \cos \eta_1 - i_2 \cos \eta_2 - (m_1 - m_2) \varepsilon}{-\sin \eta_1 - \sin \eta_2} \\ i_W &= \frac{[\cos \varphi](\sin \delta_3 + \sin \delta_4) - [\sin \varphi](\cos \eta_3 \cos \delta_3 + \cos \eta_4 \cos \delta_4) + i_3 \cos \eta_3 + i_4 \cos \eta_4 + (m_3 - m_4) \varepsilon}{\sin \eta_3 + \sin \eta_4} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Ces formules nécessitent, comme la formule (6), la connaissance de l'état μ du chronomètre.

Supposons que deux mires aient été observées, l'une à l'Est, l'autre à l'Ouest. Il est préférable de ne faire usage pour le calcul de leurs azimuts que de la quantité déterminée a_E ou a_W correspondante.

Soient l_{NE} et l_{SE} les lectures micrométriques L. N. et L. S. relatives à la mire Est; l_{NW} et l_{SW} celles relatives à la mire West.

Les azimuts sont donnés par

$$\text{mire Est,} \quad 270^\circ + a_E + \frac{l_{NE} - l_{SE}}{2} \varepsilon,$$

$$\text{mire West,} \quad 90^\circ + a_W + \frac{l_{SW} - l_{NW}}{2} \varepsilon.$$

L'angle de ces deux directions est

$$180^\circ + a_E - a_W + \frac{l_{NE} + l_{NW} - l_{SE} - l_{SW}}{2} \varepsilon.$$

Mais l'angle des directions azimutales des deux mires peut être observé directement avec une grande approximation. Si nous le représentons par $180^\circ + \theta$, nous avons les deux équations de condition

$$a_E - a_W = 0,$$

$$\frac{l_{NE} + l_{NW} - l_{SE} - l_{SW}}{2} \varepsilon = \theta.$$

Elles permettent d'améliorer les résultats obtenus.

REMARQUE. — Lorsque des observations ont été faites à différentes dates, il est possible, à défaut de l'état μ , de déterminer la marche du chronomètre.

Une variation de l'état μ fait varier, dans le même sens l'un et l'autre, les azimuts obtenus pour les deux mires. De plus,

les variations ΔA de l'azimut A sont très sensiblement proportionnelles à celles $\Delta \eta = \Delta \mu$ de η ou de μ .

La formule des cotangentes :

$$\operatorname{tg} \delta \cos \varphi = \sin \varphi \cos \eta - \sin \eta \cotg A,$$

différentiée sous la forme

$$(\sin \varphi \sin \eta + \cos \eta \cotg A) \Delta \eta = \sin \eta \cdot \frac{1}{\sin^2 A} \cdot \Delta A,$$

donne, en effet,

$$\frac{\Delta \eta}{\Delta A} = \frac{1}{\sin^2 A (\sin \varphi + \cotg \eta \cotg A)}.$$

Dans le voisinage du premier vertical, A est voisin de 90° ou 270° . Il s'ensuit que $\frac{\Delta \eta}{\Delta A}$ ne diffère pas sensiblement de $\frac{1}{\sin \varphi}$.

Si l'on admet donc provisoirement une valeur *constante* de l'état μ , on remarque que les résultats obtenus se succèdent sensiblement suivant une progression arithmétique. On détermine la marche du chronomètre de manière à faire coïncider les différents résultats.

Il suffit, dès lors, d'une seule détermination exacte de l'état μ . A cause de $\frac{\Delta \eta}{\Delta A} = \frac{1}{\sin \varphi}$ et de l'exiguité de $\sin \varphi$, cette détermination ne demande même pas à être extrêmement précise.

Si plusieurs déterminations en ont d'ailleurs été faites, on obtient autant d'équations de condition qui permettent d'améliorer les valeurs trouvées.

RELATIVITÉ GÉNÉRALE. — Sur le tenseur électromagnétique.

par M. TH. DE DONDER.

Dans notre *Gravifique einsteinienne* (*), nous avons donné, sans indiquer les calculs, l'expression analytique du tenseur électromagnétique ainsi que celle du théorème relatif à ce tenseur. Nous avons obtenu ces résultats au cours des recherches sur le champ électromagnétique de Maxwell-Lorentz que nous avons exposées dans les *Archives du Musée Teyler* (**) et dans ce *Bulletin* (***).

Peu après la publication de notre *Gravifique einsteinienne*, M. le professeur W. Van den Berg nous a communiqué, dans sa lettre du 28 octobre 1922, une méthode directe et élégante permettant de retrouver les résultats susmentionnés; il nous laissait la latitude de publier ses calculs au moment qui nous semblerait opportun. Récemment, nous avons écrit une nouvelle synthèse de la Gravifique qui paraîtra bientôt dans le *Mémorial des Sciences mathématiques*. Ces calculs n'ayant pu trouver place dans cet exposé, nous allons les développer ici.

1. Définition du champ gravifique électromagnétique. — Prenons la fonction caractéristique

$$\mathfrak{N} \equiv - \sum_{\alpha} \sum_{\beta} g^{\alpha\beta} \left(N u_{\alpha} u_{\beta} - \frac{1}{2} \sum_i \sum_j g^{ij} H_{\alpha i} H_{\beta j} \right) \sqrt{-g}, \quad (1)$$

(*) Gauthier-Villars, 1921, ou *Annales de l'Observ. roy. de Belgique*, 1921. Voir spécialement les éq. (234) et (246).

(**) *Théorie du champ électromagnétique de Maxwell-Lorentz et du champ gravifique d'Einstein*. Archives du Musée Teyler (Haarlem), 1915.

(***) *Bull. Acad. roy. de Belgique* [Classe des Sciences], mars 1919.

où N est une densité généralisée de masse due au champ électromagnétique au point et à l'instant (x_1, x_2, x_3, x_4) considérés;

où u_α sont les quatre composantes covariantes de la vitesse de l'électricité; ce sont aussi des fonctions de $x_1, \dots, x_4$;

où $H_{\alpha i}$ représentent les six composantes covariantes de la force électromagnétique; ce sont encore des fonctions de $x_1, \dots, x_4$.

Remarquons que, par hypothèse, on a

$$H_{\alpha i} = -H_{i\alpha} \quad (2)$$

$$H_{\alpha\alpha} \equiv 0. \quad (3)$$

2. Le tenseur électromagnétique. — Grâce à la fonction caractéristique donnée ci-dessus, nous pouvons calculer le tenseur phénoménal $T_{\alpha\beta}$ (*). Nous aurons ici

$$T_{\alpha\beta} \equiv N u_\alpha u_\beta + \frac{1}{4} g_{\alpha\beta} \sum_i \sum_j H^{ij} H_{ij} - \sqrt{-g} \sum_i H^i_\alpha H_{\beta i}, \quad (4)$$

où nous avons posé

$$H^\beta_\alpha \equiv \sum_i g^{\beta i} H_{\alpha i} \quad (5)$$

et

$$H^{\alpha\beta} \equiv \sum_i g^{\alpha i} H^\beta_i \equiv \sum_i \sum_j g^{\alpha i} g^{\beta j} H_{ij}. \quad (6)$$

Il résulte alors immédiatement de (4) que

$$T^\beta_\alpha \equiv N u_\alpha u^\beta + \frac{1}{4} \epsilon^\beta_\alpha \sum_i \sum_j H_{ij} H^{ij} - \sum_i H_{\alpha i} H^{\beta i}. \quad (7)$$

(*) Voir, par exemple, *Gravifique einsteinienne*, éq. (16).

3. Autre forme du tenseur électromagnétique. — Le tenseur électromagnétique (7) peut aussi s'écrire

$$T_{\alpha}^{\beta} \equiv N u_{\alpha} u^{\beta} + \frac{1}{2} (H_{\bar{\beta}i} H^{\alpha\bar{i}} - H_{\alpha i} H^{\beta\bar{i}}), \quad (8)$$

où $H^{\alpha\bar{i}}$ représente le symbole H surmonté des deux indices qui, avec α et i , forment une permutation paire $\alpha i \alpha \bar{i}$ des nombres 1, 2, 3, 4. Ainsi,

$$\left. \begin{aligned} H^{\bar{1}2} &\equiv H^{34}, & H^{\bar{1}3} &\equiv -H^{24}, & H^{\bar{1}4} &\equiv H^{23}, \\ H^{\bar{2}3} &\equiv H^{14}, & H^{\bar{2}4} &\equiv -H^{13}, & H^{\bar{3}4} &\equiv H^{12}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

De même, $H_{\alpha\bar{i}}$ représente H affecté des deux indices inférieurs qui, avec α et i , forment une permutation paire $\alpha i \alpha \bar{i}$ des nombres 1, 2, 3, 4. Ainsi,

$$\left. \begin{aligned} H_{\bar{1}2} &\equiv H_{34}, & H_{\bar{1}3} &\equiv -H_{24}, & H_{\bar{1}4} &\equiv H_{23}, \\ H_{\bar{2}3} &\equiv H_{14}, & H_{\bar{2}4} &\equiv -H_{13}, & H_{\bar{3}4} &\equiv H_{12}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

DÉMONSTRATION. — Nous allons transformer d'abord le terme

$$- \sum_i H_{\alpha i} H^{\beta i} \quad \text{ou} \quad - \frac{1}{2} \sum_i H_{\alpha i} H^{\beta i} - \frac{1}{2} \sum_i H_{\alpha i} H^{\beta i}. \quad (11)$$

Dans la somme $\sum_i H_{\alpha i} H^{\beta i}$ les termes qui correspondent à $i = \alpha$, $i = \beta$ sont identiquement nuls; seules les valeurs $i = \bar{\alpha}$, $i = \bar{\beta}$ donnent des termes non nuls et, par suite,

$$\sum_i H_{\alpha i} H^{\beta i} = H_{\alpha\bar{\alpha}} H^{\beta\bar{\alpha}} + H_{\alpha\bar{\beta}} H^{\beta\bar{\beta}}. \quad (12)$$

Considérons maintenant la somme $\sum_i H^{\alpha\bar{i}} H_{\beta\bar{i}}$, dans laquelle les seuls termes non identiquement nuls sont ceux qui répondent aux valeurs $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ de i . Ainsi

$$\sum_i H^{\alpha\bar{i}} H_{\beta\bar{i}} = H^{\alpha\bar{\alpha}} H_{\beta\bar{\alpha}} + H^{\alpha\bar{\beta}} H_{\beta\bar{\beta}}. \quad (13)$$

Mais les permutations

$$\alpha\bar{\alpha}\bar{\beta}\beta, \quad \beta\bar{\alpha}\alpha\bar{\beta}, \quad \alpha\bar{\beta}\beta\bar{\alpha}, \quad \beta\bar{\beta}\bar{\alpha}\alpha$$

sont de même parité que $\alpha\beta\bar{\alpha}\bar{\beta}$. Donc, on a

$$H^{\bar{\alpha}\bar{\alpha}} \equiv H^{\bar{\beta}\bar{\beta}} = -H^{\beta\beta}, \quad H^{\bar{\beta}\bar{\alpha}} \equiv H_{\alpha\bar{\beta}}, \quad H^{\bar{\alpha}\bar{\beta}} \equiv H^{\beta\bar{\alpha}}, \quad H^{\bar{\beta}\bar{\beta}} \equiv H_{\alpha\alpha} = -H_{\alpha\bar{\alpha}}.$$

Introduisant ces valeurs dans (13) et comparant le résultat avec (12), il vient

$$\sum_i H_{\alpha i} H^{\beta i} = - \sum_i H^{\bar{\alpha} i} H_{\bar{\beta} i}. \quad (14)$$

Substituant ces valeurs dans l'une des sommes (11), on obtient pour ce terme (11)

$$\frac{1}{2} \sum_i (H_{\bar{\beta} i} H^{\bar{\alpha} i} - H_{\alpha i} H^{\beta i}).$$

Dans le cas où $\beta \neq \alpha$, (7) devient donc

$$T_{\alpha}^{\beta} = N u_{\alpha} u^{\beta} + \frac{1}{2} \sum_i (H_{\bar{\beta} i} H^{\bar{\alpha} i} - H_{\alpha i} H^{\beta i}). \quad (15)$$

$i = 1, 2, 3, 4.$

Cette équation subsiste quand $\beta = \alpha$. Pour le montrer, isolons dans la somme médiane du second membre de (7) les termes dans lesquels l'un des indices est α ; nous aurons, avec $\varepsilon_{\alpha}^{\beta} = 1$,

$$\frac{1}{4} \varepsilon_{\alpha}^{\beta} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 H_{ij} H^{ij} = \frac{1}{4} \sum_i H_{\alpha i} H^{\alpha i} + \frac{1}{4} \sum_i H_{i\alpha} H^{i\alpha} + \frac{1}{4} \sum_k \sum_l H_{kl} H^{kl}, \quad (16)$$

k et l étant différents de α .

Les sommes simples qui figurent au second membre de l'expression précédente sont égales; par suite,

$$\frac{1}{4} \varepsilon_{\alpha}^{\beta} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 H_{ij} H^{ij} = \frac{1}{2} \sum_i H_{\alpha i} H^{\alpha i} + \frac{1}{4} \sum_k \sum_l H_{kl} H^{kl}; \quad (17)$$

on peut supposer dans le second membre l'indice i différent de α .

Substituant dans (7) et changeant l'indice k en i , on a

$$T_{\alpha}^{\alpha} = -\frac{2\sigma u_{\alpha}}{\sqrt{-g}} \cdot \Phi^{\alpha} - \frac{1}{2} \sum_i H_{\alpha i} H^{\alpha i} + \frac{1}{4} \sum_i \sum_l H_{il} H^{il}, \quad (18)$$

i et l étant différents de α .

Soit, pour une valeur donnée de i , $\alpha i \bar{\alpha} \bar{i}$ une permutation paire de 1, 2, 3, 4; alors, dans la double somme, l ne peut être que $\bar{\alpha}$ ou $\bar{i}$ (*). On a donc

$$\sum_i \sum_l H_{il} H^{il} = \sum_i H_{i\bar{\alpha}} H^{i\bar{\alpha}} + \sum_i H_{i\bar{i}} H^{i\bar{i}}, \quad \text{avec } i \neq \alpha. \quad (19)$$

Dans la dernière somme, i doit être différent de $\bar{i}$; comme i est aussi différent de α , il ne peut être que $\bar{\alpha}$. Donc,

$$\sum_i \sum_l H_{il} H^{il} = 2 \sum_i H_{i\bar{\alpha}} H^{i\bar{\alpha}},$$

ou, ce qui revient au même,

$$\sum_i \sum_l H_{il} H^{il} = 2 \sum_i H_{i\bar{\alpha}} H^{i\bar{\alpha}} = 2 \sum_i H_{\alpha \bar{i}} H^{\alpha \bar{i}}.$$

Par conséquent,

$$T_{\alpha}^{\alpha} = N u_{\alpha} u^{\alpha} + \frac{1}{2} \sum_i (H_{\alpha \bar{i}} H^{\alpha \bar{i}} - H_{\alpha i} H^{\alpha i}).$$

C'est bien l'équation (15) pour $\beta = \alpha$.

Donc, en résumé, l'équation (15) nous fournit la nouvelle forme annoncée de T_{α}^{β} .

4. Théorème du tenseur électromagnétique. — Le théorème du tenseur électromagnétique est exprimé par (**)

$$\mathfrak{T}_{\alpha} \equiv \sum_i \left[\frac{d\mathfrak{T}_{\alpha}^i}{dx_i} - \frac{1}{2} \sum_j \sum_k g^{ij} g_{kj, \alpha} \mathfrak{T}_i^k \right] = 0. \quad (20)$$

(*) $l = i$ donnerait un terme nul.

(**) *Grav. einst.*, éq. (29).

On a posé

$$\mathfrak{T}_\alpha^i = T_\alpha^i \sqrt{-g} \quad \mathfrak{Z} = N \sqrt{-g}.$$

En utilisant l'expression (7) :

$$\mathfrak{T}_\alpha^i = \mathfrak{Z} u_\alpha u^i + \frac{1}{4} \varepsilon_\alpha^i \sqrt{-g} \sum_\mu \sum_\nu H_{\mu\nu} H^{\mu\nu} - \sqrt{-g} \sum_\mu H_{\alpha\mu} H^{i\mu}, \quad (21)$$

il vient

$$\begin{aligned} &= \mathfrak{Z} A_\alpha + u_\alpha \sum_i \frac{d(\mathfrak{Z} u^i)}{dx_i} + \frac{1}{4} \frac{d}{dx_\alpha} \sum_\mu \sum_\nu \sqrt{-g} H_{\mu\nu} H^{\mu\nu} - \sum_i \frac{d}{dx_i} \sum_\mu \sqrt{-g} H_{\alpha\mu} H^{i\mu} \\ &- \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \sum_k g^{ij} g_{kj, \alpha} \left[\frac{1}{4} \varepsilon_\alpha^k \sqrt{-g} \sum_\mu \sum_\nu H_{\mu\nu} H^{\mu\nu} - \sqrt{-g} \sum_\mu H_{i\mu} H^{k\mu} \right] \\ &= \mathfrak{Z} A_\alpha + u_\alpha \sum_i \frac{d(\mathfrak{Z} u^i)}{dx_i} + \frac{1}{4} \frac{d}{dx_\alpha} \sum_\mu \sum_\nu \sqrt{-g} H_{\mu\nu} H^{\mu\nu} - \sum_i \sum_\mu \frac{d}{dx_i} (\sqrt{-g} H_{\alpha\mu} H^{i\mu}) \\ &- \frac{1}{8} \sum_i \sum_j \sum_\mu \sum_\nu g^{ij} g_{ij, \alpha} \sqrt{-g} H_{\mu\nu} H^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \sum_k \sum_\mu g^{ij} g_{kj, \alpha} \sqrt{-g} H_{i\mu} H^{k\mu}, \end{aligned} \quad (22)$$

où l'on a posé

$$A_\alpha \equiv \frac{du_\alpha}{ds} - \frac{1}{2} \sum_i \sum_j g_{ij, \alpha} u^i u^j.$$

Remplaçons dans le dernier terme $H^{k\mu}$ par

$$\sum_m \sum_\nu g^{km} g^{\nu\mu} H_{m\nu};$$

ce terme devient

$$\frac{1}{2} \sum_i \sum_j \sum_k \sum_\mu \sum_m \sum_\nu g^{ij} g^{km} g^{\nu\mu} g_{kj, \alpha} \sqrt{-g} H_{i\mu} H_{m\nu}; \quad (23)$$

en remarquant que

$$\sum_j g^{ij} g_{kj, \alpha} = - \sum_j g^{ij, \alpha} g_{kj},$$

il prend la forme

$$\begin{aligned} &- \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \sum_k \sum_\mu \sum_m \sum_\nu g^{ij, \alpha} g_{kj} g^{km} g^{\nu\mu} \sqrt{-g} H_{i\mu} H_{m\nu} \\ &= - \frac{\sqrt{-g}}{2} \sum_i \sum_j \sum_\mu \sum_\nu g^{ij, \alpha} g^{\mu\nu} H_{i\mu} H_{j\nu}. \end{aligned} \quad (24)$$

Le troisième terme de (22) peut s'écrire

$$\left. \begin{aligned} & \frac{1}{4} \frac{d}{dx_\alpha} \sum_i \sum_j \sum_\mu \sum_\nu \sqrt{-g} g^{ui} g^{vj} H_{\mu\nu} H_{ij} \\ &= \frac{1}{4} \sum_i \sum_j \sum_\mu \sum_\nu \sqrt{-g} (g^{ui, \alpha} g^{vj} + g^{ui} g^{vj, \alpha}) H_{\mu\nu} H_{ij} \\ &+ \frac{1}{4} \sum_i \sum_j \sum_\mu \sum_\nu \frac{d\sqrt{-g}}{dx_\alpha} g^{ui} g^{vj} H_{\mu\nu} H_{ij} \\ &+ \frac{1}{4} \sum_i \sum_j \sum_\mu \sum_\nu \sqrt{-g} g^{ui} g^{vj} \frac{d}{dx_\alpha} (H_{\mu\nu} H_{ij}). \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Le premier terme de cette expression se ramène immédiatement, par permutation d'indices, à la forme

$$\frac{\sqrt{-g}}{2} \sum_i \sum_j \sum_\mu \sum_\nu g^{ij, \alpha} g^{\mu\nu} H_{i\mu} H_{j\nu},$$

et donne zéro avec le terme (24). Le second terme, à cause de

$$\frac{d\sqrt{-g}}{dx_\alpha} = \frac{1}{2} \sqrt{-g} \sum_i \sum_j g^{ij} g_{ij, \alpha} \quad (\text{Grav., [3], note 1})$$

et de

$$\sum_i \sum_j g^{ui} g^{vj} H_{ij} = H^{\mu\nu},$$

se ramène à

$$\frac{\sqrt{-g}}{8} \sum_i \sum_j \sum_\mu \sum_\nu g^{ij} g_{ij, \alpha} H_{\mu\nu} H^{\mu\nu}, \quad (26)$$

et donne zéro avec l'avant-dernier terme de (A). L'équation (22) devient maintenant

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{F}_\alpha &\equiv \mathfrak{A}_\alpha + u_\alpha \sum_i \frac{d(\mathfrak{A} u^i)}{dx_i} \\ &+ \frac{\sqrt{-g}}{4} \sum_i \sum_j \sum_\mu \sum_\nu g^{ui} g^{vj} \frac{d}{dx_\alpha} (H_{\mu\nu} H_{ij}) \\ &- \sum_i \sum_j \frac{d}{dx_i} (\sqrt{-g} H_{\alpha j} H^{ij}). \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Cette expression peut encore être simplifiée. L'avant-dernier terme peut s'écrire

$$\frac{1}{2} \sqrt{-g} \sum_i \sum_j \sum_\mu \sum_\nu g^{u4} g^{vj} H_{ij} \frac{dH_{\mu\nu}}{dx_\alpha} = \frac{\sqrt{-g}}{2} \sum_\mu \sum_\nu H^{\mu\nu} \frac{dH_{\mu\nu}}{dx_\alpha};$$

la deuxième ligne de (27) devient donc

$$\left. \begin{aligned} & \sqrt{-g} \sum_\mu \sum_\nu H^{\mu\nu} \frac{dH_{\mu\nu}}{dx_\alpha} - \sqrt{-g} \sum_\mu \sum_\nu H^{\mu\nu} \frac{dH_{\alpha\nu}}{dx_\mu} - \sum_\mu \sum_\nu H_{\alpha\nu} \frac{d(\sqrt{-g} H^{\mu\nu})}{dx_\mu} \\ &= \sum_\mu \sum_\nu \sqrt{-g} H^{\mu\nu} \left(\frac{1}{2} \frac{dH_{\mu\nu}}{dx_\alpha} + \frac{dH_{\nu\alpha}}{dx_\mu} \right) - \sum_\mu \sum_\nu H_{\alpha\nu} \frac{d(\sqrt{-g} H^{\mu\nu})}{dx_\mu}. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Considérons l'expression

$$X \equiv \sum_\mu \sum_\nu H^{\mu\nu} \left(\frac{1}{2} \frac{dH_{\mu\nu}}{dx_\alpha} + \frac{dH_{\nu\alpha}}{dx_\mu} \right).$$

On peut y permuter les indices μ, ν sans changer sa valeur; il vient ainsi

$$X \equiv \sum_\mu \sum_\nu H^{\mu\nu} \left(\frac{1}{2} \frac{dH_{\mu\nu}}{dx_\alpha} - \frac{dH_{\mu\alpha}}{dx_\nu} \right).$$

En additionnant membre à membre, on obtient

$$2X \equiv \sum_\mu \sum_\nu H^{\mu\nu} \left(\frac{dH_{\mu\nu}}{dx_\alpha} + \frac{dH_{\nu\alpha}}{dx_\mu} + \frac{dH_{\alpha\mu}}{dx_\nu} \right). \quad (29)$$

La parenthèse s'annule si les indices μ et ν sont égaux entre eux ou si l'un d'eux est égal à α . On peut donc supposer que α, μ, ν sont trois nombres différents choisis parmi 1, 2, 3, 4. Soit λ le quatrième. Alors, si $\alpha\mu\nu\lambda$ forment une permutation paire, on a

$$\frac{dH_{\mu\nu}}{dx_\alpha} + \frac{dH_{\nu\alpha}}{dx_\mu} + \frac{dH_{\alpha\mu}}{dx_\nu} = \sum_i \frac{dH_{i\lambda}}{dx_i}.$$

Si $\alpha\mu\nu\lambda$ forment une permutation impaire, alors $\alpha\nu\mu\lambda$ forment une permutation paire; on a donc

$$\frac{dH_{\nu\mu}}{dx_\alpha} + \frac{dH_{\mu\alpha}}{dx_\nu} + \frac{dH_{\alpha\nu}}{dx_\mu} = \sum_i \frac{dH_{i\lambda}}{dx_i},$$

et le premier membre est égal et de signe contraire au précédent.

Or, pour une valeur donnée de λ , si l'on fait varier μ , on

obtient pour le couple μ, ν une permutation paire et une permutation impaire; à ces deux permutations correspondent donc deux valeurs de

$$\sum_i \frac{dH_{i\bar{\lambda}}}{dx_i}$$

égales et de signes contraires, mais aussi deux valeurs de $H^{\mu\nu}$ égales et de signes contraires, de sorte qu'on obtient deux produits

$$H^{\mu\nu} \sum_i \frac{dH_{i\bar{\lambda}}}{dx_i}$$

égaux et de même signe. Donc, dans la somme effectuée par rapport à μ , chaque terme apparaît deux fois.

On peut donc écrire

$$X \equiv \sum_{\mu} \sum_{\nu} \sum_i H^{\mu\nu} \frac{dH_{i\bar{\lambda}}}{dx_i} \quad (30)$$

en sommant seulement pour les valeurs de μ telles que $\alpha\mu\nu\lambda$ forment une permutation *paire*.

Mais alors la permutation $\alpha\bar{\lambda}\mu\nu$ est paire, et ainsi μ n'est autre que $\bar{\alpha}$ et ν n'est autre que $\bar{\lambda}$. La sommation par rapport à ν est donc équivalente à la sommation par rapport à λ , et la somme par rapport à μ se réduit à un seul terme. Donc

$$X = \sum_{\lambda} \sum_i H^{\bar{\alpha}\bar{\lambda}} \frac{dH_{i\bar{\lambda}}}{dx_i}. \quad (31)$$

Changeant l'indice i en μ et λ en ν , et substituant dans (28), on trouve que la deuxième ligne de (27) devient

$$\sum_{\mu} \sum_{\nu} \left(\sqrt{-g} H^{\bar{\alpha}\bar{\nu}} \frac{dH_{\mu\bar{\nu}}}{dx_{\mu}} - H_{\alpha\nu} \frac{d(\sqrt{-g} H^{\mu\nu})}{dx_{\mu}} \right).$$

Donc (27) prend la forme

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{F}_{\alpha} &\equiv \mathfrak{F}A_{\alpha} + u_{\alpha} \sum_i \frac{d(\mathfrak{F}u^i)}{dx_i} \\ &+ \sum_i \sum_j \left(\sqrt{-g} H^{\bar{\alpha}\bar{j}} \frac{dH_{i\bar{j}}}{dx_i} - H_{\alpha j} \frac{d(\sqrt{-g} H^{ij})}{dx_i} \right) \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

La formule (32) correspond à (246), *Gravifique einsteinienne*, et à (309) de notre mémoire paru dans les *Archives de Teyler* (Haarlem, 1914-1917).

PHYSIQUE ET CHIMIE MATHÉMATIQUES. — **L'affinité et les vitesses réactionnelles des gaz parfaits et des vapeurs,**

par G. VAN LERBERGHE (*).

1. Dans cette note, nous donnons d'abord une relation entre les vitesses réactionnelles et l'affinité spécifique d'un mélange de *gaz parfaits*.

L'affinité spécifique d'un système quelconque a été définie d'une manière tout à fait générale, au moyen de la chaleur non compensée, par M. Th. De Donder (**).

En utilisant la théorie de M. De Donder, nous obtenons ensuite la valeur de l'affinité spécifique d'une *vapeur*, en tenant compte de la capillarité. Nous trouvons, en outre, que la relation entre l'affinité spécifique et les vitesses de réaction des *gaz parfaits* existe aussi pour les vapeurs.

a. *Affinité et vitesses de réaction des gaz parfaits.*

2. On sait que les équations de Guldberg et Waage peuvent s'écrire, pour une réaction chimique entre *gaz parfaits*,

$$\vec{v} = \vec{k} \prod p_{\gamma'}^{[v_{\gamma'}]} \quad \quad \quad \overleftarrow{v} = \overleftarrow{k} \prod p_{\gamma''}^{v_{\gamma''}}, \quad (1)$$

où

$\vec{v}$ représente la vitesse de réaction de gauche à droite;

$\overleftarrow{v}$ la vitesse de réaction de droite à gauche;

(*) Présenté par M. De Donder.

(**) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des Sciences], mai 1922. — Voir aussi *C. R. de l'Acad. des Sciences de Paris*, 1^{er} semestre, 1923, t. 180, p. 1334.

$p_{\gamma''}$ la pression partielle d'un constituant γ'' du membre de gauche de l'équation chimique, constituant dont le coefficient molaire, pris dans le second membre, est $\nu_{\gamma''}$ (nombre négatif);

$p_{\gamma'}$ la pression partielle d'un constituant γ' du membre de droite de l'équation chimique, constituant dont le coefficient molaire vaut $\nu_{\gamma'}$ (nombre positif);

$\vec{k}$ et $\overleftarrow{k}$ sont des fonctions de la température absolue T et de la pression p du système;

$\Pi p_{\gamma''}^{\nu_{\gamma''}}$ représente le produit des $p_{\gamma''}^{\nu_{\gamma''}}$ et $p_{\gamma'}^{\nu_{\gamma'}}$ a une signification analogue.

Si l'on divise les équations (1) membre à membre, on obtient

$$\frac{\vec{v}}{\overleftarrow{v}} = \frac{\vec{k}}{\overleftarrow{k}} \frac{1}{\Pi p_{\gamma'}^{\nu_{\gamma'}}}; \quad (2)$$

le produit Π se rapporte ici aux pressions partielles p_{γ} de tous les constituants, affectées d'exposants respectivement égaux aux coefficients molaires ν_{γ} de ces constituants.

On sait, d'autre part, que l'affinité chimique spécifique $\mathfrak{A}$ du système vaut

$$\mathfrak{A} = RT \log \frac{K(T)}{\Pi p_{\gamma'}^{\nu_{\gamma'}}}, \quad (3)$$

où R est la constante molaire des gaz parfaits et $K(T)$ une fonction connue de T . Or, on sait que les états où l'affinité spécifique est nulle sont des états d'équilibre du système ($\vec{v} = \overleftarrow{v}$); on a donc la relation

$$\frac{\vec{k}}{\overleftarrow{k}} = \Pi (p_{\gamma})_e^{\nu_{\gamma}} = K(T), \quad (4)$$

l'indice e rappelant que les p_{γ} sont pris à un état d'équilibre. La fonction $K(T)$ existe pour toute valeur de T ; l'équation (4) donne donc la valeur du rapport $\vec{k}/\overleftarrow{k}$ à toute température, que

le système soit dans un état d'équilibre ou non. Grâce à cette remarque, (2) devient

$$\frac{\vec{v}}{\overleftarrow{v}} = \frac{K(T)}{\prod p_Y^{v_Y}}, \quad (5)$$

ou encore, en introduisant α ,

$$\boxed{\frac{\vec{v}}{\overleftarrow{v}} = e^{\frac{\alpha}{RT}}}. \quad (6)$$

Telle est l'équation qui lie les vitesses réactionnelles et l'affinité chimique spécifique. Elle montre que si le système est en équilibre, on doit avoir nécessairement $\alpha = 0$; elle montre aussi que le rapport des vitesses $\vec{v}/\overleftarrow{v}$ croît en même temps que α/T .

b. Affinité d'une vapeur.

3. Nous considérerons la vapeur (humide) comme *un système à trois phases* : la phase vapeur, la phase liquide et la couche capillaire séparant les deux précédentes. Nous supposons ici, pour la simplicité, que les gouttelettes de liquide sont sphériques et toutes de même rayon r , que la température T est la même dans toute l'étendue du système, et nous ne tiendrons pas compte de la pesanteur. La pression p_v de la vapeur, son volume spécifique v_v , de même que la pression p_l et le volume spécifique v_l du liquide seront supposés uniformes. La couche capillaire aura un volume négligeable et σ désignera la surface totale de toutes les gouttelettes considérées.

Nous supposons enfin que sur la surface limitrophe du système s'exerce la pression p_v de la vapeur.

4. Le potentiel thermodynamique H d'un tel système a été calculé par P. Duhem (*), et vaut

$$H = m_l(u_l - Ts_l + p_lv_l) + m_v(u_v - Ts_v + p_vv_v) + \gamma\sigma. \quad (7)$$

Dans cette expression m_l , u_l et s_l sont respectivement la masse, l'énergie interne par unité de masse et l'entropie par unité de masse du liquide; m_v , u_v et s_v sont les grandeurs analogues pour la vapeur; γ est un coefficient superficiel, qui dépend uniquement de l'état des phases liquide et vapeur.

L'état du système est fonction de quatre variables : nous prendrons pour ces variables : T , p_l , p_v et le nombre de moles n_l du liquide. Ce nombre n_l est nul quand la vapeur est sursaturée sèche; dans le cas général, il s'identifie avec le degré d'avancement de la condensation. On constate aisément que toutes les quantités qui figurent dans (7) sont exprimables au moyen des variables T , p_l , p_v et n_l :

u_l , s_l et v_l sont fonctions de T et de p_l ;

u_v , s_v et v_v sont fonctions de T et de p_v ;

m_l est donné par

$$m_l = n_l \mathfrak{M}, \quad (8)$$

en représentant par $\mathfrak{M}$ la masse molaire du liquide;

m_v est égal à

$$m_v = (n - n_l) \mathfrak{M}, \quad (9)$$

en désignant par n le nombre total (constant) des moles du système;

enfin σ peut s'exprimer au moyen du nombre N_g de gouttelettes liquides et du rayon r de ces gouttelettes :

$$\sigma = 4\pi r^2 N_g; \quad (10)$$

(*) *Annales scient. de l'École norm. sup.* — Paris, 3^e série, 1885, t. II, p. 219.

de plus, r est une fonction de T_l , de p_l et de n_l , car le volume de la phase liquide est donné par l'équation

$$\frac{4}{3} \pi r^3 N_g = n_l \mathfrak{N} v_l. \quad (11)$$

5. *L'affinité spécifique* $\mathfrak{A}$ *du système* se calcule aisément quand le potentiel thermodynamique est connu : d'après la théorie de M. De Donder (*), on trouve que

$$\mathfrak{A} = - \left(\frac{\partial H}{\partial n_l} \right)_{T, p_l, p_v}, \quad (12)$$

les indices de la parenthèse indiquant les variables qui doivent être considérées comme des constantes pendant la dérivation.

Calculons la dérivée partielle (12). Remarquons que les formules (8) et (9) donnent

$$\frac{\partial m_l}{\partial n_l} = \mathfrak{N} \quad \text{et} \quad \frac{\partial m_v}{\partial n_l} = - \mathfrak{N}, \quad (13)$$

et des relations (10) et (11), on déduit que

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial n_l} \right)_{T, p_l, p_v} = \frac{2 v_l \mathfrak{N}}{r}. \quad (14)$$

On a donc finalement

$$\mathfrak{A} = - \mathfrak{N} (u_l - T s_l + p_v v_l) + \mathfrak{N} (u_v - T s_v + p_v v_v) - \frac{2 \gamma v_l \mathfrak{N}}{r}; \quad (15)$$

telle est la valeur de l'affinité spécifique du système.

6. Si nous assimilons la vapeur à un gaz parfait, on sait que, dans ce cas,

$$\mathfrak{N} (u_v - T s_v + p_v v_v) = RT [\log p_v + \varphi(T)], \quad (16)$$

(*) Loc. cit.

où R est la constante des gaz parfaits et $\varphi(T)$ une fonction connue de T qu'il nous sera inutile d'écrire explicitement. L'affinité spécifique du système prend alors la valeur

$$\mathfrak{A} = - \mathfrak{N}(u_l - Ts_l + p_v v_l) + RT[\log p_v + \varphi(T)] - \frac{2\gamma v_l \mathfrak{N}}{r}. \quad (17)$$

Pour simplifier cette formule, on peut comparer le système étudié à un autre de même température T , de même titre (par conséquent, de même n_l), mais dont l'affinité spécifique est nulle et dans lequel le rayon r peut tendre vers l'infini; ceci conduit à étudier un système ne comprenant qu'une seule goutte de liquide. A la limite ($r = \infty$), la pression du liquide et celle de la vapeur devront être égales, et nous représenterons leur valeur commune par p_1 .

L'équation (17) donne, dans ce cas particulier,

$$0 = - \mathfrak{N}(u_l - Ts_l + p_1 v_l)_1 + RT[\log p_1 + \varphi(T)]; \quad (18)$$

l'indice 1 qui affecte la parenthèse rappelle que dans u_l , s_l et v_l il faut faire $p_l = p_1$. L'équation (18) est une forme de la relation classique qui lie la pression et la température d'une vapeur saturée (phénomènes capillaires négligeables).

On peut supposer que $(u_l - Ts_l + p_1 v_l)_1$ est pratiquement égal à l'expression $(u_l - Ts_l + p_v v_l)$ qui figure dans (17), quand p_v n'est pas très différent de p_l . En soustrayant (18) de (17), nous obtenons alors, pour l'affinité spécifique de cette vapeur renfermant N_g gouttelettes,

$$\mathfrak{A} = RT \log \frac{p_v}{p_1} - \frac{2\gamma v_l \mathfrak{N}}{r}. \quad (19)$$

7. On obtient les états d'équilibre du système étudié en égalant $\mathfrak{A}$ à zéro. Nous retrouvons ainsi, grâce à (19), la formule de *Kelvin* :

$$\log \frac{(p_v)_e}{(p_1)_e} = \frac{2\gamma v_l \mathfrak{N}}{r RT}. \quad (20)$$

Les indices c qui figurent dans le premier membre rappellent qu'il s'agit d'états d'équilibre. On sait aussi que γ s'identifie avec la tension superficielle.

8. Nous pouvons encore obtenir une expression simplifiée de $\mathfrak{A}$ en comparant le système étudié à un autre de même température T , de même titre, de même pression p_l et dont le rayon r tendrait vers l'infini ($N_g = 1$). A la limite ($r = \infty$), les phénomènes capillaires seront négligeables, comme au paragraphe 6, et l'on aura $p_v = p_l$; mais l'affinité spécifique ne devra plus être égalée à zéro, car ici, p_l et T restent deux variables indépendantes. On a vu, en effet, que la condition supplémentaire $\mathfrak{A} = 0$ entraîne, entre p_l et T , la relation (18).

Désignons par $\mathfrak{A}_0$ la valeur de $\mathfrak{A}$ de ce système dépourvu de capillarité; la formule (17) nous donnera

$$\mathfrak{A}_0 = - \mathfrak{N}(u_l - Ts_l + p_lv_l) + RT [\log p_l + \varphi(T)] . \quad (21)$$

Telle est l'affinité spécifique d'une vapeur en présence de son liquide, et non en équilibre (phénomènes capillaires négligeables).

Soustrayons (21) de (17); nous obtenons

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}_0 + RT \log \frac{p_v}{p_l} - \frac{2\gamma v_l \mathfrak{N}}{r} . \quad (22)$$

Cette affinité spécifique peut donc se décomposer en trois parties : la première est l'affinité spécifique que le système posséderait à la même température et sous la pression p_l si la capillarité était négligeable; la deuxième est due à la différence de pression entre le liquide et la vapeur; ce terme rappelle l'expression $RT \log p_v^\gamma$ dans l'affinité spécifique des gaz parfaits (3); enfin, la troisième partie de $\mathfrak{A}$ dépend surtout du coefficient superficiel γ et du rayon r des gouttelettes liquides.

L'équation (22) montre, en outre, que les phénomènes capillaires font que l'affinité spécifique $\mathfrak{A}$ relative à la condensation est plus petite que $\mathfrak{A}_0$.

9. Vitesses d'évaporation et de condensation. — Admettons que les vitesses de condensation $\vec{v}$ et de vaporisation $\bar{v}$ soient respectivement données par les équations

$$\vec{v} = \vec{k} p_v, \quad \bar{v} = \bar{k} p_l. \quad (23)$$

Par le même raisonnement qu'au paragraphe 2, nous obtiendrons l'équation suivante :

$$\boxed{\frac{\vec{v}}{\bar{v}} = e^{\frac{\mathfrak{A}}{RT}}} \quad (24)$$

qui est toute semblable à la relation (6) démontrée pour les gaz parfaits. Les vitesses d'évaporation et de condensation sont ainsi *directement liées à l'affinité spécifique de la vapeur en présence de son liquide*.

On remarquera que la première des équations (23) est équivalente à celle qu'on trouve par la théorie cinétique des gaz (*).

Notons, enfin, que les phénomènes qui accompagnent l'ébullition pourraient être traités de la même manière, et donneraient lieu à des conséquences toutes semblables.

(*) Cf. KNUDSEN, *Ann. d. Physik*, 47, 1915, p. 697, et LANGMUIR, *Phys. Rev.*, 8, 1916, p. 149.

AÉRODYNAMIQUE. — Sur le problème de l'Ornithoptère,

par M. BOEL (1).

De l'étude des documents réunis par E.-J. Marey (2), de l'examen d'un film ralenti tourné par P. Noguès, chef du Laboratoire à l'Institut Marey, et d'observations personnelles nombreuses (3) il résulte que, parmi les phénomènes divers accompagnant le vol ramé, il en est deux qui paraissent essentiels :

a) Celui qui se traduit, lorsqu'on la ramène au point fixe, par une trajectoire en forme de courbe formée à l'extrémité de l'aile et

b) Celui qui donne une allure sinueuse à la trajectoire du centre de gravité de l'oiseau.

Il est assez facile d'établir qu'entre ces phénomènes il existe une relation de cause à effet.

La trajectoire du bout de l'aile, observée et décrite par Marey, résulte, en effet, de la combinaison des deux mouvements que l'oiseau imprime à ses ailes : battement dans un plan à peu près perpendiculaire à son axe longitudinal et glissement alternatif des ailes, d'avant en arrière, dans leur plan.

Il est certain que ces mouvements entraînent des déplacements du centre de gravité de l'oiseau dans le sens des ailes, mais étant donné que le poids de celles-ci ne représente en moyenne que la septième ou la dixième partie du poids total, ces

(1) Présenté par M. Th. De Donder.

(2) Voir : E.-J. MAREY, *Le Vol des Oiseaux*, pp. 111 à 114 et 148 à 166. — G. Masson, Paris, 1890; et le *Traité de Physique biologique*, par D'ARSONVAL, CHAUVEAU, GARIEL et MAREY, pp. 272 à 287. — G. Masson et Cie, Paris, 1901.

(3) Voir : M. BOEL, *Le Mécanisme du Vol naturel*, dans le BULLETIN DU LABORATOIRE AÉROTECHNIQUE DE BELGIQUE, mai 1922.

déplacements sont peu importants, même pratiquement négligeables. Dès lors, le double mouvement, par exemple, d'un point du bord avant de l'aile, peut être ramené, au moins qualitativement, au centre de gravité considéré comme repère fixe, et les effets, notamment, du seul déplacement longitudinal des ailes, sur le vol, deviennent faciles à imaginer.

En effet, substituons à l'oiseau vivant un appareil identique, mais dont les ailes ne pourraient que glisser d'avant en arrière et d'arrière en avant, ce qui, au point de vue de la stabilité longitudinale, revient d'ailleurs à déplacer le centre de gravité en sens opposés. Or, dans un planeur stable, — et il n'y a pas de raison de croire que l'oiseau n'est pas un planeur stable, au contraire, — un recul du centre de gravité, en vol, entraîne nécessairement un accroissement de l'angle d'attaque, de même qu'une réduction d'incidence peut être provoquée par un déplacement du centre de gravité vers le bord avant de l'aile.

Sur les courbes de Marey et le film de M. P. Noguès, on voit très bien que les diverses phases du battement se distribuent de manière que la descente de l'aile, portée en avant et par conséquent soumise à un grand angle d'attaque, coïncide avec l'ascension du corps de l'oiseau et que l'aile qui se relève, portée en arrière, donc avec l'angle d'attaque réduit, accompagne le fléchissement de la trajectoire du centre de gravité. Constater que l'oiseau monte et descend périodiquement par rapport à une trajectoire moyenne horizontale revient à établir que l'intensité de la résistance de l'air en vol croît et décroît suivant le même rythme, ces variations étant très vraisemblablement liées aux changements de l'incidence et ayant le même sens que ceux-ci. Or, on sait que, toutes circonstances égales et dans certaines limites, la résistance de l'air grandit et diminue avec l'angle d'attaque, d'une manière assez irrégulière d'ailleurs et qui doit être déterminée expérimentalement dans chaque cas, faute de pouvoir être exprimée par une loi.

Dans ces conditions, on peut se représenter le vol ramé

comme une succession de petites ascensions provoquées par l'abaissement des ailes déployées vers l'avant, suivies de descentes en vol plané, l'oiseau sacrifiant, à chaque remontée de ses ailes, tout ou partie de la hauteur conquise au temps actif précédent. Dans le premier cas, la trajectoire moyenne est horizontale, dans le second cas elle est ascendante.

Autrement dit : *l'oiseau progresse comme avancerait un planeur qui serait soulevé à une certaine hauteur, lâché en vol plané, relevé à nouveau, et ainsi de suite.*

Ceci admis, on peut imaginer un ornithoptère essentiellement constitué par des ailes animées, comme il vient d'être décrit, d'un double mouvement alternatif d'oscillation autour d'un axe et de glissement le long de cet axe. En supposant qu'on parvienne à satisfaire à un certain nombre de conditions portant sur la puissance motrice nécessaire, le poids maximum admissible et la finesse de l'appareil, celui-ci pourrait reproduire mécaniquement le vol ramé de l'oiseau, sans toutefois pouvoir assurer lui-même son essor. Il devrait être lancé comme un planeur.

Dans le même ordre d'idées, on peut concevoir un deuxième ornithoptère, dérivé du premier, dont les ailes seraient également mues, par rapport au fuselage, d'un double mouvement alternatif de haut en bas et d'avant en arrière, non plus par oscillation autour d'une articulation, mais en restant constamment parallèles à elles-mêmes. Leur déplacement longitudinal pourrait même être remplacé par des manœuvres coordonnées du gouvernail de profondeur, celles-ci étant tout aussi capables de provoquer les variations nécessaires de l'incidence.

Ainsi, le battement d'ailes naturel, relativement complexe, pourrait être réduit à des manœuvres du gouvernail de profondeur et à un déplacement alternatif des ailes, par rapport au fuselage, dans un plan perpendiculaire à l'axe longitudinal de celui-ci ou, ce qui revient encore au même, à un déplacement semblable du fuselage par rapport aux ailes. A ce mouvement,

qui ne peut avoir d'effet que pour autant qu'il déplace en hauteur le centre de gravité de l'ensemble, relativement au plan des ailes, pourrait être finalement substitué dans un planeur ordinaire, à ailes fixes, un déplacement périodique à l'intérieur du fuselage, dans le sens et suivant le rythme convenables, de masses relativement importantes dont les mouvements provoqueraient nécessairement des changements de position du centre de gravité.

On pourrait donc arriver, dans une atmosphère parfaitement calme, c'est-à-dire en l'absence de toute circonstance favorable au « vol à voile », à assurer la translation, peut-être même l'ascension d'un planeur suffisamment léger et fin, dont le pilote aurait à fournir un certain travail musculaire, par flexions rythmées des jambes, et à condition que soient conjugués les mouvements du pilote et des oscillations du gouvernail de profondeur, telles que l'appareil plane sous un certain angle lorsque le pilote s'assied, et sous un angle plus grand lorsque le pilote se redresse.

Dans un tel appareil, la hauteur perdue dans un certain temps étant fonction de la vitesse et de la finesse, la puissance nécessaire au vol horizontal varie avec la vitesse et la finesse et, pour une vitesse et une finesse déterminées, elle varie comme le poids.

Par exemple, on peut fabriquer assez facilement un planeur pesant, tout monté 180 kilogrammes, et qui, dans les conditions les plus favorables, ne perdrait de hauteur que 0^m66 par seconde.

Pour le maintenir en vol horizontal, il importerait donc de lui fournir, toutes les secondes, au moins un travail de $180 \times 0.66 = 119$ kilogrammètres.

Il en résulte qu'il ne semble pas qu'on puisse espérer, avec les moyens actuellement à notre disposition et en ne recourant qu'à la seule intervention de la puissance musculaire de l'homme, réaliser le vol horizontal. Toutefois, avec un appareil piloté suivant le procédé exposé ci-dessus, il doit être possible de

réduire considérablement l'angle compris entre la trajectoire de l'appareil et l'horizon (angle de descente). La comparaison de cet angle nouveau et de l'angle de planement proprement dit livrerait certainement des renseignements précieux sur les conditions de vol de l'appareil.

Enfin, comme le progrès en aérotechnique ne cesse, toutes autres conditions égales, d'améliorer la finesse des avions et de réduire leur poids, ce qui revient à diminuer la puissance utile, on peut espérer réaliser un jour une trajectoire moyenne horizontale, ou même montante.

C'est là une conséquence curieuse de l'étude du vol naturel et qui, sous l'aspect du *planeur-ornithoptère* proposé, est susceptible de vérifier la théorie du « vol à tire d'ailes » telle que je la propose dans la présente note.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

- Archimède*. Oeuvres complètes, traduites du grec en français avec une introduction et des notes, par Paul Ver Eecke. Paris-Bruxelles, 1921; gr. in-8° (542 p., fig.). [29.052]
- Baeschlin (F.)*. Compensation simplifiée d'une station observée d'après la « Méthode des secteurs ». Winterthur, 1925; extr. in-8° (27 p.). [30.176]
- Braecke (Marie)*. Sur la présence d'Aucubine et de Mannite dans les tiges foliées de *Rhinanthus Crista-Galli* L. Paris, 1923; extr. in-8° (5 p.). [30.174.]
- Sur la présence d'un glucoside dédoublable par l'émulsine dans les genres *Veronica*, *Euphrasia* odontites, *Bartsia* et *Pentstemon*. Paris, 1924; extr. in-8° (7 p.). [30.173]
- Variations dans la composition du *Rhinanthus Crista-Galli* L., du *Melampyrum arvense* L. et du *Melampyrum pratense* L. au cours de la végétation d'une année. Paris, 1924; extr. in-8° (12 p.). [30.171]
- Bridel (Marc)* et *Braecke (Marie)*. Sur la présence d'Aucubine et de Saccharose dans les graines de *Rhinanthus Crista-Galli* L. Paris, 1923; extr. in-8° (13 p.). [30.172]

- Dalcq (Albert)*. Recherches expérimentales et cytologiques sur la maturation et l'activation de l'œuf d'*Asterias glacialis*. Liège, 1924; extr. in-8° (pp. 507-674, pl.). [31.077]
- Davenport (Charles-B.)*. Notes on physical anthropology of australians aborigenes and Black-White Hybrids. Washington, 1925; gr. in-8° (95 p.). [30.175]
- De Donder (Th.)*. Affinité. Paris, 1925; extr. in-4° (pp. 1334-1338). [30.197]
- Gilson (G.)*. Théorie coloniale des organismes multicellulaires. Louvain, 1924; extr. in-4° (pp. 89-110). [30.547]
- Janet (Ch.)*. Le Volvox (3^e mémoire). Ontogénèse de la blastea volvo-céenne (1^{re} partie). Macon, 1923; in-8° (179 p., pl.). [31.107]
- Revendications. Limoges, 1923; in-8° (13 p., pl.). [30.194]
- Leplae (Edm.)*. Les grands animaux de chasse du Congo belge. Bruxelles, 1925; in-8° (125 p., pl.). [31.070]
- Luyten (Willem J.)*. Notes on stellar Statistics, II : The mathematical expressions of the Law of Tangential velocities. Washington, 1925; extr. in-8° (pp. 87-90). [30.186]
- Notes on stellar Statistics, III ! on the calculation of a mean absolute magnitude from apparent magnitudes angular proper motions and linear radial velocities. Washington, 1925; extr. in-8° (pp. 130-133). [30.185]
- Notes on stellar Statistics, IV : on the relation between the mean values of the and components of propes motion. Washington, 1925; extr. in-8° (pp. 189-192). [30.183]
- Mascart (Jean)*. Sur les applications des propriétés de la symétrie. Paris, 1923; extr. in-8° (4 p.). [30.195]
- Sur la masse de l'atmosphère. Paris, 1925; extr. in-8° (6 p.). [30.196]
- Payne (Ceulia H.)*. Astrophysical Data Bearing on the relative abundance of the clements. Washington, 1925; extr. in-8° (pp. 192-198). [30.182]
- Rieger (Dr Karl)*. Die Entstehung der belgisch-französischen Grenze. Vienne, 1924; extr. in-8° (7 p., carte). [30.177]
- Wilson (E. B.) et Luyten (J.)*. The frenquency distribution on apposent magnitude of the non-magellanic 0, type stars. Washington, 1925; extr. in-8° (pp. 133-137). [30.184]
- Zoelly (H.)*. La « méthode des secteurs » en Triangulation. Winterthur, 1925; extr. in-8° (12 p., fig.). [30.176]

Séance du samedi 4 juillet 1925.

M. Charles Lagrange, *doyen d'ancienneté*.

Sont présents : MM. J. Deruyts, Léon Fredericq, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max Lohest, A. Rutot, comte A. de Hemptinne, Victor Willem, P. Stroobant, Ch. Julin, É. Marchal, J. Cornet, P. Nolf, J. Bordet, Edm. van Aubel, *membres* ; Th. De Donder, *correspondant* ; G. Chavanne, *associé*, et le *Secrétaire perpétuel*.

Absences motivées : MM. Swarts, *directeur* ; Massart, Gravis, Lecointe, Crismer, *membres* ; Fourmarier et Dony, *correspondants*.

CORRESPONDANCE.

M. C.-D. Walcott remercie l'Académie de l'avoir élu associé.

M. V. Lathouwers remercie l'Académie de lui avoir accordé une subvention de la Fondation De Potter.

L'Association électrotechnique italienne demande à l'Académie de s'associer à l'hommage à rendre, le 28 juin 1925, à la mémoire de Galileo Ferraris, créateur du champ tournant.

La Station océanographique de Salammbo (Tunisie) demande à échanger ses *Notes et Mémoires* avec les publications de l'Académie.

HOMMAGES D'OUVRAGES.

Chromosomes, Endocrines and Heredity, par Ch. Davenport.

Minéralogie du Congo belge, par H. Buttgenbach.

Le Métabolisme de base. Physiologie, Pathologie, par E. Terroine et Edg. Zunz.

Les Lycopodées de Québec et leurs formes mineures, par le Frère Marie-Victorin.

L'Étude de notre Préhistoire, par Eug. van Overloop.

La Faille des Herbières et dix autres brochures, par J. Cornet.

— Remerciements.

RAPPORTS.

Rapport sur un Mémoire de M. Pauwen : *Nivellement de haute précision d'une partie de l'Ourthe supérieure et étude de son creusement.*

Rapport de M. Dehalu.

J'ai l'honneur de proposer à l'Académie l'insertion dans les *Mémoires in-4°* du travail intitulé : *Nivellement de haute précision d'une partie de l'Ourthe supérieure et étude de son creusement*, par M. L. Pauwen, docteur en sciences physiques et mathématiques, chef de travaux et répétiteur à l'Université de Liège.

Le Mémoire comporte trois parties. Dans la première l'auteur étudie en détail la précision des instruments et des méthodes qu'il a mis en œuvre dans le nivellement de précision ; dans la deuxième il expose les opérations qui l'on conduit à l'établissement du profil en long de la rivière ; enfin, dans la troisième, il discute les résultats obtenus et établit l'existence d'une loi de creusement dans les méandres de la rivière.

Ce travail, le plus important de l'espèce qui ait vu le jour dans notre pays depuis la publication du *Nivellement général du Royaume de Belgique*, sera lu avec intérêt par tous ceux qui se préoccupent de la nécessité de réfectionner sur des bases nouvelles le nivellement de la Belgique. Ils y trouveront des indications précieuses sur les nouveaux instruments et les méthodes qui ont permis à l'auteur de dépasser la précision des nivellements français et américain.

Non moins intéressante est son étude du profil de l'Ourthe supérieure, que la sécheresse de l'été 1921 lui permit de faire d'une manière très détaillée.

Examinant plus spécialement le profil de la rivière dans les méandres, il énonce les lois qui régissent le creusement de la rivière dans les courbes. Ce creusement est fonction de la vitesse variable du courant d'eau et son action se traduit par une accen-

tuation bien marquée du profil général. L'auteur est ainsi conduit à l'énoncé de deux lois qui complètent très heureusement nos connaissances sur le mode de formation des thalwegs des rivières.

La Classe, se ralliant aux conclusions du rapporteur, décide l'impression de ce travail dans les *Mémoires* in-4°.

Recherches sur le mouvement d'étoiles voisines du Soleil,
par P. BOURGEOIS.

Rapport de M. Stroobant.

M. Bourgeois s'est attaché à l'étude du mouvement dans l'espace d'étoiles relativement proches de nous; les astres considérés, au nombre de 200, sont situés dans une sphère de 50 parsecs de rayon et répartis à peu près également dans les deux hémisphères. Afin d'obtenir le déplacement de ces étoiles, l'auteur a fait usage des éléments du mouvement du Soleil dans l'espace, résultant des travaux de Campbell. Pour les parallaxes, les mouvements propres et les vitesses radiales des étoiles, M. Bourgeois a puisé aux meilleures sources.

L'objet de cette étude, que j'avais proposé à l'auteur, était de rechercher si les étoiles relativement proches du Soleil ne présentaient pas dans leur mouvement quelques caractères particuliers les distinguant de l'ensemble des étoiles. Cette étude n'a pas montré de différence ayant quelque netteté, mais a conduit l'auteur à une série de résultats intéressants relativement aux vitesses des 200 étoiles considérées, à leur magnitude absolue et à la position de l'apex solaire.

M. Bourgeois a trouvé notamment que trois étoiles qui semblent appartenir au courant de la Grande Ourse n'avaient pas été signalées, jusqu'à présent, comme présentant cette particularité, et il en indique trois autres comme ayant un mouvement sensiblement parallèle et égal à celui du Soleil.

Je propose l'impression du travail de M. Bourgeois et des figures qui accompagnent le texte, dans les *Mémoires* in-4° de l'Académie. — Adopté.

Prix Agathon De Potter (Physique).

(2^e Période : 1922-1924).

Rapport du jury (1).

Parmi les travaux de physique générale publiés pendant la période 1922-1924, le jury a retenu ceux de MM. J. TIMMERMANS et J. ERRERA.

Le premier a fait une étude approfondie de la solubilité mutuelle des liquides sous des pressions variables. Depuis 1909, il a publié plusieurs travaux sur ce sujet; il les a complétés en 1922 par de nouvelles recherches (2). Dans le *Journal de Chimie Physique* (3), il a fait un exposé condensé de la question et envisagé divers cas en relation avec les travaux théoriques de Vander Waals.

Les mémoires de M. Timmermans représentent une grande somme de travail; ils ont beaucoup contribué au progrès de nos connaissances relatives à l'étude de la solubilité mutuelle des liquides.

L'activité de M. Timmermans s'est encore étendue à d'autres domaines, notamment à l'étude de la densité des liquides au-dessous de zéro degré; ses recherches l'ont conduit à des résultats intéressants (4) qu'il a complétés en 1923.

Ce physicien a pris aussi une part importante à la détermination de repères pour les basses températures, travail appelé à

(1) Celui-ci était composé de MM. le comte A. de Hemptinne, van Aubel et De Donder.

(2) *Arch. Néerl. Sciences exactes et natur.* Série III A, t. IV, p. 147, 1922.

(3) *Journal Chimie Physique*, t. XX, pp. 491-507, 1922.

(4) *Nouvelles recherches expérimentales sur la densité des liquides au-dessous de 0°.* (BULL. SOC. CHIM. BELGE, t. XXXII, p. 299, 1923.)

rendre de grands services aux chercheurs. L'ensemble des travaux dans ce domaine a été exposé dans son rapport ⁽¹⁾ présenté au IV^e Congrès du Froid, tenu à Londres en juin 1924.

Enfin, le monde scientifique doit savoir gré à M. Timmermans de l'activité avec laquelle il s'occupe de la détermination des étalons physico-chimiques.

Le jury pense que cet exposé des mérites d'un travailleur infatigable suffit à justifier la proposition d'accorder à M. Timmermans les deux tiers du prix De Potter.

M. J. Errera a étudié le pouvoir inducteur spécifique des solutions colloïdales. En général, celui-ci diffère peu de celui du solvant. M. Errera a découvert que les solutions d'anhydride vanadique ⁽²⁾ font exception à cette règle et a fait une étude étendue de ce phénomène, dont il a cherché à expliquer le mécanisme. Il a aussi trouvé des relations entre le pouvoir coagulant ⁽³⁾ des substances et la grandeur relative de leur pouvoir inducteur spécifique (*p. i. s.*) comparé à celui du solvant.

L'étude de la dispersion des ondes hertziennes ⁽⁴⁾ dans les solides à différentes températures et au voisinage du point de fusion a conduit ce physicien à constater que le *p.i.s.* croît avec la longueur d'onde et que cet accroissement devient faible aux basses températures. La solidification entraîne une variation brusque du *p.i.s.* pour les courtes longueurs d'onde; pour les grandes longueurs d'onde, M. Errera montre la continuité du *p.i.s.* entre l'état liquide et l'état solide.

Ces résultats expérimentaux ont permis à M. Errera de pénétrer le mécanisme du mouvement des bi pôles et des électrons

(1) *Reports and Communications presented by the president of the First International Commission of the International Institute of Refrigeration*; London, June, 1924.

(2) *Journal de Physique*, t. III, p. 440, 1922 et t. IV, p. 225, 1923.

(3) *Kolloid-Zeitschrift*, t. XXXII, p. 240, 1923.

(4) *Journal de Physique*, t. V, p. 304, 1924 et *C. R. Acad. Paris*, t. CLXXIX, p. 155, 1924.

dans la molécule et d'interpréter leur rôle dans la grandeur du p.i.s.

On doit encore à M. Errera des études sur les spectres d'émission de solutions ⁽¹⁾ et sur la sensibilité du bitume de Judée ⁽²⁾ à la lumière.

Le jury estime que vu l'activité scientifique dont M. Errera a fait preuve pendant la période triennale 1922-1924 et spécialement pour les résultats intéressants de ses recherches relatives au p.i.s., il y a lieu de lui attribuer le tiers du prix De Potter.

La Classe, se ralliant aux conclusions du jury, accorde un prix de 2,000 francs à M. Jean Timmermans et un prix de 1,000 francs à M. Jacques Errera.

TRAVAUX A L'EXAMEN.

Démonstration du dernier théorème de Fermat, par E. Barrette. — Renvoi à M. Ch.-J. de la Vallée Poussin.

Influence de la température sur la tension superficielle des liquides, par F. De Block; présenté, avec rapport favorable, par E. van Aubel. — Impression dans le *Bulletin*.

Contribution à l'étude de la réaction des composés organomagnésiens sur les nitriles. — *Les nitriles et amines*, par M. Velghe; présenté, avec rapport favorable, par M. P. Bruylants. — Impression dans le *Bulletin*.

La chronaxie du cœur isolé de la tortue, irrigué par les liquides de Ringer de pH différents, par H. Fredericq; présenté, avec rapport favorable, par M. J. Bordet. — Impression dans le *Bulletin*.

(1) *Supports colloïdaux pour l'obtention de spectres d'émission de solutions*. (C. R. ACAD. PARIS, t. CLXXVI, p. 4874, 1923.)

(2) *The sensitiveness to light of Asphalt as a function of its degree of dispersion*. TRANS. FAR. SOC. 29. p. 314, 1923).

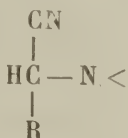
COMMUNICATIONS ET LECTURES.

CHIMIE. — Contribution à l'étude de la réaction des composés organo-magnésiens sur les nitriles.

par P. BRUYLANTS.

Correspondant de l'Académie.

J'ai décrit précédemment (*) les produits de la réaction des composés organo-magnésiens aliphatiques et aryliques sur les nitriles α aminés tertiaires du type



dérivés d'aldéhydes de la série grasse.

Un de mes élèves, M. Christiaen (**), a étudié la même réaction sur divers nitriles α aminés secondaires et tertiaires obtenus aux dépens de l'aldéhyde benzoïque.

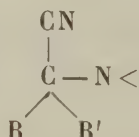
Toutes ces réactions s'effectuent suivant le même schéma : le groupement nitrilique est éliminé et substitué par le radical alkylé ou arylé du magnésien ; parfois on obtient comme produit d'une réaction secondaire une diamine α résultant de l'union de deux molécules par élimination des deux groupes nitriliques.

Pour vérifier si cette réaction est absolument générale, il

(*) *Bull. Acad. roy. de Belg.*, 1924, p. 124.

(**) *Bull. Soc. chim. de Belg.*, 33, 483, 1924.

fallait encore examiner au même point de vue des nitriles aminés du type

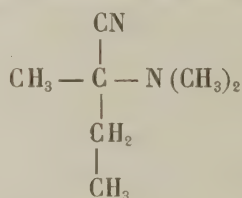


que l'on obtient aisément aux dépens des cétones et des nitriles α aminés dérivés d'aldéhydes ou de cétones non saturées.

Un de mes élèves a étudié les dérivés de l'acétone ordinaire; les résultats de cette étude seront publiés bientôt; j'ai examiné les dérivés de la méthyl-éthyl-cétone et ceux de l'acroléine et de l'aldéhyde crotonique.

Ce sont tous des nitriles α aminés tertiaires obtenus, soit avec la diméthylamine, soit avec la pipéridine.

A. — LE NITRILE α MÉTHYL- α DIMÉTHYLAMINO-BUTYRIQUE



Ce nitrile a été décrit par L. Henry (*), qui l'a obtenu aux dépens de la cyanhydrine, de la méthyl-éthyl-cétone et de la diméthylamine.

Ce corps se prépare aisément et avec de très bons rendements, en ajoutant le cyanure de potassium en solution saturée à la solution de chlorhydrate de diméthylamine et d'acétone méthyl-éthylque. On emploie des quantités équimoléculaires des trois réactifs. On doit agiter énergiquement : c'est là la condition essentielle d'un bon rendement. Il se produit un échauffement

(*) *Bull. Acad. roy. de Belg.*, 36, 244, 1898.

notable. On décante la couche surnageante, extrait à l'éther et distille sous pression réduite.

Ce nitrile aminé bout à 76°-77° sous 15 millimètres et se conserve longtemps sans altération.

1. Action du bromure de phényl-magnésium.

J'ai opéré avec $\frac{1}{2}$ molécule-gramme de magnésien pour $\frac{1}{4}$ de molécule de nitrile. La réaction est conduite à la façon habituelle. L'addition du nitrile terminée, il y a séparation en deux couches; la couche inférieure, visqueuse, renferme le bromo-cyanure de magnésium. Durant la décomposition par l'eau on perçoit nettement l'odeur d'acide cyanhydrique. On alcalinise fortement et extrait à l'éther.

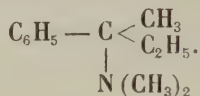
L'extrait éthéré distillé à l'air libre donne d'abord du benzène, provenant du magnésien en excès, puis le thermomètre monte rapidement, et de 160° à 200° passent quelques gouttes d'un produit basique soluble dans HCl qui n'a pas pu être identifié (voir plus loin), et enfin de 220° à 240° distille la presque totalité du produit, mais sans aucun point fixe.

Plusieurs fractionnements ne permettant ni d'obtenir un point d'ébullition fixe ni une séparation nette, tout le produit est traité par HCl concentré qui le dissout pour sa plus grande partie; on élimine une faible couche surnageante, qui ne tarde pas à cristalliser; c'est du diphenyle fusible à 71°. Quoique son point d'ébullition soit de 20° environ plus élevé, on ne parvient donc pas à le séparer du produit basique. Celui-ci est mis en liberté de son chlorhydrate par addition de soude caustique, puis distillé. Il bout alors à 234-235° sous 776 millimètres.

Le dosage d'azote donne le résultat suivant :

S.	V.	H.	t.	N %.
—	—	—	—	—
0,1791	11,8 cc.	761.2	49°2	7.7

Ce produit est donc le méthyl-éthyl-phényl-diméthylamino-méthane :



$$\text{D}_{20}^{20} = 0.9275.$$

$$\text{N}_{\text{D}20} = 1.5097.$$

$$\text{RM}_{\text{D}} = 57.05.$$

La valeur calculée est 57.95.

C'est une base forte; son chlorhydrate est très soluble dans l'eau, même hygroscopique; il n'est pas sensiblement hydrolysé.

Son picrate, cristallisé de l'eau bouillante, se présente sous forme de fines aiguilles fusibles à 178°.

2. — Action du chlorure de benzyl-magnésium.

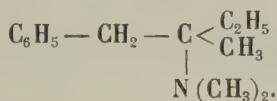
La réaction est effectuée dans les mêmes conditions que la précédente, avec excès de magnésien.

Il n'y a pas séparation nette en deux couches; cependant la décomposition par l'eau fournit également de l'acide cyanhydrique. Le traitement habituel est continué et l'extrait éthéré distillé sous la pression ordinaire. On isole le toluène provenant de l'excès du réactif magnésien; entre 160° et 200° on recueille de nouveau quelques gouttes d'un produit basique, et la presque totalité du produit passe de 240° à 260°, sans marquer aucun point fixe, comme dans le cas précédent.

Le traitement par un excès d'acide chlorhydrique permet de séparer un produit insoluble qui cristallise facilement et fond à 52°; c'est du dibenzyle; on en a recueilli environ 4 gr. 5 pour une demi-molécule de magnésien.

Le produit basique remis en liberté distille ensuite à point fixe à 258° sous 771 millimètres. Ici également la séparation du dibenzyle n'a pu être réalisée par fractionnement, quoique la différence des points d'ébullition soit de plus de 20°.

Ce produit est l'homologue du précédent; c'est le méthyl-éthyl-benzyl-diméthylamino-méthane :



$$\text{D}_{20}^{20} = 0.9265,$$

$$\text{N}_{\text{D}_{20}} = 1.5152.$$

$$\text{RM}_{\text{D}} = 62.18.$$

La valeur calculée est 62.46.

C'est aussi une base forte; son chlorhydrate est très soluble dans l'eau et hygroscopique; on l'obtient le mieux par précipitation au sein de l'éther anhydre par HCl sec.

Son chloroplatinate est très peu soluble dans l'eau à la température ordinaire; recristallisé dans l'eau bouillante, il se présente sous forme de petits cristaux orangés fusibles à 194-195°, sans charbonner, mais le liquide prend une couleur rouge sang et la fusion s'accompagne de dégagement gazeux.

L'analyse de ce produit donne un résultat concordant :

<u>S.</u>	<u>Pt</u>	<u>Pt %</u>	<u>Pt % calculé.</u>
0,2487	0,0608	24.4	24.6

3. — Action du bromure d'éthyl-magnésium.

La réaction, conduite comme les précédentes, s'accompagne d'un dégagement gazeux de 1'8 environ pour un quart de molécule de nitrile. Ceci indique déjà que la réaction se fait, en partie du moins, suivant le schéma précédemment observé avec le nitrile α pipérido-propionique (*).

Après quelques rectifications de l'extrait étheré, on isole deux produits, l'un éb. 146°, l'autre, en très minime quantité, à 171-175° sous 769 millimètres.

Pour obtenir le premier à l'état de pureté, il est indispen-

(*) Bull. Acad. roy. de Belg., 1924, p. 129.

sable de le transformer en chlorhydrate, car il retient, même après plusieurs distillations, de l'acide cyanhydrique.

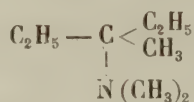
Cette base, quoique relativement peu soluble dans l'eau, peut être titrée assez exactement; le virage est assez net avec le méthyl-orange.

On a, par exemple,

S.	H ₂ SO ₄ N ₁₀ .	M	M calculé.
0,1800	13,4 cc.	134	129
0,1568	12,0 cc.	130,6	129

Le poids moléculaire calculé à partir de la densité de vapeur (méthode Meyer) est 124.

Ce produit est donc le méthyl-diéthyl-diméthylamino-méthane :



$$D_{20}^4 = 0.7830,$$

$$N_{D20} = 1.4306.$$

$$RM_D = 42.6.$$

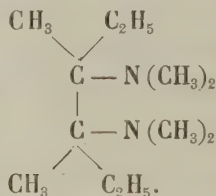
La valeur calculée est 42.97.

Son chloroplatinate charbonne avant fusion; celle-ci commence vers 210°.

Analyse :

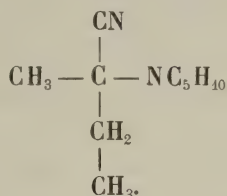
S.	Pt	Pt %	Pt % calculé.
0,3540	0,1011	28.6	29.2
0,3049	0,0880	28.9	29.2

Le produit supérieur formé en minime quantité dans cette réaction n'a pu être étudié. Par analogie avec des réactions du même genre et en se basant également sur le dégagement gazeux observé, on pourrait admettre que c'est la diamine :



C'est, d'ailleurs, vraisemblablement la même base qui s'est formée, en quantité plus minime encore, dans l'action des magnésiens phénylique et benzylique et qui constituait les quelques gouttes de produit basique distillant de 160° à 200°.

B. — LE NITRILE α MÉTHYL- α PIPÉRIDO-BUTYRIQUE.



Préparation. — Ce nitrile peut s'obtenir, comme le précédent, en traitant le mélange d'acétone et de chlorhydrate de pipéridine en solution par la quantité équimoléculaire de KCN en solution concentrée. Il y a échauffement, mais, malgré l'agitation vive de la masse, le rendement est médiocre et ne dépasse pas 60 % de la théorie.

On peut l'obtenir avec un rendement presque quantitatif aux dépens de la cyanhydrine, qu'on traite par la quantité équimoléculaire de pipéridine. Il y a d'abord miscibilité complète; au bout de vingt-quatre heures environ, la solution se trouble et il se dépose de l'eau; au bout d'une semaine environ, la réaction est terminée et le volume presque théorique d'eau s'est séparé.

Ce nitrile aminé bout à 110°-111° sous 15 millimètres.

Dosage d'azote :

S.	V.	H.	t.	N %	N % calculé.
—	—	—	—	—	—
0,1631	24,4	752	17,5	17,0	16,9
D ₂₀ ⁴ = 0,9287,		N _{D20} = 1,4655.			
RM _D = 49,55.		La valeur calculée est 49,50.			

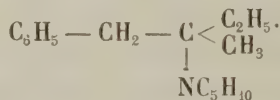
1. — *Action du chlorure de benzyl-magnésium.*

On a opéré sur un quart de molécule de nitrile et un demi-molécule de magnésien. L'extrait est d'abord distillé à la pression atmosphérique jusqu'à 150° : il passe principalement du toluène provenant de l'excès de magnésien. La distillation continuée sous pression réduite fournit un produit qui distille fixe à 159° sous 9 mm. Malgré cette fixité de température d'ébullition, il n'est pas pur ; un dosage d'azote y indique un déficit de 1 % environ par rapport à la valeur calculée. Comme dans les opérations précédentes il est donc transformé en chlorhydrate, séparé par filtration d'une petite quantité de dibenzyle qui ne tarde pas à cristalliser, puis régénéré par la soude caustique. Après ces manipulations on obtient cette amine avec un rendement de 87 %. Elle bout à 310° sous 760^{mm}5.

Dosage d'azote :

S.	V.	H.	t.	N %	N % calculé.
—	—	—	—	—	—
0,1290	6,8	752.0	16	6.1	6.08

Ce produit est donc le méthyl-éthyl-benzyl-pipéridio-méthane :



$$D_{20}^{20} = 0.9614.$$

$$N_{D20} = 1.5277.$$

$$RM_D = 73.95.$$

$$\text{La valeur calculée est } 74.11.$$

Son chloroplatinate, obtenu par évaporation de la solution diluée, fond à 192° en se décomposant.

Dosage de platine :

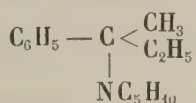
S.	Pt	Pt %	Pt % calculé.
—	—	—	—
0,2406	0,0506	21.03	22.37
0,3686	0,0840	22.7	22.37

2. — Action du bromure de phényl-magnésium.

L'extrait étheré du produit de la réaction menée comme les précédentes est directement traité par l'acide chlorhydrique. La base est ainsi séparée d'une fraction insoluble formée principalement de benzène, provenant de la décomposition de l'excès de magnésien, tenant en solution du diphenyle.

La base régénérée est distillée à la pression atmosphérique. Elle bout à 288-290° sous 760^{mm}5.

C'est l'homologue inférieur de la précédente; elle répond à la formule



D₂₀₄ = 0.9611.

N_{D20} = 1.5253.

RM_D = 62.23.

La valeur calculée est 62.49.

Son chloroplatinate fond en se décomposant vers 205°.

Analyse :

S.	Pt	Pt %	Pt % calculé.
0,3287	0,0756	23.0	23.12
0,3960	0,0909	22.95	23.12

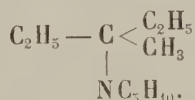
3. — Action du bromure d'éthyl-magnésium.

Dans cette réaction on n'obtient qu'un seul produit.

Il bout avec une fixité remarquable à 214° sous 752 millimètres. Le dosage d'azote donne le résultat suivant :

S.	V.	H.	t.	N %	N % calculé.
0,2373	16,8 cc.	756,8	15.0	8,3	8.3

C'est par conséquent le méthyl-diéthyl-pipérido-méthane :



D₂₀₄ = 0,8614,

N_{D20} = 1.4637,

RM_D = 54.17,

La valeur calculée est 54.36.

C. — NITRILES AMINÉS DÉRIVÉS DE L'ACROLÉINE.

La préparation des nitriles α aminés aux dépens de l'acroléine donne toujours des rendements déplorables, atteignant rarement 30 %, en raison de la polymérisation de l'acroléine. En ajoutant celle-ci à la solution de chlorhydrate d'amine et de cyanure de potassium, il se produit une réaction vive, qui se manifeste par un notable échauffement, mais la plus grande partie de l'acroléine est transformée en une masse jaunâtre ayant l'aspect du caoutchouc.

a) Essai avec la diméthylamine.

La réaction menée avec des quantités équimoléculaires de cyanure, de chlorhydrate de diméthylamine et d'acroléine donne, avec un rendement de 25 % environ, un produit qui bout à 90-91° sous 10 millimètres.

Le dosage d'azote donne le résultat que voici :

S.	V.	H.	t.	N %.
—	—	—	—	—
0,1226	29,7 cc.	756,5	22°	27.45

La détermination ébullioscopique du poids moléculaire concorde avec le résultat précédent.

Poids d'acétone : 26^{gr}35.

S.	$\Delta t.$	M.
—	—	—
0,2400	0,097	160.5
0,5310	0,221	155.9
0,8468	0,359	154.3.

C'est donc un dérivé bis-diméthylaminé résultant d'addition d'une molécule de diméthylamine au nitrile α aminé non saturé.

La teneur en azote correspondant à la formule



est 27.09 et le poids moléculaire 155.

On discutera plus loin la formule qu'il faut lui attribuer.

Ce produit est miscible en toutes proportions à l'eau, l'alcool, l'éther et même le benzène.

$$D_{20}^4 = 0.8876.$$

$$N_{D20} = 1.4416.$$

$$RM_D = 46.17.$$

$$\text{La valeur calculée est } 46.84.$$

Lorsqu'on titre cette base par un acide $\frac{N}{40}$, elle ne donne pas un virage de teinte très net avec le méthylorange comme indicateur. La neutralisation est lente et progressive; malgré cela on obtient un résultat pratiquement identique par titrage direct et par titrage en retour, après addition d'un excès d'acide.

Titration directe :

S.	H ₂ SO ₄ N/10.	M (base biacide).	M théorique.
—	—	—	—
0,2335	29,7 cc.	157.2	155

Titration en retour :

0,2393	30,5 cc.	156.8	155
--------	----------	-------	-----

La réaction de ce nitrile biaminé avec le bromure de phénylmagnésium est conduite à la façon habituelle : après addition du nitrile au magnésien il y a de nouveau séparation nette en deux couches. Le traitement ordinaire permet d'isoler un produit qui bout fixe à 127° sous 10 millimètres. Ce produit n'est pas encore pur : un dosage d'azote y indique la teneur suivante :

S.	V.	H.	t.	N%.
—	—	—	—	—
0,0894	9,5 cc.	758,2	18°5	12.30

qui ne concorde ni avec la formule d'un dérivé phényl-biaminé ni avec la formule du dérivé monoaminé.

Pour le purifier il est transformé en chlorhydrate; on élimine ainsi comme impureté du diphenyle. La base est régénérée par addition de soude caustique, la précipitation par l'ammoniaque étant fort incomplète. Le produit ainsi purifié bout à 128°5

sous 10^{mm}S et sans décomposition à 259° sous 758 millimètres.

Le dosage d'azote donne alors un résultat concordant :

<u>S.</u>	<u>V.</u>	<u>H.</u>	<u>t.</u>	<u>N %</u>	<u>N % calculé.</u>
0,1576	17.6 cc.	761.5	14°	13.3	13.55

de même que la détermination ébullioscopique du poids moléculaire.

Poids d'acétone : 25.98.

<u>S.</u>	<u>Δt.</u>	<u>M.</u>
0,2134	0,053	211
0,5953	0,194	201
1,0323	0,312	217

Le produit répond donc à la formule.

Un titrage avec le méthyl-orange comme indicateur donne un virement très net :

<u>S.</u>	<u>$\text{H}_2\text{SO}_4 \text{ N}_{10}$.</u>	<u>M (base biacide).</u>	<u>M calculé.</u>
0,1576	15,1 cc.	208	206

Le titrage avec la phénolphthaléine donne au contraire le résultat suivant :

<u>S.</u>	<u>$\text{H}_2\text{SO}_4 \text{ N}_{10}$.</u>
0,2692	13.4 cc.

Avec la phénolphthaléine le virage correspond donc à la neutralisation d'une seule fonction basique, et ce fait est bien conforme aux observations de Berthelot relatives aux déterminations titrimétriques de l'éthylène-diamine et de la pipérazine (*).

Le chlorhydrate de cette base est très soluble dans l'eau ; son chloroplatinate, également assez soluble, a été obtenu par

(*) *Compte rendu*, 129, 694.

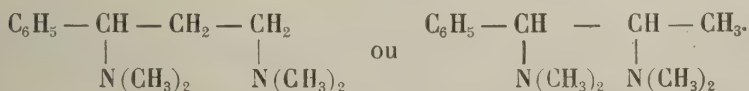
évaporation de la solution aqueuse. Il fond vers 245° en se décomposant.

Dosage de platine :

S.	Pt	Pt %	Pt % calculé.
0,3966	0,1238	31.21	31.56
0,2974	0,0930	31.27	31.56

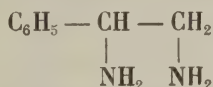
L'iodo-éthylate se forme avec un notable dégagement de chaleur, mais il se présente sous forme d'une masse visqueuse qui ne cristallise que difficilement.

On doit se demander maintenant quelle est la structure de ce corps. Il peut répondre à l'une des deux formules suivantes :



D'après les relations de volatilité, la première formule est la plus probable.

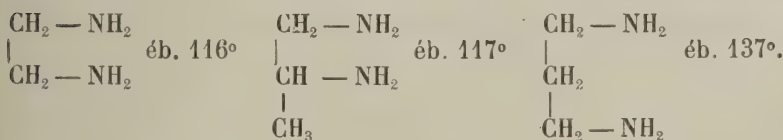
En effet, le produit de constitution la plus voisine, connu, la phényl-éthylène-diamine :



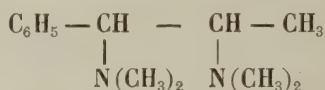
bout à 243°.

Or, la méthylation dans le groupe aminé ne modifie pas le point d'ébullition d'une façon sensible, de même d'ailleurs que la méthylation dans la chaîne carbonée, tandis que le déplacement des deux groupes aminés en β élève notablement le point d'ébullition.

On a, en effet,

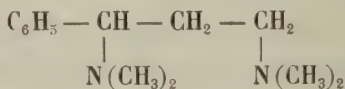


Par conséquent le produit biaminé α :

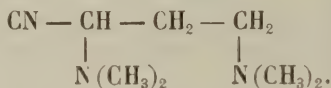


devrait avoir un point d'ébullition assez voisin de 243° (situé vraisemblablement vers 246° - 248°), alors que le produit obtenu bout à 259° : différence qui ne peut s'expliquer que par la position β des deux groupes aminés.

Nous lui attribuerons donc la formule



et au nitrile dont il dérive la formule

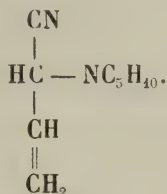


Cette réaction est intéressante, car elle montre l'influence prépondérante exercée sur la marche de la réaction avec les magnésiens, par la substitution aminée en position α , vis-à-vis du groupe nitrilique. Tandis que les nitriles mono-aminés β réagissent avec les magnésiens par élimination d'ammoniaque ou d'amine et que les dérivés γ fournissent dans les mêmes conditions principalement des polymères de ces nitriles aminés ⁽¹⁾, les dérivés biaminés en α - γ échangent simplement le radical-CN contre le groupement hydrocarboné du magnésien à la façon des nitriles monoaminés.

(*) Résultat d'un travail en cours dans mon laboratoire.

b) *Essai avec la pipéridine.*

L' α pipérido-butène-nitrile :



Ce produit a été obtenu avec un rendement de 30 % environ aux dépens du chlorhydrate de pipéridine, de cyanure de potassium et d'acroléine. Il bout à 94° sous 10 millimètres.

Fraîchement distillé, il est incolore, mais il s'altère assez rapidement en prenant une teinte jaune. D'une odeur très faible, il est peu soluble dans l'eau, mais complètement miscible à l'alcool, l'éther, le benzène, la pétroléine :

$$D_{20}^4 = 0.9813.$$

$$N_{D20} = 1.4746.$$

$$RM_D = 43.0.$$

$$\text{La valeur calculée est } 43.27.$$

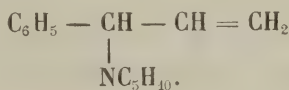
Le dosage d'azote a donné le résultat suivant :

<u>S.</u>	<u>V.</u>	<u>H.</u>	<u>t.</u>	<u>N %</u>	<u>N % calculé.</u>
0,1976	32,1 cc.	769.2	21°	18,3	18.6

Action du bromure de phényl-magnésium.

La réaction se fait comme les précédentes et l'isolement du produit de synthèse à l'état pur exige de nouveau la transformation en chlorhydrate et la régénération de la base.

Après quelques distillations on isole le produit éb. 271° sous 702 millimètres. Il répond à la formule



Le rendement atteint environ 40 %; il reste à chaque distillation un produit supérieur goudronneux.

Ce produit accuse les constantes suivantes :

$D_{20}^{20} = 0.9704.$	$N_{D_{20}} = 1.5305.$
$RM_D = 64.03.$	La valeur calculée est 64.03.

Son chloroplatinate fond sans altération sensible à 176°-178°.

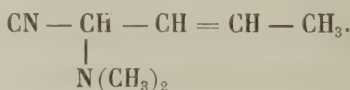
Dosage de platine :

<u>S.</u>	<u>Pt</u>	<u>Pt %</u>	<u>Pt % calculé.</u>
0,2574	0,0610	23.70	24.03

D. — NITRILES AMINÉS DÉRIVÉS DE L'ALDÉHYDE CROTONIQUE.

On a opéré sur une molécule-gramme de diméthylamine en solution à 33 %, neutralisée exactement par HCl, à laquelle on ajoute la quantité équimoléculaire de KCN, puis d'aldéhyde crotonique. La réaction se fait avec échauffement; il ne se produit pas de composé de polymérisation comme dans le cas de l'acroléine. La couche surnageante décantée et séchée au carbonate potassique est distillée. Durant la distillation, même sous pression réduite, la perte est considérable. Après plusieurs rectifications on isole 17 grammes d'un produit éb. 64°-65° sous 10^{mm} S et 6 grammes d'un autre produit éb. 126°-127° sous la même pression; il reste de plus quelques grammes de produits intermédiaires et une quantité assez importante de produits moins volatils.

Le produit inférieur est le nitrile monoaminé cherché



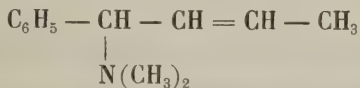
Dosage d'azote :

<u>S.</u>	<u>V.</u>	<u>H.</u>	<u>t.</u>	<u>N %</u>	<u>N % calculé.</u>
0,1710	33,3 cc.	761	21°	22.3	22.58

C'est un liquide mobile incolore, peu soluble dans l'eau :

D $20|_4$: 0,8761.

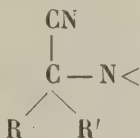
Soumis à l'action de la combinaison magnésienne phénylique il donne, après transformation en chlorhydrate, avec un rendement de 60 %, l'amine tertiaire :



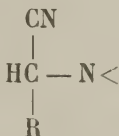
éb. 237° sous 758 millimètres. D $20|_4 = 0.9135$.

Le produit supérieur obtenu dans la préparation du nitrile précédent n'a pu être identifié. D'après le résultat d'un dosage d'azote et d'après la température d'ébullition, ce ne peut être un dérivé biaminé analogue à celui qui a été obtenu avec l'acroléine.

En résumé, les nitriles α aminés du type

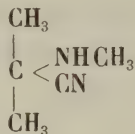


ainsi que les nitriles α aminés dérivés d'aldéhydes non saturées se comportent vis-à-vis des magnésiens absolument comme les nitriles α aminés du type



Le produit principal, le plus souvent l'unique produit de la réaction, provient de la substitution du groupe nitrilique par le radical hydrocarboné du magnésien.

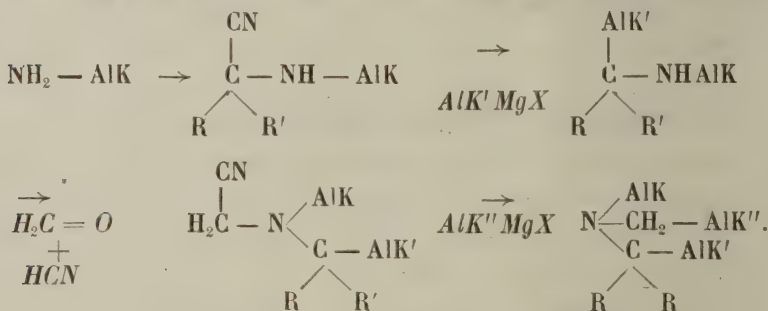
Nous avons étudié également l'action de divers magnésiens sur les nitriles α aminés secondaires, notamment sur le nitrile α méthylamino-isobutyrique :



obtenu aux dépens de l'acétone ordinaire, de la monométhylamine et du cyanure de potassium.

Ce produit bout à 109° sous 250 millimètres et vers 144° à la pression atmosphérique sans altération trop marquée.

Le but que nous poursuivions ainsi était de vérifier s'il était possible de réaliser la synthèse d'amines tertiaires assez complexes, aux dépens d'amines primaires par le cycle suivant :



En réalité, la réaction des nitriles α aminés secondaires sur les composés magnésiens est assez violente et il se produit un précipité du sel magnésien de la fonction amine secondaire, qui ne réagit plus avec l'excès de réactif. Si la synthèse n'est donc pas réalisable, l'étude de cette réaction donne lieu à une observation qui mérite d'être signalée.

Dans la réaction du bromure d'éthyl-magnésium sur le nitrile α méthyl-amino-isobutyrique, on récupère le produit initial avec un rendement de plus de 60 % en suivant la marche ordinaire. Il n'en est plus de même en traitant l'éther d'extrac-

tion par l'acide sulfurique dilué pour en extraire les bases. En neutralisant la solution acide et en saturant par K_2CO_3 , il se forme une légère couche surnageante qui, desséchée sur KOH solide, a été distillée à la pression atmosphérique.

La majeure partie du produit passe d'abord de 65° à 80°; par rectification on isole une minime quantité d'acétone au-dessous de 60° (caractérisée sous forme de semi-carbazone) et la fraction la plus importante vers 70° (de 68° à 72°).

Ce produit basique possède une forte odeur d'amine; il est soluble dans l'eau en toutes proportions et se titre nettement par H_2SO_4 N/10 et le méthyl-orange.

Voici les résultats de deux titrages, le produit ayant été redistillé entre les deux titrages :

<u>S.</u>	<u>H_2SO_4 N/10.</u>	<u>M (base monoacide).</u>
0,3257	23,0 cc.	147
0,1966	13,1 cc.	150

On ne connaît aucune base d'un poids moléculaire aussi élevé ayant un point d'ébullition aussi bas.

On obtient aisément un chloroplatinate de cette base, mais dont l'analyse ne correspond pas au résultat précédent :

<u>S.</u>	<u>Pt.</u>	<u>Pt %</u>
0,4476	0,1837	41,44

Le % de Pt calculé pour le chloroplatinate d'une base monoacide d'un poids moléculaire de 150 serait voisin de 27,5 %. La teneur trouvée correspond au contraire à celle du chloroplatinate de monométhylamine et celle-ci a encore été caractérisée par sa transformation en benzamide.

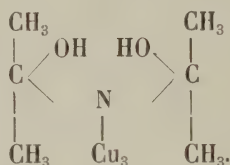
Ce produit, éb. vers 70°, traité par HCl jusqu'à neutralisation, puis par l'acétate de semi-carbazide, fournit la semi-carbazone de l'acétone ordinaire.

On se trouve donc vraisemblablement ici en présence d'un

produit d'addition de deux molécules de cétone pour une de monométhylamine :



que l'on pourrait considérer comme un dérivé aminé bihydroxylé :



L'action de la monométhylamine sur l'acétone a été étudiée par Göttschmann⁽¹⁾; cet auteur constate la formation de méthyl-diacétonamine à côté d'autres bases; l'étude et la séparation de ce corps ont été faites sous forme de chloroplatinate.

En mettant en présence la monométhylamine en solution à 33 % et l'acétone dans les proportions moléculaires signalées plus haut, il se produit un échauffement sensible. En saturant par K_2CO_3 et après dessiccation sur KOH solide, on obtient un liquide qui bout de 56° à 72° . En le fractionnant de 4° en 4° , on constate que la fraction la plus riche en amine est celle dont la température d'ébullition est la plus élevée (68° à 72°) et que la teneur en base correspond bien à la formule indiquée.

Lorsque ce produit est conservé quelques jours à la température ordinaire, l'allure de la distillation se modifie et il se forme des produits à point d'ébullition plus élevé qui après lavage à l'eau, présentent nettement l'odeur de l'oxyde de mésityle. Il serait donc intéressant d'étudier la courbe de fusion du mélange binaire $\text{CH}_3\text{NH}_2 \cdot \text{CH}_3 - \text{CO} - \text{CH}_3$, pour décider s'il se forme réellement la combinaison additionnelle $2\text{CH}_3 - \text{CO} - \text{CH}_3, \text{CH}_3\text{NH}_2$. Un de mes élèves a bien voulu se charger de cette étude.

Louvain, Laboratoire de Chimie générale de l'Université

(*) *Ann.*, 197, 38.

GÉOLOGIE. — Sur des dépôts pléistocènes
confondus avec le Landenien continental,

par J. CORNET, membre de l'Académie.

§ 1.

La détermination précise de l'âge des dépôts continentaux secondaires et tertiaires peut être un problème fort difficile si l'on n'y rencontre pas de fossiles autochtones et bien caractéristiques, ou s'ils ne sont pas datés par leurs relations de gisement.

Il est arrivé que l'on ait placé à la même hauteur dans la série stratigraphique des formations très différentes par l'âge mais qui se présentent sous des facies lithologiques semblables. On sait qu'ANDRÉ DUMONT rangeait dans son système *aachénien* (qu'il assimilait au Wealdien anglais) les Sables et Argiles d'Aix-la-Chapelle avec les Sables et Argiles d'Hautrages. Et si ces terrains ne nous avaient pas, depuis lors, livré des faunes et des flores caractéristiques, cette opinion serait encore défendable aujourd'hui. Il a fallu que JOSEPH MÜLLER découvrit dans les Sables d'Aix-la-Chapelle des intercalations marines à faune sénonienne pour qu'on distinguât ces dépôts de ceux qui, dans le Hainaut, sont séparés du Sénonien par toute l'épaisseur de l'Albien, du Cénomanién et du Turonien. Et la découverte de la faune et de la flore de Bernissart vint plus tard confirmer l'âge wealdien des Sables et Argiles d'Hautrages.

En l'absence d'arguments paléontologiques décisifs, les rapports de gisement d'un dépôt d'eau douce peuvent définir son âge avec plus ou moins de précision, selon que le terrain qui le supporte et celui qui le recouvre sont plus ou moins rapprochés dans la série stratigraphique.

L'âge des Sables d'Aix-la-Chapelle, compris entre le terrain

houiller et des couches marines à forme campanienne fût resté bien vague en l'absence de fossiles. Au contraire, l'âge relatif des dépôts continentaux qui constituent notre *Landenien supérieur* serait déterminé d'une façon précise même si l'on n'y trouvait aucun reste d'être vivant; ces dépôts, en effet, se rencontrent, quand la succession est complète, intercalés entre le Landenien marin et l'Argile yprésienne.

Il arrive, il est vrai, que des dépôts continentaux recouverts par l'Yprésien reposent sur le Crétacique (Leval-Trahegnies, Bois du Rapois, etc.), ou même sur le Primaire (Bois de Peissant, etc.). Il arrive ailleurs que des sédiments fluviaux aient pour substratum le Landenien marin et ne soient recouverts par aucun terme plus récent, à part le Pléistocène.

Dans ces deux occurrences, les géologues n'hésitent généralement pas et se contentent de l'apparence lithologique pour ranger ces dépôts dans le Landenien supérieur.

En principe, cependant, on pourrait discuter cette assimilation, surtout dans le second de ces cas ⁽¹⁾.

J'ai eu précisément l'occasion, dans ces derniers temps, d'étudier un exemple remarquable de dépôts continentaux, fluviaux, d'*aspect* landenien supérieur, intercalés entre le Landenien marin et le Pléistocène et qui (ils en fournissent eux-mêmes la preuve) sont beaucoup plus récents que le Landenien supérieur, plus récents que l'Yprésien, plus récents que le Pliocène inférieur et ne peuvent, par conséquent, être rangés que dans le Pléistocène.

§ 2.

A une distance de 700 à 800 mètres au nord-est du clocher d'Angre, dans les talus de la route qui mène à Audregnies et à

(1) Certains sables rapportés au Landenien supérieur, se présentant en affleurement direct ou recouverts par le Pléistocène, reposent sur le Crétacique (Bavai) ou même sur les terrains primaires (Wihéries). Ces cas, en l'absence de fossiles, peuvent être plus discutables encore.

Élouges, affleure le Landénien marin de la zone à *Pholadomya Konincki*. C'est le gîte classique du *Tuffeau d'Angre*, gîte riche en fossiles, exploré déjà par P. DE RYCKHOLT, avant 1850.

La *Société géologique de France* visita cet affleurement le 4 septembre 1874. Le compte rendu de cette excursion, écrit par A. BRIART, après avoir parlé du Tuffeau landénien, ajoute qu'« à la surface des champs avoisinant le gîte fossilifère, MM. POTIER et E. DE JAER ont trouvé des fragments de grès siliceux qui, d'après les fossiles qu'ils renferment, semblent provenir de la destruction d'une assise tertiaire ⁽¹⁾ ». Aucune espèce n'est citée ⁽²⁾.

Deux ans plus tard, en rendant compte d'une excursion de la *Société malacologique*, M. RUTOT revient sur ces blocs de grès siliceux, très abondants autour du gîte du Tuffeau d'Angre. « Ce sont, dit-il, des fragments de grès jaunâtre, durs et compacts, généralement arrondis, à angles émoussés, *empâtés à la base du diluvium*, où ils sont accompagnés de fragments roulés de tuffeau fortement durci. M. ÉMILE VINCENT y a découvert une nummulite que M. VANDEN BROECK a reconnue pour être la *Nummulites laevigata*. » A part ce fossile, M. RUTOT mentionne des moules de fossiles, principalement de lamellibranches, et une spire d'une grande rostellaire ⁽³⁾.

En 1882, la *Société géologique de Belgique* visita à son tour la localité. La relation de la session extraordinaire mentionne en cet endroit « la présence, dans un dépôt caillouteux quaternaire, de blocs roulés de grès fossilifère dans lesquels on a reconnu des empreintes appartenant aux genres *Lucina*, *Cytherea*, *Cardium*, *Pecten*, *Rostellaria* et *Nummulites* ». L'auteur ajoute que ces blocs sont accompagnés de fragments

⁽¹⁾ Bull. de la Soc. géol. de France, 1874, t. II, 3^e série, p. 99.

⁽²⁾ Quelques jours auparavant, la Société avait observé au sommet du Mont-Panisel des fragments roulés de grès siliceux à *Nummulites laevigatus*, ou J. GOSSELET et A. DE LAPPARENT furent d'accord pour voir les restes d'une assise du Calcaire grossier commune au Bassin de Paris et au Bassin belge. (*Ibid.*, pp. 28-30.)

⁽³⁾ A. RUTOT, Rapport sur l'excursion annuelle de la Société malacologique (17 septembre 1876). (ANN. DE LA SOC. MALACOL. DE BELGIQUE, 1876, t. XI, pp. LXX-LXXV.)

de roches dévoniennes dont le gisement en place est au midi du point où on les trouve actuellement ⁽¹⁾.

La présence de *Nummulites laevigatus*, le seul fossile qu'on ait déterminé spécifiquement, fait rapporter au Lutétien l'assise disparue d'où proviennent ces vestiges.

Mais M. M. LERICHE nous apprend ⁽²⁾ que M. E. VINCENT a rencontré, aux environs d'Angre, une plaque de grès silicifié, formée de *Nummulites planulatus elegans*.

L'Yprésien serait donc aussi représenté parmi ces cailloux remaniés dans le Pléistocène.

§ 3.

A un kilomètre au sud-ouest de la gare d'Élouges, le chemin de fer qui va vers la fosse de Baisieux passe sur un pont jeté au-dessus de la route, assez fortement encaissée, qui relie Élouges à Audregnies et à Angre. On est là à 3,400 mètres au nord-est du gîte d'Angre dont il vient d'être question, mais à une cote plus élevée.

Aux abords du pont, le chemin creux entame, sous le Pléistocène, le Tuffeau d'Angre, bien caractérisé, très fossilifère, et comme le vieux gîte classique, voisin du village d'Angre, est aujourd'hui caché, c'est cet affleurement du chemin creux d'Élouges, voisin de la fosse Ferrand n° 1, qui l'a remplacé dans les excursions géologiques. L'endroit est d'autant plus intéressant à ce point de vue, qu'un peu plus à l'ouest et un peu plus haut, on exploite des sables fluviaux qui sont, depuis DUMONT ⁽¹⁾, considérés comme appartenant au *Landenien supérieur*.

(1) F.-L. CORNET, *Compte rendu de l'excursion de la Société géologique de Belgique aux environs de Mons* (les 3, 4 et 5 septembre 1882). (ANN. SOC. GÉOL. DE BELGIQUE, 1884, t. XI, p. CCXV.)

(2) M. LERICHE, *Les vestiges de la mer yprésienne entre la Flandre et l'Île-de-France*. (ANN. SOC. GÉOL. DU NORD, 1909, t. XXXVIII, p. 423.)

(1) ANDRÉ DUMONT, *Mémoires sur les terrains crétacés et tertiaires...*, édités par MICHEL MOURLON, 1879, t. III, p. 81 : « Le sable jaunâtre appartenant à l'étage supérieur (du Landenien) est exploité à quelques centaines de mètres au S.-O. de l'Établissement de Longterne-Ferrand n° 1 ainsi qu'entre Élouges et Audregnies. »

A 80 mètres à l'ouest du pont, le chemin de fer de la fosse de Baisieux pénètre dans une tranchée longue d'environ 400 mètres. A environ 150 à 200 mètres du pont, des sablières sont ouvertes au nord, en dehors de la tranchée. Nous n'en parlerons pas ici. Du côté sud existe une exploitation de sable en rapport direct avec la tranchée.

La figure qui accompagne la présente note représente une coupe menée du nord au sud à travers cette exploitation à partir de la tranchée.

I. — *Partie sud de la Coupe.*

1. Limon pléistocène, à aspect de *terre à briques*, mal défini. Épaisseur : 1^m20 à 1^m50.

2. Cailloutis pléistocène, épais de 20 à 30 centimètres, très continu, formé d'éclats anguleux, peu roulés, de silex brun foncé (provenant de la Craie-à-cornus ou Rabots) accompagnés de blocs de grès rouges burnotiens atteignant les dimensions de 15 × 10 centimètres. Parmi ces éléments, on trouve quelques blocs de grès ou plutôt de quartzite blanc présentant parfois des empreintes ou des moules internes de gastropodes et de lamellibranches. Dans la section du cailloutis offerte par la coupe, l'espacement de ces blocs était en moyenne de 2 mètres. Ces blocs sont des fragments *brisés*, mais qui ont été ensuite *roulés*, ce qui a arrondi les angles.

Nous avons donc ici, comme près du gîte d'Angre (§ 2), ces fragments de roches siliceuses tertiaires inclus dans le cailloutis qui forme la base du limon pléistocène.

3. Sable brun plus ou moins clair, un peu ferrugineux, assez cohérent à sec, renfermant quelques éclats de silex anguleux, épars. Épaisseur variable : 50 centimètres à 1 mètre et davantage.

4. Sable bien stratifié en lits inclinés au nord, à grain moyen, gris, entremêlés de lits ferrugineux bruns, très minces. Épaisseur : 4^m70.

A part les lits ferrugineux, ce sable ne cède au lavage que très peu de matière fine; il renferme quelques grains de glaucaire assez gros, provenant manifestement du Tuffeau landénien et se trouvant ici à l'état *remanié*.

Le sable 4 montre, dans la coupe est-ouest, où les lits paraissent horizontaux, des régions à stratification oblique et croisée.

Enfin, dans ce sable 4, on trouve çà et là des galets, gros en moyenne comme une noix, et en général brisés, d'un silex rouge vif, entourés d'une croûte de cacholon blanche, craquelée. On reconnaît là le signalement des galets *diestiens*, répandus dans le Pléistocène des Flandres, du Hainaut, etc.

5. Sable notablement plus grossier que le précédent, où la proportion de matière fine est très faible, négligeable. Il renferme de la glauconie en très gros grains (provenant du Tuffeau landénien) atteignant une proportion voisine de 1 pour cent. Épaisseur atteignant 3^m50.

Le sable 5 présente une stratification tourmentée, « torren-tielle ». Il est formé de paquets lenticulaires juxtaposés, se décomposant en fines straticules obliques et entrecroisées.

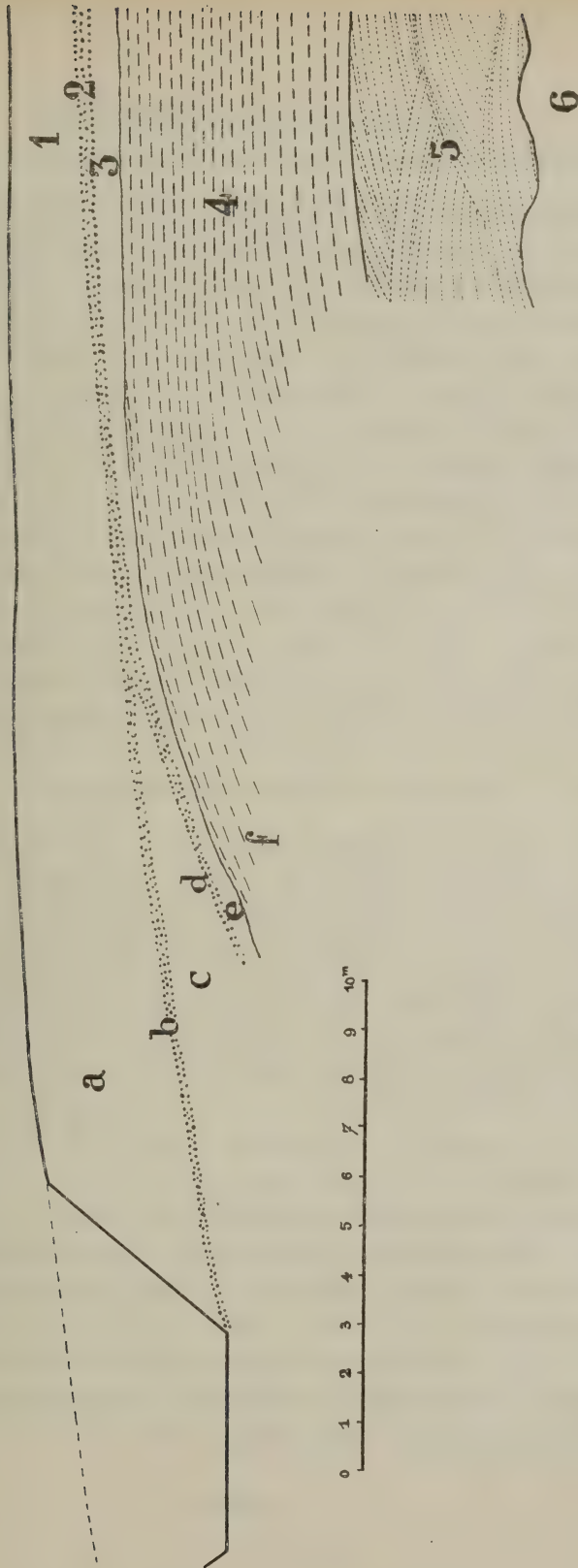
Mais le fait le plus intéressant est le suivant: Dans le sable 5 on trouve des blocs de grès ou quartzite blancs ou jaunâtres, à *fossiles marins*. Les plus volumineux ont les dimensions $30 \times 20 \times 6$ centimètres; les plus petits ont la taille d'un œuf ou d'une noix. Ce sont, manifestement, des fragments brisés, puis roulés, dont les arêtes et les angles ont été usés, arrondis.

La proportion de blocs de roches dures dans le sable 5 n'est pas bien élevée. Le volume total de ceux que les ouvriers ont séparés du sable en une année d'exploitation n'atteint pas un demi-mètre cube.

Quelques blocs montrent des empreintes ou des moules internes de gastropodes et de lamellibranches peu déterminables. Mais les fossiles dominants sont des *nummulites*; certains blocs en sont littéralement farcis.

NORD

SUD.



Mon savant collègue M. Leriche à qui j'ai soumis les échantillons, n'y a reconnu que *Nummulites planulatus* et *N. elegans*, accompagnés d'*Alveolina oblonga*. Je ne puis affirmer que les grès blancs de ce gisement ne fourniront pas de fossiles d'autres étages et notamment du Lutétien; mais jusqu'ici, ceux qui sont déterminables n'indiquent que l'*Yprésien*.

Le sable 5 renferme en outre quelques galets *diestiens* conformes à la description donnée plus haut.

6. Par l'intermédiaire d'une mince couche de sable ferrugineux couleur d'ocre, le sable 5 repose sur du sable vert, glauconifère, appartenant au Landenien inférieur, marin. La glauconie y est en grains très gros, comme ceux du Tuffeau. Dans la sablière voisine, on retrouve ce sable vert 6; il passe à du tuffeau cohérent, dur, lequel, dans un trou creusé au fond de la sablière, repose sur une craie blanche pointillée de glauconie.

II. — Partie nord de la coupe.

a) Limons pléistocènes, présentant, de haut en bas, de la terre à briques, semblant se rattacher aux *limons récents*, puis successivement le *limon schistoïde*, le *limon à points noirs* et le *limon panaché*, constituant les *limons anciens*. Épaisseur totale : 3^m60. Dans la profonde sablière qui est au nord de la tranchée, l'épaisseur du limon est très forte; les limons supérieurs y sont représentés par l'*ergeron*, surmonté de la terre à briques proprement dite.

b) Cailloutis de silex anguleux, moins serré, moins *tassé*, que le cailloutis 2 de l'autre coupe. On y trouve quelques galets *diestiens* et des cailloux de roches dévoniennes.

c) Sable brun, assez fin, un peu argileux, stratifié en minces lits inclinés au nord. Épaisseur : 1^m50; il augmente d'épaisseur vers le nord.

d) Cailloutis de silex anguleux. Épaisseur : 15 à 20 centimètres. Ce cailloutis se réunit vers le sud au cailloutis b et l'ensemble passe au cailloutis 2.

e) Lit de sable brun, continuation de la couche 3 de la première coupe. Épaisseur : 20 à 30 centimètres.

f) Sable 4 de l'autre coupe.

§ 4.

L'ensemble des sables notés 3, 4 et 5 sur notre figure et d'une épaisseur totale de 8^m20 a bien un aspect, un facies, qui les font classer à première vue dans le Landénien continental ou Landénien supérieur. Et le fait qu'ils reposent sur le Landénien inférieur ou marin ne fait que fortifier cette impression.

Mais cette *impression* est trompeuse. Les cailloux à *Nummulites planulatus elegans* inclus dans les sables 5 montrent qu'ils sont postérieurs à l'Yprésien; et la présence des galets diestiens dans les sables 4 et 5, de même que l'*altitude* de ces sables, les fait classer dans le Pléistocène.

C'est là, en tout cas, un type de Pléistocène absolument nouveau dans nos régions.

Il faut noter que ces sables pléistocènes d'Élouges, qui ont été, depuis DUMONT, considérés comme appartenant au Landénien supérieur, sont surmontés du Pléistocène normal du bassin de la Haine. Les sables *c* de notre coupe, avec leur cailloutis-base *d*, représentent les *dépôts de terrasse*; les limons *a* sont les *limons anciens* et ils sont surmontés, dans la sablière voisine, des *limons récents* (ergeron et terre à briques proprement dite).

§ 5.

La surface naturelle du sol, dans la partie sud de notre coupe, est à la cote 75, de sorte que le sommet des sables sous-jacents au cailloutis 2 arrive à la cote de 73 à 74.

Au nord de la sablière que nous avons décrite, le sondage de Thulin, foré en 1920 dans le fond de la vallée de la Haine, à la cote 22, a atteint le Pléistocène sous deux mètres environ d'alluvions modernes et de tourbe, soit à la cote 20. La diffé-

rence de niveau avec le sommet de nos sables est de 53 à 54 mètres.

Nos sables 3, 4 et 5 datent donc de la transgression *milazienne* de M. CH. DÉPÉRET, dont le niveau, au-dessus du fond des vallées, s'élève à 55-60 mètres.

Les sables *c* avec leur cailloutis *d* datent probablement de la régression post *milazienne*.

En tout cas nos sables pléistocènes à facies de Landenien supérieur ne paraissent pas descendre beaucoup plus bas sur le flanc de la vallée de la Haine. A 600 mètres au nord-nord-est de la tranchée que nous avons étudiée se trouve la vieille fosse Sainte-Odile, dont l'orifice est à la cote 58. Sous une épaisseur de 5^m20 de limon, soit à la cote d'environ 53, on n'y a rencontré que le sable glauconifère et le tuffeau du Landenien marin.

§ 6.

Ce type de Pléistocène, avons-nous dit, est absolument nouveau dans nos régions. Cependant, nous croyons que le cas que nous avons décrit n'est pas unique.

Les sables blancs qui gisent sous le limon pléistocène au sud de la gare de Jurbise ont bien « l'aspect landenien supérieur », et notre confrère M. RUTOT les a considérés comme tels ⁽¹⁾; mais les cailloutis de la base de ces sables renferment des galets *diestiens*, du type décrit ci-dessus. Ces dépôts sont donc *pléistocènes*. Leur surface supérieure est aux environs de la cote 75, c'est-à-dire à 51 mètres environ au-dessus de la surface du Pléistocène du fond de la vallée de la Haine à Jemappes. La coïncidence avec le cas d'Élouges est frappante.

Il existe des cas où des dépôts landeniens supérieurs incontestables ont été, dans leur partie supérieure, remaniés par les

(1) A. RUTOT, *Nouvelles observations sur le Flandrien*. (BULL. SOC. BELGE DE GÉOL., 1897, t. XI, Proc.-verb., p. 164.)

cours d'eau pléistocènes qui ont laissé des sables et cailloutis que l'on confondrait avec le Landénien supérieur en place si la présence de cailloux diestiens et de blocs de grès landénien brisés ne nous éclairait sur leur âge. M. CH. STEVENS a décrit un bel exemple de ce remaniement, observé dans une sablière de Maurage ⁽¹⁾.

Il est probable que l'on trouvera dans nos régions des exemples de pseudo-Landénien supérieur analogues à ceux d'Élouges et de Jurbise. Je tiens d'ailleurs de M. LERICHE que sur le territoire de la feuille *Cambrai* de la Carte géologique de France, certains dépôts notés comme Landénien supérieur par A. DE LAPPARENT, puis par J. GOSSELET, appartiennent en réalité au Pléistocène.

§ 7.

Les conclusions que l'on peut tirer de la présence de grès fossilifères yprésiens, lutétiens, etc., dans le Pléistocène de nos pays, en dehors de l'aire d'extension actuelle de ces étages, sont fort intéressantes pour l'histoire des mers éocènes du bassin belge et de leurs liaisons avec celles du bassin de Paris. Ce sujet a été traité par M. LERICHE dans une série de publications bien connues ⁽²⁾.

⁽¹⁾ CH. STEVENS, *Étude du Landénien supérieur dans le Hainaut*. (ANN. SOC. GÉOL. DE BELGIQUE, 1914, t. XLI, Mém., pp. 22-23, fig. 18.)

⁽²⁾ Voyez notamment : M. LERICHE, *Relations entre les Bassins parisien et belge pendant l'Éocène*. — *Reconstitution des lignes de rivages des mers éocènes dans le Bassin franco-belge*, dans le Compte rendu de la Réunion extraordinaire de la Société géologique de France à Laon, Reims, Mons, Bruxelles, Anvers, du 27 août au 6 septembre 1912. (BULL. SOC. GÉOL. DE FRANCE, t. XII, 4^e série, pp. 675-844.) (Voyez pp. 716-724 et planches XXIII à XXVII.)

CHIMIE-PHYSIQUE. — Influence de la température sur la tension superficielle des liquides,

par F. DE BLOCK, assistant à l'Université de Gand (*).

Étude de la formule de Ferguson aux basses températures.

En 1916, Ferguson (**) a indiqué la relation suivante entre la tension superficielle (T. S.) et la température des liquides :

$$\alpha = \alpha_0 (1 - b\theta)^n \quad (***)$$

où α = la T. S. correspondante à la température centigrade θ ,

α_0 = la T. S. correspondante à 0° ,

$b = \frac{1}{\theta_k}$, θ_k étant la température critique,

et n = un nombre voisin de 1,2.

Ferguson a vérifié cette relation pour quatorze corps, tous composés du carbone, à l'aide des valeurs de T. S. obtenues par Ramsay et Shields (IV) et Ramsay et Aston (V). Sugden (VI) a également vérifié la formule pour six de ces corps en posant $n = 1,20$.

(*) Présenté par E. van Aubel.

(**) A. FERGUSON, *Phil. Mag.*, 6, 31, p. 37, 1916.

(***) Cette formule est d'ailleurs équivalente à celle donnée par v. d. Waals : $\alpha = A (T_k - T)^B$ (*Zeits. Phys. Chem.*, 13, p. 716, 1924), car la formule de Ferguson peut s'écrire

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{\theta_k^n} (\theta_k - \theta)^n = \frac{\alpha_0}{\theta_k^n} (T_k - T)^n.$$

(IV) RAMSAY et SHIELDS, *Phil. Trans.*, p. 647, 1893.

(V) RAMSAY et ASTON, *Proc. roy. Soc.*, VI, p. 162, 1894.

(VI) S. SUGDEN, *Journ. Chem. Soc.*, 125, p. 32, 1924.

Cette vérification n'a porté que sur les températures comprises entre 20° et 280°, parce que les mesures de Ramsay et Shields n'ont été faites que pour les températures supérieures à 20°.

Nous nous sommes donc proposé d'examiner si la formule était exacte aux basses températures.

A cet effet, nous avons vérifié la relation de Ferguson pour certains corps qui avaient été considérés par ce physicien et par Sugden, et, en outre, pour quelques autres liquides, qui sont généralement considérés comme peu ou pas associés, parce qu'ils satisfont à la règle de Trouton (*). Nous avons utilisé pour cela les résultats obtenus par F.-M. Jaeger (**), qui a déterminé les T. S. jusque — 79°.

Nos calculs ont donc porté sur les corps suivants :

1° Liquides étudiés par Ferguson : tétrachlorure de carbone, oxyde d'éthyle, formiate d'éthyle, acétate d'éthyle, isobutyrate de méthyle, chlorobenzène;

2° Liquides nouvellement étudiés : sulfure de carbone, bromobenzène, iodobenzène, toluène, pyridine.

Si nous écrivons la relation sous la forme

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{\theta_k^n} (\theta_k - \theta)^n = K_1 (\theta_k - \theta)^n,$$

et que nous passions ensuite aux logarithmes, nous trouvons

$$\log \alpha = \log k_1 + n \log (\theta_k - \theta),$$

égalité qui exprime une relation linéaire entre $\log \alpha$ et $\log (\theta_k - \theta)$.

Dans le tableau suivant nous avons indiqué ces deux logarithmes pour chacun des corps étudiés et aux températures auxquelles Jaeger a fait ses mesures.

(*) H. KAUFFMANN, *Beziehungen zwischen physikalischen Eigenschaften und chemischer Konstitution* (1920), p. 177.

(**) F.-M. JAEGER, *Zeits. Anorg. Chem.*, 101, pp. 1 à 214, 1917.

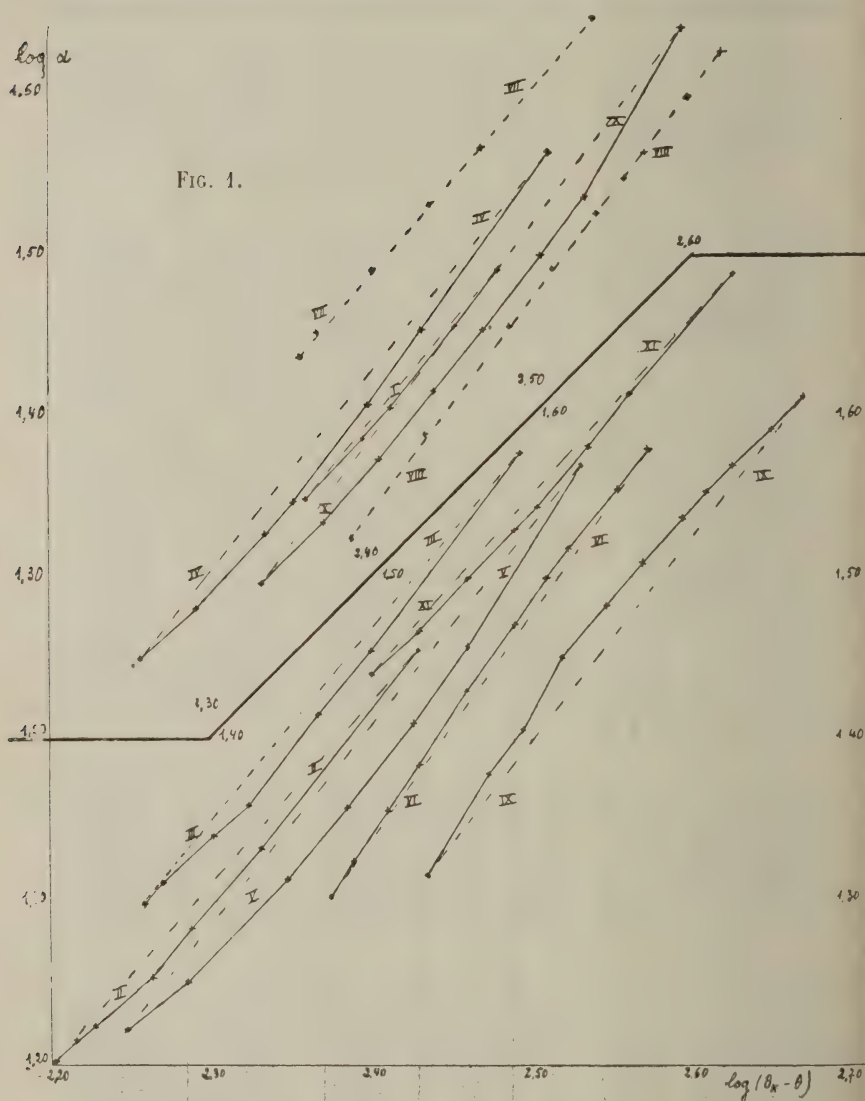
F. De Block. — Influence de la température

CORPS.	θ	α	$\theta_k - \theta$	$\log \alpha$	$\log (\theta_k - \theta)$
I Tétrachlorure de carbone $\theta_k = 283^{\circ},1$	-18	30,9	301,1	1,48996	2,47871
	0,1	28,5	283,0	1,45484	2,45179
	25	25,4	258,1	1,40483	2,41179
	35	24,3	248,1	1,38561	2,39463
	55	22,3	228,1	1,34830	2,35813
II Oxyde d'éthyle (ether) $\theta_k = 193^{\circ},8$	-75	28,5	268,8	1,45484	2,42943
	-20,5	21,5	214,3	1,33244	2,33102
	0,2	19,2	193,6	1,28330	2,28690
	10,9	17,9	182,9	1,25285	2,26221
	25,3	16,7	168,5	1,22272	2,22660
	29,5	16,4	164,3	1,21484	2,21564
	34,8	15,9	159,0	1,20140	2,20140
III Formiate d'éthyle $\theta_k = 235^{\circ},3$	-76,5	37,8	311,8	1,57749	2,49388
	-16,2	28,5	251,5	1,45484	2,40054
	2,2	26,0	233,1	1,41497	2,36754
	24,9	22,9	210,4	1,35983	2,33304
	35,2	21,9	200,1	1,34044	2,30125
	49,2	20,5	186,1	1,31175	2,26975
	54,3	19,9	181,0	1,29885	2,25768
IV Acétate d'éthyle $\theta_k = 250^{\circ},1$	-74	36,6	324,1	1,56348	2,51068
	-20	28,4	270,1	1,45332	2,43152
	0	25,5	250,1	1,40654	2,39811
	25,5	22,2	224,6	1,34635	2,35241
	34,7	21,2	215,4	1,32633	2,33324
	55	19,1	195,1	1,28103	2,29026
	70	17,8	180,1	1,25042	2,25551
V Isobutyrate de méthyle $\theta_k = 267^{\circ},6$	-73	37,1	340,6	1,56937	2,53224
	-21,5	28,7	289,1	1,45788	2,46105
	0,5	25,7	267,1	1,40993	2,42667
	25,3	22,8	242,3	1,35793	2,38435
	45	20,6	222,6	1,31387	2,34752
	74,7	17,8	192,6	1,25042	2,28533
	91,3	16,6	176,3	1,22041	2,24625
VI Chlorobenzène $\theta_k = 359^{\circ},2$	-16	38,0	375,2	1,57978	2,57426
	0	35,9	359,2	1,55509	2,55534
	25	32,9	334,2	1,51719	2,52401
	35	31,6	324,2	1,49969	2,51081
	50	29,6	309,2	1,47129	2,49024
	70,5	26,9	288,7	1,42975	2,46045
	90	24,2	269,2	1,38381	2,43007
	102	22,7	257,2	1,35602	2,41027
	114,5	21,1	244,7	1,32428	2,38863
	122	20,1	237,2	1,30320	2,37511

sur la tension superficielle des liquides.

CORPS.	θ	α	$\theta_k - \theta$	$\log \alpha$	$\log (\theta_k - \theta)$
VII Sulfure de carbone $\theta_k = 273^{\circ},1$	-72	44,3	345,1	1,64640	2,53794
	-21	36,8	294,1	1,56585	2,46850
	0	33,9	273,1	1,53020	2,43632
	21,5	30,9	251,6	1,48996	2,40071
	40,9	28,3	232,2	1,45179	2,36586
	46,8	27,3	226,3	1,43616	2,35468
VIII Bromobenzène $\theta_k = 397^{\circ},0$	-17,5	42,2	414,5	1,62531	2,61752
	2,1	39,6	394,9	1,59769	2,59649
	25	36,5	372,0	1,56229	2,57054
	35,6	35,2	361,4	1,54654	2,55799
	49,8	33,5	347,2	1,52504	2,54058
	71,5	31,0	325,5	1,49136	2,51255
	90,5	28,5	306,5	1,45484	2,48643
	125,5	24,5	271,5	1,38917	2,43377
	153	21,1	244,0	1,32428	2,38739
IX Iodobenzène $\theta_k = 448^{\circ},0$	-21	41,0	469,0	1,61278	2,67117
	0	39,1	448,0	1,59218	2,65128
	25,4	37,1	422,6	1,56937	2,62593
	40,4	35,7	407,6	1,55267	2,61023
	54,1	34,4	393,9	1,53656	2,59539
	76,1	32,3	371,9	1,50920	2,57043
	95,1	30,4	352,9	1,48287	2,54765
	117,2	28,2	330,8	1,45025	2,51956
	135,1	25,5	312,9	1,40654	2,49540
	150,5	23,9	297,5	1,37840	2,47349
	176	20,7	272,0	1,31597	2,43457
X Toluol $\theta_k = 320^{\circ},6$	-71	43,7	391,6	1,64048	2,59284
	-21	34,3	341,6	1,53529	2,53352
	0	31,6	320,6	1,49969	2,50596
	26	28,4	294,6	1,45332	2,46923
	46	26,0	274,0	1,41497	2,43870
	66,6	23,6	254,0	1,37291	2,40483
	86,5	21,6	234,1	1,33445	2,36940
	106	19,8	214,6	1,29666	2,33163
XI Pyridine $\theta_k = 344^{\circ}$	-79	48,9	423,0	1,68931	2,62634
	-20,5	41,1	364,5	1,61384	2,56100
	0,1	38,1	343,9	1,58092	2,53643
	25	34,9	319,0	1,54283	2,50379
	35	33,8	309,0	1,52892	2,48996
	55	31,5	289,0	1,49831	2,46090
	74	29,3	270,0	1,46687	2,43136
	92,5	27,5	251,5	1,43933	2,40054

Si l'on porte en abscisses les valeurs de $\log (\theta_k - \theta)$ et en ordonnées les valeurs de $\log \alpha$, on constate que pour la plupart



des corps, et notamment pour ceux étudiés par Ferguson, la relation linéaire ne se vérifie pas, et cela même aux tempéra-

tures supérieures à 20° , pour lesquelles Ferguson a vérifié sa formule en se servant des données de Ramsay et Shields. Pour l'isobutyrate de méthyle, on trouve même un écart de 11 %_. (Voir fig.)

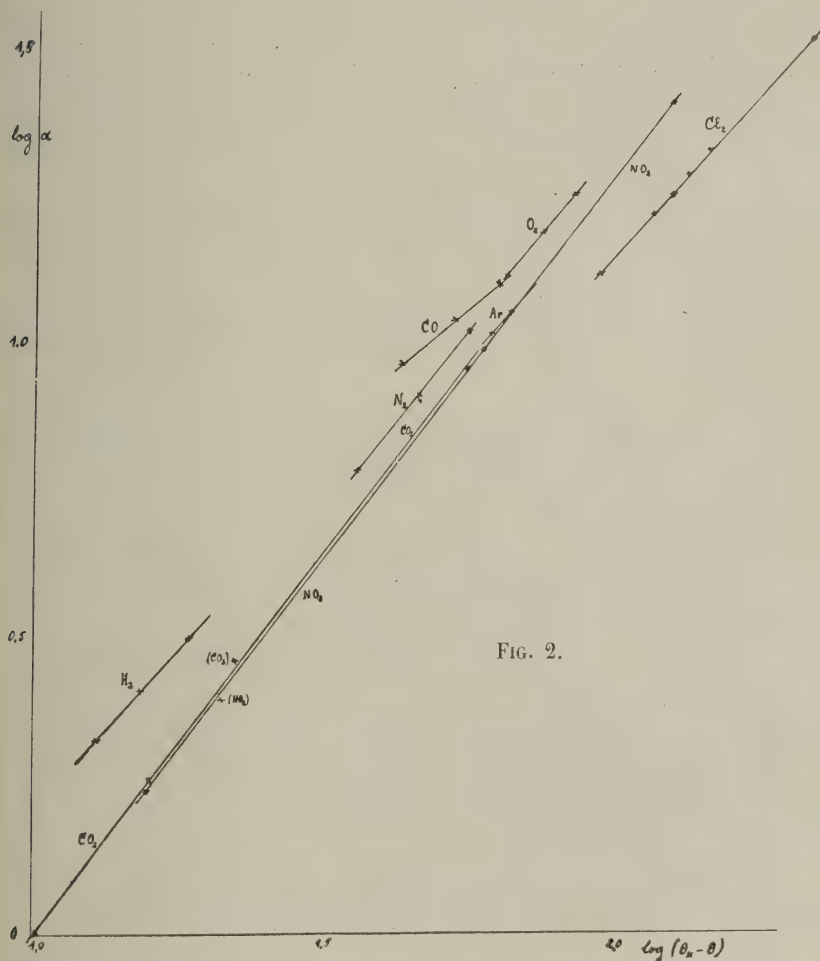


FIG. 2.

On peut se demander à quoi tiennent ces écarts. Rien ne permet de supposer que les mesures de Jaeger sont moins exactes que celles de Ramsay et Shields. Nous pensons plutôt

que la nature du milieu (gaz ou vapeur) au contact du liquide est en grande partie la cause des écarts que nous avons observés, non seulement pour la formule de Ferguson, mais aussi pour d'autres formules analogues relatives à la T. S., et pour les valeurs de T. S. elles-mêmes. Ainsi, les valeurs de T. S. que Jaeger a trouvées au contact de l'azote sont supérieures à celles de Ramsay et Shields, mesurées au contact de la vapeur saturée. D'autre part, au cours d'une étude des diverses relations entre la T. S. et la densité des liquides, nous avons pu constater qu'en appliquant la formule de Lewschin (*) à quelques-uns des corps étudiés ci-dessus, on retrouve les mêmes écarts par rapport aux résultats de Lewschin, qui ont été obtenus à l'aide des données de Ramsay et Shields et de Walden et Swinne, c'est-à-dire de T. S. déterminées au contact de la vapeur saturée.

Ces faits nous font supposer que la T. S. d'un liquide au contact de sa vapeur saturée est la seule qui doit être considérée dans une relation générale entre la T. S. et d'autres propriétés physiques, et que les résultats de Jaeger, qui ont été obtenus au contact de l'azote, ne peuvent être employés pour vérifier l'exactitude de la formule de Ferguson.

Pour étudier cette dernière relation aux basses températures, en tenant compte de la T. S. au contact de la vapeur saturée, nous avons considéré les gaz liquéfiés. Mais les limites de température entre lesquelles les mesures ont été faites pour ces gaz sont très rapprochées. Nous ne pourrions donc obtenir qu'une simple indication sur la question qui nous intéresse.

Nous avons déterminé également, pour les gaz liquéfiés étudiés, la valeur moyenne de n en appliquant la formule

$$n = \frac{\log \alpha_1 - \log \alpha_2}{\log (\theta_k - \theta_1) - \log (\theta_k - \theta_2)}. \quad (1)$$

(*) LEWSCHIN, *Zeits. Phys. Chem.*, 112, p. 467, 1924.

sur la tension superficielle des liquides.

Ces valeurs sont consignées dans la septième colonne du tableau suivant :

GAZ.	θ	α	$\theta_k - \theta$	$\log \alpha$	$\log (\theta_k - \theta)$	n	BIBLIOGRAPHIE POUR LES VALEURS DE α .
Ar $\theta_k = -122^\circ$	$\left. \begin{array}{l} -189 \\ -183 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 11,46 \\ 10,53 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 66 \\ 61 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,05918 \\ 1,02243 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,81954 \\ 1,78533 \end{array} \right\}$	1,080	BALY et DONNAN, <i>Journ. Chem. Soc.</i> , 81 , 1902, p. 907.
H ₂ $\theta_k = -240^\circ$	$\left. \begin{array}{l} -258,5 \\ -255,2 \\ -252,8 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 3,18 \\ 2,58 \\ 2,13 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 18,5 \\ 15,2 \\ 12,8 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,50243 \\ 0,41162 \\ 0,32838 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,26717 \\ 1,18184 \\ 1,10721 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,064 \\ 1,115 \\ 1,090 \end{array} \right\}$	KAMERLINCK ONNES et KUYPERS, <i>Comm. Phys. Lab. Leiden</i> , 142 , 1916, pp. 39 à 42.
O ₂ $\theta_k = -118^\circ$	$\left. \begin{array}{l} -203 \\ -193 \\ -183 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 18,35 \\ 15,73 \\ 13,23 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 85 \\ 75 \\ 65 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,26364 \\ 1,19673 \\ 1,12156 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,92942 \\ 1,87506 \\ 1,81291 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,231 \\ 1,209 \\ 1,220 \end{array} \right\}$	BALY et DONNAN, <i>loc. cit.</i>
N ₂ $\theta_k = -147^\circ$	$\left. \begin{array}{l} -203 \\ -193 \\ -183 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 10,53 \\ 8,27 \\ 6,16 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 56 \\ 46 \\ 36 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,02243 \\ 0,91751 \\ 0,78958 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,74819 \\ 1,66276 \\ 1,55630 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,228 \\ 1,201 \\ 1,214 \end{array} \right\}$	IDEM, <i>ibid.</i>
Cl ₂ $\theta_k = 144^\circ$	$\left. \begin{array}{l} -72 \\ 0 \\ 11 \\ 19,1 \\ 28 \\ 50 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 33,65 \\ 21,90 \\ 19,85 \\ 18,40 \\ 16,99 \\ 13,39 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 216 \\ 144 \\ 133 \\ 124,9 \\ 116 \\ 94 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,52699 \\ 1,34044 \\ 1,29776 \\ 1,26482 \\ 1,23019 \\ 1,12678 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 2,33445 \\ 2,15836 \\ 2,12385 \\ 2,09656 \\ 2,06446 \\ 1,97313 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,060 \\ 1,273 \\ 1,207 \\ 1,079 \\ 1,132 \\ 1,143 \end{array} \right\}$	GRÜNMACH, <i>Ann. der Phys.</i> , 4 , 1900, p. 374. E. MARCHAND, <i>Journ. Chim. et Phys.</i> , 11 , 1913, p. 574.
N ₂ O $\theta_k = 35^\circ,4$	$\left. \begin{array}{l} -89,3 \\ -24 \\ 14,4 \\ 19,8 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 26,32 \\ 9,92 \\ 2,50 \\ 1,74 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 124,7 \\ 59,4 \\ 21 \\ 15,6 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,42029 \\ 0,99651 \\ 0,39794 \\ 0,24055 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 2,09587 \\ 1,77379 \\ 1,32222 \\ 1,19312 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,316 \\ 1,323 \\ 1,219 \\ 1,286 \end{array} \right\}$	GRÜNMACH, <i>Ann. der Phys.</i> , 15 , 1904, p. 401. VERSCHAFFELT, <i>Comm. Phys. Lab. Leiden</i> , 18 , 1895, p. 10.
CO ₂ $\theta_k = 31^\circ$	$\left. \begin{array}{l} -24,3 \\ 8,9 \\ 15,2 \\ 20,9 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 9,21 \\ 2,90 \\ 1,82 \\ 1,00 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 55,3 \\ 22,1 \\ 15,8 \\ 10,1 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,96426 \\ 0,46240 \\ 0,26007 \\ 0,00000 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,74273 \\ 1,34439 \\ 1,19866 \\ 1,00432 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,260 \\ 1,389 \\ 1,338 \\ 1,329 \end{array} \right\}$	VERSCHAFFELT, <i>loc. cit.</i>
CO $\theta_k = -140^\circ$	$\left. \begin{array}{l} -203 \\ -193 \\ -183 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 12,84 \\ 11,16 \\ 9,36 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 63 \\ 53 \\ 43 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,10857 \\ 1,04766 \\ 0,97128 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,79934 \\ 1,72428 \\ 1,63347 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,810 \\ 0,840 \\ 0,825 \end{array} \right\}$	BALY et DONNAN, <i>loc. cit.</i>

On constate directement (fig. 2) que la relation linéaire se vérifie très approximativement et que, sauf pour l'oxyde de carbone, les valeurs de n sont comprises entre 1,080 et 1,329, avec une moyenne de 1,205, ce qui correspond approximativement aux limites fixées par Ferguson. Notons, d'ailleurs, que Ferguson a déterminé les valeurs de n graphiquement, et qu'on peut obtenir des différences de quelques centièmes suivant qu'on opère par le calcul ou par la représentation graphique. Ainsi, pour le chlorobenzène, Ferguson trouve $n = 1,203$, alors que la moyenne des valeurs trouvées en appliquant la formule (1) aux données de Ramsay et Shields (*) est 1,221.

RÉSUMÉ.

La formule de Ferguson a été appliquée : d'une part, aux valeurs de T. S. obtenues par Jaeger pour onze composés du carbone entre -79° et 176° ; d'autre part, aux valeurs de T. S. trouvées pour les gaz liquéfiés entre $-258^{\circ}5$ et 50° .

Les conclusions suivantes semblent résulter de cette étude :

1° Les valeurs de T. S. obtenues au contact de la vapeur saturée sont les seules qui vérifient cette relation; par conséquent, on ne peut tirer de l'application de cette formule aux valeurs que Jaeger a trouvées au contact de l'azote aucune conclusion relative à la vérification de la relation aux basses températures.

2° Pour les gaz liquéfiés étudiés, la formule se vérifie très approximativement dans les limites restreintes de température dans lesquelles les mesures ont été faites.

En terminant, je tiens à remercier M. le professeur van Aubel des indications précieuses qu'il m'a données au cours de cette étude.

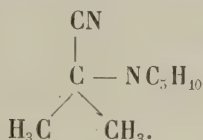
(*) RAMSAY et SHIELDS, *Zeits. Phys. Chem.*, 12, p. 433, 1893.

CHIMIE. — Contribution à l'étude de la réaction
des composés organo-magnésiens sur les nitriles. —
Les nitriles α aminés,

par M. VELGHE, docteur en sciences (*).

Nous avons étudié la réaction de divers magnésiens sur des nitriles α aminés tertiaires dérivés de l'acétone ordinaire. Nous avons pu obtenir ainsi quelques amines tertiaires nouvelles que nous décrirons brièvement.

A. — LE NITRILE PIPÉRIDO-ISOBUTYRIQUE :



Ce produit a été décrit par L. Henry (**). Pour l'obtenir nous avons suivi la voie qu'il indique en préparant d'abord la cyanhydrine aux dépens de la combinaison bisulfite de l'acétone et du cyanure de potassium et en traitant le produit brut de cette réaction par la quantité équimoléculaire de pipéridine. Les rendements laissent beaucoup à désirer; ils seraient vraisemblablement plus élevés aux dépens de la cyanhydrine rectifiée, mais la préparation est plus expéditive et elle se fait avec un rendement de 92 à 95 % en traitant l'acétone par la solution concentrée de cyanure, puis, tout en agitant énergiquement, par le chlorhydrate de pipéridine. La couche surnageante

(*) Présenté par M. P. Bruylants.

(**) *Bull. Acad. roy. de Belg.*, 1894, XXVIII, p. 259.

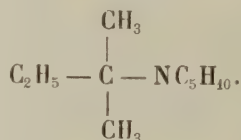
ne tarde pas à cristalliser; on obtient par cristallisation lente de grands cristaux isolés d'apparence monoclinique ayant jusque trois à quatre centimètres de longueur.

1. — Action du bromure d'éthyl-magnésium.

La réaction est conduite à la manière habituelle. Le nitrile dissous dans son poids d'éther est introduit lentement dans la combinaison magnésienne; la réaction est très vive, mais on n'observe pas de dégagement gazeux.

Après décomposition par l'eau l'éther n'extrait aucun produit; la base formée se trouve donc sous forme de sel, à l'état de bromhydrate. L'addition de soude caustique permet de l'extraire et la distillation de l'extrait étheré fournit un seul produit qui bout à 188°.

C'est le diméthyl-éthyl-pipérido-méthane :



Dosage d'azote :

S.	V.	H.	t.	N %	N % calculé.
0,1630	12,8 cc.	760	14°	9.28	9.03

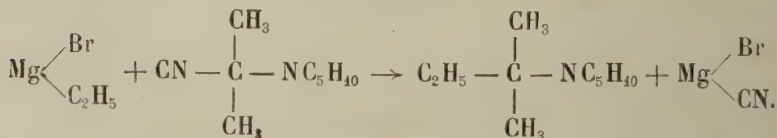
Ce produit accuse les constantes suivantes :

$$\begin{array}{l} D_{20/4} = 0,8608, \\ RM_D = 49.23. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} N_{D20} = 1.4593, \\ \text{La réfraction moléculaire} \\ \text{calculée est } 49.27. \end{array}$$

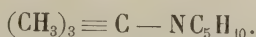
La réfraction moléculaire calculée est 49.27.

La réaction peut donc être formulée de la façon suivante :



2. — Action du bromure de méthyl-magnésium.

La réaction est conduite comme la précédente et l'on obtient avec un rendement un peu plus faible le triméthyl-pipérido-méthane :



Ce produit bout fixe à 166° sous 763 millimètres. Comme le précédent, il est peu soluble dans l'eau, miscible à l'alcool et à l'éther.

$$D_{20}^{20} = 0.8465,$$

$$N_{D_{20}} = 1.4532,$$

$$RM_D = 45.04.$$

La valeur calculée est 45,12.

Le dosage d'azote donne le résultat suivant :

S.	V.	H.	t.	N %	N % calculé.
0,175	15,4 cc.	758	17°	10.22	9.92

Le chloroplatinate, qui cristallise sous forme de fines aiguilles jaune d'or, fond à 235° en se décomposant.

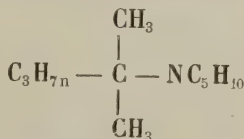
Dosage de Pt. :

S.	Pt	Pt %	Pt % calculé.
0,4002	0,1100	27.4	27.1

La réaction se fait donc ici également suivant le même schéma.

3. — Action du bromure de propyl-magnésium.

On obtient facilement le produit de synthèse, homologue des précédents; le diméthyl-propyl-pipérido-méthane :



qui bout à 205°-207° sous 759 millimètres

$$D_{20}^{20} = 0.8517,$$

$$N_{D_{20}} = 1.4592,$$

$$RM_D = 54.28.$$

La valeur calculée est 54,36.

Voici le résultat du dosage d'azote :

S.	V.	H.	t.	N %	N % calculé.
0,1770	12,8 cc.	768	22°	8.32	8.22

Le chloroplatinate, qui se présente sous forme de petits prismes de la couleur du bichromate de potassium, fond à 221° en se décomposant.

Dosage de Pt :

S.	Pt	Pt %	Pt % calculé.
0,3616	0,0939	26.5	26.1

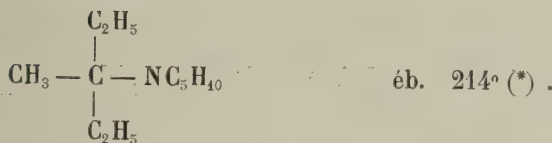
On peut dresser maintenant la série suivante des produits d'alkylation de l'éthyl-pipéridine :

$\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{NC}_5\text{H}_{10}$	éb. 128°-129° (*)
$\begin{array}{c} \text{CH}_3 - \text{CH} - \text{NC}_5\text{H}_{10} \\ \\ \text{CH}_3 \end{array}$	éb. 144°-150° (**)
$\begin{array}{c} \text{CH}_3 - \text{CH} - \text{NC}_5\text{H}_{10} \\ \\ \text{C}_2\text{H}_5 \end{array}$	éb. 175°-176° (***)
$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ \\ \text{CH}_3 - \text{C} - \text{NC}_5\text{H}_{10} \\ \\ \text{CH}_3 \end{array}$	éb. 166°
$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ \\ \text{CH}_3 - \text{C} - \text{NC}_5\text{H}_{10} \\ \\ \text{C}_2\text{H}_5 \end{array}$	éb. 188°

(*) Bull. Acad. roy. de Belg., 1924, p. 130.

(**) Ibid., 1924, p. 130.

(***) Ibid., 1924, p. 136.



B. — LE NITRILE DIMÉTHYLAMINO-ISOBUTYRIQUE.

1. — Action du bromure de méthyl-magnésium.

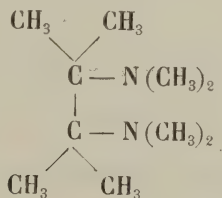
La réaction conduite à la façon habituelle est accompagnée d'un notable dégagement gazeux, correspondant à 13 litres environ par molécule-gramme de nitrile.

Après décomposition par l'eau et alcalinisation, on extrait à l'éther. La distillation de l'extrait éthéré fournit un seul produit qui bout fixe à 149° sous 767 millimètres. Les eaux de la réaction sont, comme dans les cas précédents, riches en cyanure.

Le dosage d'azote par la méthode Dumas donne le résultat suivant :

S.	V.	H.	t.	N %.
0,4810	25,0 cc.	763	14°	16,43

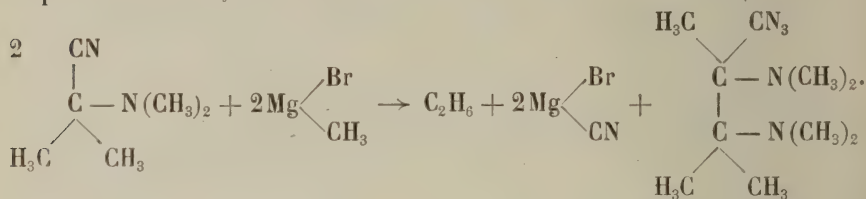
La valeur calculée pour la diamine :



est 16.27 %.

(*) *Bull. Acad. roy. de Belg.*, 1925, p. 269.

C'est par la formation de cette diamine que s'explique le notable dégagement gazeux observé. La réaction peut s'interpréter de la façon suivante :



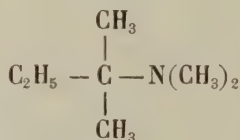
Le rendement en diamine atteint 67 % (1).

Il est intéressant de constater l'identité de la température d'ébullition de ce corps avec celle de la tétraméthyl-éthylène-diamine.

2. — Action du bromure d'éthyl-magnésium.

La réaction conduite comme précédemment fournit de nouveau la diamine avec un rendement de 69 %.

Nous avons isolé également, mais en quantité extrêmement minime, un produit bouillant vers 115°. Dans le but de chercher à en obtenir davantage, l'opération a été recommencée en diluant fortement le nitrile et en maintenant le mélange en réaction dans la glace. On pouvait espérer favoriser ainsi la réaction synthétique normale. C'est bien ce qui se produit; on arrive à isoler ainsi, à côté de la diamine, le diméthylamino-diméthyl-éthyl-méthane :



avec un rendement de 15 % environ.

(*) Ce produit a été détruit dans l'incendie du laboratoire en février 1925, et nous n'avons pu en déterminer les constantes physiques.

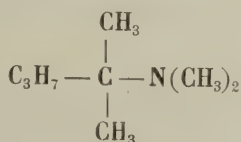
Pour obtenir cette base à l'état de pureté, nous avons été obligé de la transformer en chlorhydrate et de la régénérer ensuite par la potasse caustique. Après dessiccation, elle bout à 117°-118° sous 761 millimètres.

Le dosage d'azote donne le résultat suivant :

S.	V.	H.	t.	N%	N% calculé.
0.1890	20,8 cc.	760.1	10°	12.7	12.17

3. — Action du bromure de propyl-magnésium.

Dans cette réaction on isole, à côté d'une faible quantité de la diamine obtenue déjà dans les opérations précédentes, le diméthyl-amino-diméthyl-propyl-méthane :



avec un rendement de 20 % environ.

Ce produit bout à 138°-139°. Il est peu soluble dans l'eau, miscible complètement à l'alcool et à l'éther.

$$D_{20|_4} = 0,7950.$$

Le dosage d'azote donne un résultat assez concordant :

S.	V.	H.	t.	N%	N% calculé.
0,152	14,6 cc.	762	20°	11.06	10.85

Son chloroplatinate se présente sous forme de fines aiguilles jaunes, fusibles à 230° en se décomposant.

Dosage de Pt :

S.	Pt	Pt %	Pt % calculé.
0,2942	0,0875	29.7	29.4

En résumé, les réactions que nous avons observées se ramènent aux deux types décrits par M. Bruylants : dans la plupart des cas, le groupe nitrilique est substitué par le radical hydrocarboné de la combinaison magnésienne, ou bien il se forme l' α -diamine résultant de l'union de deux molécules avec élimination des deux groupes nitriliques.

Louvain. Laboratoire de Chimie générale
de l'Université.

PHYSIOLOGIE. — La Chronaxie du cœur isolé de la tortue, irrigué par des liquides de Ringer de pH différents (*),

par HENRI FREDERICQ,

[Travail de l'Institut Léon Fredericq, Physiologie, Liège (**)].

Des travaux antérieurs m'ont conduit à mesurer par les méthodes chronaximétriques l'excitabilité du cœur isolé de divers animaux (12, 16, 17, 18, 19). Avant d'être poursuivies, ces recherches me commandaient de préciser l'influence des conditions expérimentales sur ce genre de déterminations.

J'avais montré déjà qu'une augmentation de la pression intracardiaque réduit la chronaxie du cœur de la Tortue (12). *La réaction actuelle* du milieu cardiaque est certes aussi une des conditions qui devaient être envisagées en premier lieu. J'ai donc tenté de déterminer dans quelle mesure le pH des liquides de perfusion peut altérer la chronaxie du cœur. La solution de cette question, dont l'intérêt pratique pour l'expérimentateur saute aux yeux, allait peut-être acquérir une importance d'ordre plus général, en vertu de considérations théoriques que j'exposerai plus loin.

(*) Ce travail a fait l'objet d'une note préliminaire présentée à la Société belge de Biologie, le 27 juin 1925.

(**) Présenté par M. J. Bordet.

TECHNIQUE DES EXPÉRIENCES. — *Cœur isolé de Tortue terrestre.*

— Perfusion alternative de liquides de Ringer de pH différents par le moyen d'une canule de verre introduite dans la veine cave hépatique. Les autres veines sont liées au voisinage du cœur. Les aortes, sectionnées en travers, laissent échapper le liquide à l'extérieur. Pression du liquide : 25 centimètres d'eau (flacons de Mariotte).

Composition du liquide de Ringer (dans la généralité des expériences) :

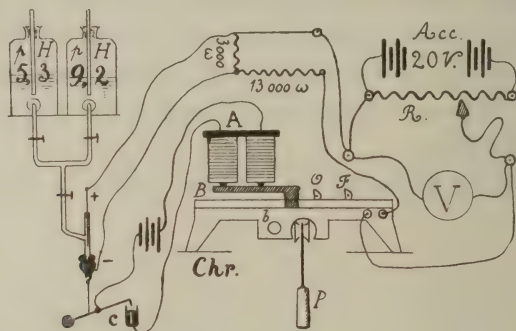
NaCl	6.5
KCl	0.1
NaHCO ₃	0.2
CaCl ₂	0.2
Eau distillée	1000

Dans une expérience, le « tamponnement » du liquide fut réalisé, non par du bicarbonate de soude, mais par du phosphate disodique à la concentration de 0.02 ‰, pour tâcher, lors des variations du pH, d'influencer différemment le degré de dissociation des ions calciques. On connaît l'importance de l'action cardiaque du calcium.

Les variations du pH furent obtenues par addition de soude ou d'acide chlorhydrique dilués. Le choix de ces corps me fut dicté par la nécessité de ne pas introduire dans la solution des ions étrangers susceptibles d'exercer une action spécifique perturbatrice. D'autre part, grâce aux bases et aux acides forts, on réalise des variations étendues du pH au moyen de quantités de réactifs pondéralement insignifiantes, d'où action négligeable sur la pression osmotique. Le contrôle du pH se fit par la méthode des indicateurs colorés de Clark et Lubs.

Mesure de la chronaxie ventriculaire (voir figure). — Emploi de courants constants de fermeture; comme dans mes travaux précédents, le dispositif comprend une batterie d'accumula-

teurs de 20 volts (Acc.), un réducteur de potentiel (R), un voltmètre (V), et un chronaximètre de Lapique (Chr).



L'électrode active (pôle négatif) est au cœur : c'est un mince fil d'argent passé en séton dans la paroi ventriculaire. L'électrode indifférente (+) est représentée par la masse même du liquide de perfusion. Dans le circuit de décharge, on intercale, comme d'habitude, une forte résistance en série (7,000, 10,000 ou 13,000 ohms) et éventuellement un shunt de 3,000 ohms, pour rendre négligeables les variations possibles de la résistance électrique des tissus et des liquides qui les baignent.

Des extrasystoles de fermeture sont provoquées au début de la diastole. Dans les mesures de l'excitabilité cardiaque, on a insisté souvent sur la nécessité de stimuler l'organe toujours rigoureusement au même « temps » de la révolution cardiaque. L'excitabilité du myocarde subit en effet des variations cycliques dont l'apparition périodique de la période réfractaire est le témoignage le plus évident. Des appareils ont été imaginés pour permettre de lancer les courants générateurs d'extrasystoles toujours au même moment de la diastole. J'ai déjà eu l'occasion de dire (17) que je ne les crois pas absolument indispensables : l'expérience m'a convaincu que l'attention et l'habitude suppléent à leur emploi, sans que le facteur subjectif incriminé, selon moi plus théorique que réel, paraisse devoir altérer les résultats numériques cherchés. Qu'on ne perde pas de vue que

l'approximation des mesures de chronaxie au chronaximètre est de 0,5 millième de seconde !

Cependant, soucieux de ne pas prêter à la critique des esprits épris de minutieuse précision, j'ai réalisé une adjonction, très simple d'ailleurs, au chronaximètre de Lapique : à l'exemple du Bathmomètre de Cousy et Noyons (7), ce dispositif force le cœur à fermer lui-même le circuit qui l'excite, et ce toujours au même moment de la révolution cardiaque. En se contractant, le cœur ferme une clé à mercure *C* comprise dans le circuit d'un électro-aimant *A*, lequel retient la barre horizontale mobile *B* du chronaximètre. A ce moment, on agit sur le bouton *b* qui immobilise cette barre dans l'appareil original de Lapique. Le mouvement de la barre ne se déclenche cependant pas tout de suite, comme ce serait le cas dans le fonctionnement normal, car le circuit de l'aimant vient d'être fermé. Mais quand le cœur se relâche, ce circuit s'ouvre, et la barre est libérée ; entraînée par le poids *P*, elle tourne autour de son axe vertical et vient abattre successivement les deux contacts de fermeture et de rupture (*F* et *O*) qui servent à doser la durée du passage du courant excitant et à mesurer la chronaxie. La clé à mercure est réglée de telle sorte que le courant excitant soit lancé toujours au début de la diastole. Lors des mesures de rhéobase, il s'agit de réaliser un courant de longue durée : un butoir spécial empêche alors la barre mobile d'abattre le contact de rupture ; seul le contact de fermeture fonctionne. La rupture est obtenue ensuite par une manœuvre manuelle.

RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX.

La comparaison de l'action cardiaque des liquides de Ringer acide, neutre et alcalin, m'a tout d'abord permis de confirmer des observations antérieures de Mines (27), de Salant et Johnston (28), d'Andrus (1) et d'Andrus et Carter (3) : en général, dans les liquides alcalins, le tonus cardiaque est plus marqué,

les contractions sont plus énergiques et souvent plus fréquentes. L'inverse survient si la concentration en ions H augmente.

Les limites de pH entre lesquelles j'ai maintenu mes liquides de perfusion sont $\text{pH} = 5$ et $\text{pH} = 9.2$. Cette marge est différente de celles que Clark (6) et Burridge (5) ont fixées comme limites du fonctionnement normal du cœur de la Grenouille (Clark : $\text{pH} =$ de 6 à 10; Burridge : $\text{pH} =$ de 7 à 12).

Si le pH tombe sous 5.2 à 5.5, on s'expose à voir apparaître de telles irrégularités du rythme (rythme couplé, extrasystoles, arythmie non systématisée, block complet ou incomplet) que la production des extrasystoles artificielles devient très incertaine et la mesure de la chronaxie, impossible.

Quant à la mesure de la chronaxie, qui constitue le véritable but du présent travail, on constate que cette valeur augmente dans les milieux acides, diminue dans les liquides alcalins. Il n'y a à cette règle que de rares exceptions.

A titre d'exemple, je résume ci-après le protocole de quelques expériences :

1° Comparaison d'un liquide alcalin ($\text{pH} = 9$ et 8.9) et d'un liquide acide ($\text{pH} = 5.6$ et 5.8), tamponnés par le bicarbonate de soude.

Expérience n° 19, du 16 juin 1925.

Cœur isolé de Tortue. Shunt de 3,000 ohms dans le circuit d'excitation.
Au début, pas de résistance en série.

Heures.	pH.	Rhéobase (volts).	Chronaxie (mill. de seconde).	2 ^e mesure de la rhéobase.	Observations.
9h 25	9	0,4	10,5	0,4	
	9	0,4	11	0,4	
	9	0,4	12	0,4	
	9	0,4	12,5 (2 mesures)	0,4	

irrigué par des liquides de Ringer de pH différents.

Heures.	pH.	Rhéobase (volts).	Chronaxie (mill. de seconde).	2 ^e mesure de la rhéobase.	Observations.
9 ^h 47	5,6	0,5	20	0,5	Tonus diminué, 20 pulsations régulières, énergiques, par minute.
	5,6	0,9	19,5	0,9	
10 ^h 25	8,9	0,5	11,5 (2 mesures)	0,5	Tonus augmenté, 20 pulsations.
10 ^h 37	5,8	0,7	16,5	0,7	Tonus diminué, 22 pulsations.
	5,8	0,7	15,5 (2 mesures)	0,7	
10 ^h 50	8,9	0,6	10	0,6	24 pulsations régulières.

Introduction de 40,000 ohms en série dans le circuit d'excitation, conservation du shunt de 3,000 ohms.

11 ^h 10	8,9	4,1	10	4,1	24 pulsations régulières.
	5,8	5,6	10	5,6	Tonus diminué, 24 pulsations régulières par minute.

2° Comparaison d'un liquide alcalin (pH = 9.2) et d'un liquide acide (pH = 5.6), tamponnés par le phosphate disodique.

Expérience n° 25, du 19 juin 1925.

Cœur isolé de Tortue. 13,000 ohms en série, 3,000 ohms en shunt.

Heures.	pH.	Rhéobase (volts).	Chronaxie (mill. de seconde).	2 ^e mesure de la rhéobase.	Observations.
15 ^h 15	9,2	1,8	12	1,8	22 pulsations régulières par minute.
15 ^h 45	5,6	2	15,5	2	Tonus légèrement diminué. 20 pulsations régulières.
16 ^h	9,2	2	8,5	2	Tonus légèrement augmenté. 20 pulsations régulières.

3° Comparaison d'un liquide alcalin ($\text{pH} = 9.2$) et d'un liquide voisin de la neutralité ($\text{pH} = 7$), tamponnés par le bicarbonate de soude.

Expérience n° 21, du 17 juin 1925.

Cœur isolé de Tortue. 13,000 ohms en série, 3,000 ohms en shunt.

Heures.	pH.	Rhéobase (volts).	Chronaxie (mill. de seconde).	2 ^e mesure de la rhéobase.	Observations.
9 ^h 45	7	2.9	14 (2mesures)	2.9	28 pulsations assez régulières.
10 ^h 10	9.2				Légère augmentation de tonus. 28 pulsations régulières.
10 ^h 15	9.2	2.4	16	2.4	
10 ^h 20	9.2	2.4	13.5	2.4	
10 ^h 25	9.2	2.4	11	2.4	
10 ^h 30	9.2	2	12 (2mesures)	2	
10 ^h 35	7				Diminution de tonus. 24 pulsa- sations régulières.
10 ^h 50	7	2.7	13	2.7	
10 ^h 58	7	2.1	15.5	2.1	
11 ^h	9.2				Tonus augmenté. 28 à 32 pulsa- tions régulières.
11 ^h 10	9.2	2.1	16.5	2.1	
11 ^h 30	9.2	2.5	11	2.5	
11 ^h 40	9.2	2.3	11.5	2.3	24 pulsations par minute.

irrigué par des liquides de Ringer de pH différents.

4° Comparaison d'un liquide acide (pH = 5.3 et 5.4) et d'un liquide neutre (pH = 7.2), tamponnés par le bicarbonate de soude.

Expérience n° 23, du 17 juin 1925.

Cœur isolé de Tortue. 13,000 ohms en série, 3,000 ohms en shunt.

Heures	pH.	Rhéobase (volts).	Chronaxie (mill. de seconde).	2 ^e mesure de la rhéobase.	Observations.
17h30	7.2	2.9	8	2.9	28 pulsations régulières.
17h45	5.3	2.1	15	2.1	Tonus diminué. 28 pulsations irrégulières, puis 16 pulsations peu régulières.
17h55	7.2	3.1	8.5	3.1	26 pulsations régulières.
18h5	5.4	2.3	15	2.3	Tonus diminué. 18 pulsations assez régulières. Puis arythmie, puis 10 pulsations plus ou moins régulières par minute.

On voit que dans toutes ces recherches, la chronaxie du cœur s'allonge quand la concentration en ions d'hydrogène s'élève, et inversement. Ces modifications sont réversibles. Sur neuf expériences, du même type, sept donnèrent des résultats concordants. Dans une expérience, les différences de chronaxie furent insignifiantes et restèrent dans les limites de l'approximation (9σ pour un pH de 5.3 et 9.5σ pour un pH de 7.4). Dans un autre cas, au contraire, on observa des résultats nettement aberrants : 4.5 et 5σ pour un pH de 7.4; 3.5 et 2.5σ pour un pH de 5. J'ignore la raison de ces deux exceptions à la règle générale. Peut-être la deuxième est-elle due à l'emploi d'un liquide dont le pH est tellement bas qu'il s'écarte des limites d'un fonctionnement relativement normal.

En terminant ce compte rendu de mes expériences, je signa-

lerai que, dans la plupart d'entre elles, j'ai vérifié le pH du liquide recueilli aux aortes après circulation dans les cavités cardiaques : celui-ci ne se montra pas modifié. Chez la Tortue, le travail du cœur ne paraît donc pas avoir une bien grande influence sur la réaction des liquides de circulation. Il n'est pas impossible d'ailleurs que les résultats ne fussent autres s'il était fait usage de méthodes plus précises de mesure du pH. La récolte du liquide à la sortie du cœur exige d'ailleurs certaines précautions : elle doit être directe, aux aortes, si l'on veut éviter que le liquide, ruisselant en nappes minces sur le cœur ou sur les parties d'instruments situés plus bas, ne perde du CO^2 et ne voie son pH se relever.

DISCUSSION DES RÉSULTATS.

Le fait que l'augmentation de la concentration en ions d'hydrogène allonge la chronaxie du cœur isolé de la Tortue présente un intérêt pratique évident : dans toutes les mesures de chronaxie, notamment dans les recherches pharmacodynamiques, il devra être tenu compte de ce facteur.

Quant à son intérêt théorique, il n'apparaîtra que si nous arrivons à dégager les rapports qui le lient à d'autres manifestations connues de l'activité cardiaque.

Lapicque et ses collaborateurs se sont attachés depuis longtemps à collectionner les exemples de variations parallèles de la chronaxie et d'autres valeurs chrono-physiologiques : vitesse de conduction nerveuse ou intracardiaque, durée de la variation négative, de la contraction musculaire, de la période latente, etc. Existe-t-il, sous l'influence des altérations du pH, des modifications dans la durée de certaines manifestations cardiaques? S'opèrent-elles dans le même sens que celles de la chronaxie? C'est ce que nous allons examiner en deux mots :

Mines (27) a noté que chez la Grenouille, une diminution de la concentration en ions d'hydrogène a pour effet d'augmenter

la vitesse de la conduction auriculo-ventriculaire, avec raccourcissement de l'espace P-R de l'électrocardiogramme, de réduire la durée de l'électrocardiogramme ventriculaire, ainsi que celle du « temps perdu » ou intervalle qui sépare le début de l'électrocardiogramme de celui du mécanogramme. De Burgh Daly et A.-J. Clark font des constatations analogues chez la Grenouille en ce qui concerne la vitesse de la conduction auriculo-ventriculaire et la durée de l'électrocardiogramme (9).

Andrus et Carter (3) signalent aussi l'accélération de la conduction auriculo-ventriculaire de la Tortue et du Chien, et Drury et Andrus (2), (10), (11), celle de la conduction intra-auriculaire du Lapin, dans les solutions les plus alcalines. DALE et THACKER font les mêmes observations sur la conduction sino-auriculaire et auriculo-ventriculaire de la Grenouille (8). Les recherches de ces auteurs sont donc en accord, dans le cadre des idées de Lapicque, avec mes observations actuelles. Mais ces coïncidences ne sont évidemment pas encore suffisantes pour qu'on songe à constituer une théorie.

On pourrait être tenté de rapprocher l'allongement de la chronaxie en milieu acide du ralentissement du rythme cardiaque signalé par plusieurs chercheurs et confirmé par moi-même. Mais, outre que cet effet sur le rythme est inconstant (voir expériences n^{os} 19 et 23), j'ai déjà eu l'occasion de montrer (18) qu'une relation ferme ne peut être établie entre la fréquence des contractions et les valeurs chronaxiques.

En effet, la chronaxie du cœur est allongée par les dérivés quiniques (19) qui modèrent le rythme cardiaque (20), mais aussi sous l'influence de la faradisation des nerfs accélérateurs (15), ou sous l'influence de l'action de l'adrénaline, de la caféine (18), de la digitaline (25, 26), de l'atropine (30), de la cocaïne (30), qui l'accélèrent. Comme l'alcalinisation, l'hyperpression intraventriculaire réduit la chronaxie et accélère le cœur (12); mais la chronaxie varie dans le même sens sous l'influence de la choline, de la bétaine, de l'acétylcholine, de

la pilocarpine (18), de l'ésérine (30) et de la faradisation du vague, qui modèrent au contraire le rythme (13, 14, 24). Soumis à l'action de différents agents, la chronaxie et le rythme sont donc loin de varier toujours dans le même sens.

Quant à l'action du pH sur la chronaxie même du cœur, elle peut être rapprochée de l'allongement *probable* (*) de la chronaxie musculaire dans la fatigue (qui accumule de l'acide lactique), mais elle est plutôt en désaccord avec des observations publiées par Bourguignon, Turpin et Guillaumin (4), selon lesquelles, chez l'homme, l'alcalose sanguine de la tétanie expérimentale par hyperpnée allonge la chronaxie des muscles explorés au point moteur (**).

L'examen de mes protocoles d'expériences montre que, dans certaines d'entre elles tout au moins, l'action des ions H sur la chronaxie ne fut pas instantanée (voir exp. n^{os} 19 et 21) : le cœur traverse une période d'incertitude avant que son excitabilité ne se stabilise. Les choses se passent comme si les changements dans la concentration des ions H faisaient sentir leurs effets, non pas à la surface des cellules, mais dans le protoplasme même, dont la pénétration est sans doute assez lente : une adsorption positive ou négative donnerait des variations bien plus rapides.

Mais il est prématuré de donner une explication physico-chimique des faits observés, et celle qu'on pourrait être tenté *a priori* de construire ne serait pas vérifiée par l'expérience : s'il est vrai, comme l'affirment de nombreux auteurs, que l'aci-

(*) *Probable*, car la fatigue allonge les trois phases (période latente, énergie croissante, énergie décroissante) des courbes myographiques de la secousse musculaire.

(**) Dans l'alcalose par hyperpnée volontaire, comme dans la tétanie clinique, la rupture de l'équilibre acide-base n'est pas la seule altération que montre le sang : il y a, par exemple, une chute de la teneur en Ca ionisé et une diminution du taux de l'hydrémie (27). C'est peut-être à une raison de ce genre qu'on doit attribuer le manque de correspondance entre mes résultats obtenus sur le cœur et ceux que Bourguignon et ses collaborateurs recueillent au niveau des muscles volontaires.

dité du milieu favorise l'imbibition des tissus (*), et s'il est exact aussi, comme l'ont montré L. et M. Lapicque (21, 22, 23), que les substances qui accentuent l'imbibition sont celles qui raccourcissent la chronaxie (sans doute parce qu'elles augmentent la perméabilité des membranes et favorisent ainsi la rapidité des échanges ioniques que suppose la théorie Nernstienne de l'excitation), on devrait s'attendre à voir la chronaxie diminuer en milieu acide, et s'allonger en milieu alcalin. C'est précisément le contraire qu'on observe. Si nous ne savons quel est le mécanisme physico-chimique de l'action des variations du pH sur l'excitabilité, au moins savons-nous ce qu'il ne peut être.

*
* * *

Les résultats qui sont analysés ici furent obtenus par la technique que j'ai décrite, celle des circulations artificielles. Dans une première série d'expériences, j'avais cru pouvoir me contenter d'une technique plus expéditive, qui m'avait souvent donné de bons résultats, notamment dans mes recherches relatives à l'action de divers poisons sur la chronaxie du cœur (18), ainsi que dans celles relatives à la transmission humorale de l'action bathmotropique des nerfs du cœur (16, 17) : le cœur, séparé du corps, d'une Grenouille ou d'une Tortue est partiellement immergé dans du liquide de Ringer de composition variable. Il s'y contracte spontanément et s'imbibe du liquide dont on étudie l'action. Appliquée à l'étude de l'action du pH sur la chronaxie, cette méthode simplifiée ne me conduisit qu'à des constatations incohérentes. Certes, les variations de chronaxie sont considérables, si le cœur passe successivement dans des liquides alcalins ou acides, mais ces variations n'ont rien de systématique et sont dépourvues de tout rapport avec

(*) L'examen de la bibliographie montre que cette question est entourée encore de bien des incertitudes et des contradictions.

le pH du liquide employé. C'est ainsi qu'au cours d'une même expérience sur le cœur isolé de la Tortue (n° 10, 4 juin 1925), j'ai observé dans un liquide dont le pH était 7.2 des chronaxies successives de 2.5, 6, 4, 3 et 5, et dans le liquide dont le pH était 5.2, des chronaxies de 3, 5, 4, 4 et 5.5. Je pourrais multiplier ces exemples.

J'attribue mes échecs dans la recherche d'une systématisation des résultats au fait que la méthode d'imbibition n'assure pas, comme celle des circulations, un lavage convenable de l'organe : dans les cryptes myocardiques, des humeurs organiques peuvent stagner, qui, par les substances-tampons qu'elles renferment, font que la concentration en ions H n'est pas la même au contact des cellules, là où doit se manifester son action, et dans la masse du liquide employé, là-même où nous pouvons mesurer sa valeur, pour l'exprimer conventionnellement par le pH. Un autre inconvénient de la méthode d'immersion réside dans le fait que le liquide de Ringer est contenu dans des récipients ouverts et que par sa large surface, il perd du CO² dans l'air atmosphérique. D'où instabilité de son pH et incertitude de la chronaxie.

CONCLUSIONS.

Dans le cœur isolé de la Tortue, irrigué artificiellement, la chronaxie s'allonge quand la concentration en ions H du liquide de perfusion s'élève. Elle diminue dans le cas contraire. Ces modifications sont réversibles. Contrairement à cette méthode des circulations, la méthode d'immersion, appliquée à l'étude du pH, ne donne que des résultats incohérents.

Mes observations sont en accord avec la diminution en milieu alcalin et l'allongement en milieu acide, du temps de conduction auriculo-ventriculaire, du temps de conduction intra-auriculaire, de la durée de l'électrocardiogramme ventriculaire, du temps perdu entre le début de l'électrocardiogramme et celui du mécano-

gramme, signalés respectivement par Mines, Andrus, Carter et Drury. On ne peut, par contre, établir de relation constante entre les effets des variations de pH sur la fréquence du rythme cardiaque et sur la chronaxie.

L'action des variations du pH sur la chronaxie n'est pas instantanée, comme ce serait le cas si des phénomènes d'adsorption étaient seuls en jeu : il faut au cœur une certaine période d'adaptation. Il est vraisemblable que l'action des ions H n'est pas superficielle, mais profonde, endocellulaire.

Une explication des faits, basée sur des variations de perméabilité des membranes et de l'imbibition, conditionnées par les changements que subit le pH, ne paraît pas actuellement possible.

Dans toute les expériences, le pH du liquide de Ringer ne fut pas modifié par le fait de son passage à travers le cœur.

BIBLIOGRAPHIE.

1. ANDRUS, *Alterations in the activity of the terrapin's heart relative to slight changes in the pH of the perfusate.* (AMER. JOURN. OF PHYSIOL., 1919, XLVIII, 221.)
2. — *The effect of certain changes in the perfusate upon the isolated auricles of the rabbit.* (JOURN. OF PHYSIOL., 1924, LIX, 361.)
3. ANDRUS et CARTER, *The development and propagation of the excitatory process in the perfused heart.* (HEART, 1924, XI, 97.)
4. BOURGUIGNON, TURPIN et GUILLAUMIN, *Variations parallèles de la chronaxie et des caractères physico-chimiques du plasma sanguin au cours de la tétanie par hyperpnée volontaire chez l'Homme.* (C. R. Soc. Biol., 1925, XCII, 781.)
5. BURRIDGE, *On the H ion limits of cardiac activity.* (JOURN. OF PHYSIOL., 1920, LIII, proc. LX.)
6. CLARK, *The pharmacology of the snake's heart.* (JOURN. OF PHARMACOL. AND EXP. THERAP., 1913, IV, 425.)
7. COUSY et NOYONS, *L'irritabilité du cœur et le balancement des ions.* (ARCH. INTERNAT. PHYSIOL., 1922-1923, XX, 1.)
8. DALE, D. et THACKER, *H ion concentrations limiting automaticity in different regions of the frog's heart.* (JOURN. OF PHYSIOL., 1913-1914, XLVII, 493.)
9. DE BURGH DALY and CLARK, *The action of ions upon the frog's heart.* (JOURN. OF PHYSIOL., 1921, LIV, 367.)
10. DRURY, A. N. and COWLES ANDRUS, E., *The influence of H ion concentration upon conduction in the auricle of the perfused mammalian heart.* (HEART, 1924, XI, 389.)

11. — *The influence of H ion concentration upon conduction in the mammalian auricle.* (JOURN. OF PHYSIOL., 1923, LIX, proc. xli.)
12. FREDERICQ, HENRI, *Action de la distension mécanique des fibres du myocarde et des muscles striés sur leur chronaxie.* (BULL. ACAD. ROY. DE MÉD. DE BELG., 26 juillet 1924, et ARCH. INTERNAT. PHYSIOL., 1924, XXIII, 174.)
13. — *L'action bathmotrope du pneumogastrique cardiaque, appréciée chez le Chien par la mesure de la chronaxie du myocarde ventriculaire.* (BULL. ACAD. ROY. DE MÉD. DE BELG., 28 juin 1924, et ARCH. INTERNAT. PHYSIOL., 1924, XXIII, 168.)
14. — *L'action bathmotrope du pneumogastrique cardiaque, appréciée chez la Grenouille, par la mesure de la chronaxie du muscle ventriculaire.* (C. R. Soc. BIOL., 1924, XCI, 1171.)
15. — *L'action bathmotrope du sympathique cardiaque, etc.* (BULL. ACAD. ROY. DE MÉD. DE BELG., 1924, 735, et ARCH. INTERNAT. PHYSIOL., 1925, XXIV, 114.)
16. — *Le mécanisme humoral de l'action exercée par le pneumogastrique sur la chronaxie du myocarde, deux notes.* (C. R. Soc. BIOL., 1925, XCII, 208 et 462.)
17. — *Recherches chronaximétriques relatives au mécanisme humoral de l'action du vago-sympathique sur l'excitabilité du cœur des poikilothermes.* (BULL. ACAD. ROY. DE BELG. [Classe des Sciences], 1925, 51, et ARCH. INTERNAT. PHYSIOL., 1925, XXIV, 295.)
18. — *Action des poisons modificateurs du rythme cardiaque sur la chronaxie du ventricule.* (C. R. Soc. BIOL., 1925, XCII, 739.)
19. FREDERICQ, HENRI et LAPICQUE, MARCELLE, *Action de quelques dérivés quino-
léiques sur la chronaxie du myocarde.* (ARCH. INTERNAT. PHYSIOL., 1923, XXI, 354.)
20. FREDERICQ, HENRI et TERROINE, ÉMILE, *Sur l'action cardiaque des substances du
groupe de la quino-
léine.* (JOURN. PHYSIOL. ET PATH. GÉN., 1913, XV, 961.)
21. LAPICQUE, L., *Alcaloïdes et lipoides.* (C. R. Soc. BIOL., 1914, LXXVII, 285.)
22. LAPICQUE, L. et M., *Action de divers poisons musculaires alcaloïdes sur l'imbi-
bition du muscle.* (C. R. Soc. BIOL., 1914, LXXVII, 288.)
23. LAPICQUE, MARCELLE, *Corrélation entre l'imbibition du muscle et sa chronaxie.*
(C. R. Soc. BIOL., 1920, LXXXIII, 1033.)
24. LAPICQUE, M. et VEIL, C., *Modifications de la chronaxie du ventricule et du
faisceau auriculoventriculaire pendant l'excitation du pneumogastrique.*
(C. R. Soc. BIOL., 1924, XCI, 1907.)
25. LAPICQUE, MARCELLE, *Action comparée de la digitaline sur le faisceau auriculo-
ventriculaire, le ventricule et les muscles lents.* (C. R. Soc. BIOL., 1923, LXXXIX, 317.)
26. LAPICQUE, M. et GRUZEWSKA, Z., *Action de la digitaline sur la vitesse d'excita-
bilité du cœur.* (C. R. Soc. BIOL., 1911, LXX, 1033.)
27. MINES, *On functional analysis by the action of electrolytes.* (JOURN. OF PHYSIOL., 1913, XLVI, 188.)
28. SALANT, W. et JOHNSTON, *The response of the isolated frog heart to changes
in H ion concentration and adrenalin.* (JOURN. OF EXP. PHARM. AND EXP.
THERAP., 1924, XXIII, 373.)
29. TURPIN, R.-A., *La tétanie infantile.* Masson, Paris, 1925.
30. VEIL, C., *Excitabilité et conductibilité dans le cœur.* (THÈSE SCIENCES PARIS, 1919.)

Séance du 1^{er} août 1925.

M. Fr. Swarts, *directeur de la Classe.*

Sont présents : MM. Ch. Lagrange, J. Deruyts, Léon Frédéricq, A. Gravis, A. Lameere, Max Lohest, A. Demoulin, comte A. de Hemptinne, V. Willem, P. Stroobant, Ch. Julin, É. Marchal, J. Cornet, P. Nolf, E. van Aubel, *membres* ; Th. De Donder, O. Dony, *correspondants*, et le *Secrétaire perpétuel*.

Absences motivées : MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin, Massart, Rutot et Lecoinge, *membres*.

CORRESPONDANCE.

Sir Edwin Ray Lankester remercie l'Académie des félicitations qu'elle lui a adressées à l'occasion du cinquantième anniversaire de son élection à la Royal Society de Londres.

MM. M. Timmermans et J. Errera remercient l'Académie des Prix qu'elle leur a accordés.

M. Haumann remercie l'Académie de la subvention qu'elle lui a allouée.

M. le Ministre des Sciences et des Arts communique le procès-verbal de la deuxième session du Comité d'étude de la Réforme du Calendrier, de la Société des Nations. — Renvoi à M. Stroobant.

La Commission des Pêcheries de Californie offre d'échanger son *Bulletin* avec celui de l'Académie. — L'échange est accepté.

CONCOURS ANNUEL DE 1925.

La Classe a reçu en réponse à la première question (sciences mathématiques et physiques) un mémoire intitulé : *Méthodes invariantes dans la Géométrie infinitésimale des Surfaces*.

Ont été désignés pour faire rapport sur ce travail : MM. Demoulin et Deruyts.

En réponse à la septième question (sciences naturelles), la Classe a reçu deux mémoires portant respectivement pour devise : *Fuis la honte et l'horreur de vieillir les mains vides*, et *Suave est magno tollere acervo*.

Ont été désignés pour faire rapport sur ces deux travaux : MM. Cornet, Fourmarier et Rutot.

PRIX DE POTTER.

(2^e période, 1922-1924.)

Les jurys des prix de Mathématiques et de Biologie animale proposent de ne pas décerner les prix relatifs à ces sciences.

La Classe se rallie à ces propositions.

RAPPORTS.

De M. de la Vallée Poussin sur un mémoire de M. E. Barbette : *Démonstration du dernier théorème de Fermat*. Se ralliant à la proposition du rapporteur, la Classe décide que ce travail sera simplement déposé aux archives.

Note de M. S.-M. Lozanić sur la communication de M. Yovitchitch.

La communication de M. Mil. Z. Yovitchitch, publiée dans le *Bulletin de l'Académie royale de Belgique* (Classe des Sciences), 1924, n° 10, p. 465, a déjà été publiée par l'Académie yougoslave

(Rad, 228, 1923). J'envoie ici ma réponse à cette communication de M. Yovitchitch, dont le résumé suit :

« Les carbures d'hydrogène polymérisés ou condensés par électrosynthèse accusent à l'analyse élémentaire un déficit de carbone et d'hydrogène par rapport au poids de la substance analysée. Ainsi pour l'acétylène électro-polymérisé, ce déficit est de 28.34 pour cent. M. Jovičić (Yovitchitch) a cru être autorisé par ce fait à conclure à la transformation d'une partie du carbone acétylénique en quelque autre, ou quelques autres éléments inconnus sous l'influence de décharges électriques silencieuses. M. Jovičić a publié cette conclusion. Cependant il a été démontré que l'acétylène polymérisé par électrosynthèse ne donne lieu au déficit mentionné que lorsqu'il a été en contact avec l'air ou avec l'oxygène et que dans ce cas il accuse une augmentation de poids. Sans ce contact il n'y a ni augmentation de poids ni déficit à l'analyse élémentaire. Par conséquent, il est évident que l'acétylène électro-polymérisé absorbe l'oxygène et que c'est cet oxygène absorbé qui est la cause du déficit analytique. »

Rapport de M. A. de Hemptinne sur la lettre de M. Lozanić.

M. Lozanić nous signale que l'article publié par M. Yovitchitch dans les *Bulletins de l'Académie*, 1924, p. 465, a déjà été publié en 1923 par l'Académie yougoslave. M. Yovitchitch ignorait sans doute que l'Académie royale de Belgique ne publie que des choses inédites. Cette règle doit être observée même pour des publications faites dans une langue compréhensible seulement par un public scientifique limité. Il importe de le rappeler, car les commissaires ne peuvent dans ces conditions contrôler l'originalité des travaux envoyés à l'Académie.

La seconde partie de la lettre contient sous forme de note une critique du travail de M. Yovitchitch, que je propose de publier sous le titre : *Note de M. Lozanić sur la communication de M. Yovitchitch.*

Je crois utile de rappeler qu'à la fin de mon rapport sur le travail de M. Yovitchitch j'ai émis l'avis que les conclusions de l'auteur me semblaient prématurées et que, si je proposais l'impression dans les *Bulletins*, c'était pour attirer l'attention des chercheurs sur les effets si complexes de l'effluve électrique.

Rapport de M. Dony-Hénault sur la lettre de M. Lozanič.

Je ne puis que me rallier entièrement aux conclusions de M. de Hemptinne et proposer avec lui d'insérer la courte note de M. Lozanič dans les *Bulletins* de la Classe, puisqu'elle rectifie une communication de M. Yovitchitch publiée par notre *Bulletin*.

Il me semble voir que le professeur M. Lozanič communique les sources de son travail dans le tirage à part en langue yougoslave qu'il a joint à sa lettre et qui, malheureusement, me reste presque totalement incompréhensible. Il me semble donc qu'on pourra, en publiant le résumé de ce mémoire écrit par M. Lozanič, renvoyer à cette publication plus détaillée de l'auteur et que conservera notre Bibliothèque.

Comme M. de Hemptinne, nous estimons regrettable que M. Yovitchitch ait demandé l'insertion dans notre *Bulletin* d'un travail déjà publié; les observations de M. de Hemptinne à cet égard sont absolument opportunes et pertinentes.

Se ralliant à la proposition des rapporteurs, la Classe décide l'impression dans le *Bulletin* de la note de M. Lozanič.

TRAVAUX A L'EXAMEN.

Influence de la température sur la tension superficielle des liquides (deuxième communication), et *Recherches sur la tension superficielle des solutions des sels haloïdes des métaux alcalins*, par M. De Block; avec rapport favorable par MM. van Aubel et Verschaffelt. — Impression dans le *Bulletin*.

La Structure des tiges grimpantes comparée à celles des tiges dressées, par M^{lle} A. Roskam; présenté, avec rapport favorable, par M. Massart. — Impression dans les *Mémoires*.

Sur la force pondéromotrice, par M. Ch. Menges. — Renvoi à MM. De Donder et de la Vallée Poussin.

Les Stéréo-isomères du Chloro-iodo-éthylène, par MM. van de Walle et A. Henne; présenté, avec rapport verbal favorable, par M. Swarts. — Impression dans le *Bulletin*.

Quelques remarques complémentaires sur la théorie critique d'un mélange de n fluides, par J. Vorobeitchik; présenté, avec rapport favorable de M. De Donder. — Impression dans le *Bulletin*.

LECTURE.

Affinité spécifique de l'Électricité, par M. De Donder. — Impression dans le *Bulletin*.

UNION INTERNATIONALE DE LA CHIMIE PURE ET APPLIQUÉE; UNION
INTERNATIONALE D'ASTRONOMIE ET CONSEIL INTERNATIONAL DE
RECHERCHES.

MM. Swarts, Stroobant, et Pelseneer font rapport sur les dernières Assemblées de ces trois organismes scientifiques.

CÉLÉBRATION DU VINGT-CINQUIÈME ANNIVERSAIRE DE MARIAGE
DE LEURS MAJESTÉS LE ROI ET LA REINE.

La Classe décide de s'associer, par une souscription collective de ses membres, à la célébration de cet anniversaire.

COMMUNICATIONS ET LECTURES

CHIMIE-MATHÉMATIQUE. — Affinité spécifique de l'Électricité,

par M. TH. DE DONDER.

A diverses reprises (*) nous avons montré l'importance et la fécondité de la notion d'*affinité spécifique* en physico-chimie. Notre théorie générale s'applique sans difficulté à l'étude du courant électrique résultant de la différence d'affinités spécifiques du gaz électronique libre et du gaz électronique occlus dans un conducteur, en contact avec le premier. Le système considéré comprend donc deux phases; les électrons sont soumis à une vaporisation (ou condensation) *irréversible* ou réversible.

1. Désignons par (1) la phase du gaz électronique libre et par (2) la phase du gaz électronique occlus dans le conducteur.

Assimilons la phase (1) à un gaz parfait monoatomique; la masse atomique m est celle de l'électron. La charge négative de l'électron sera désignée par $-\epsilon$ (donc, ϵ est positif). Soit $n^{(1)}$ le nombre d'électrons contenus dans le volume $V^{(1)}$ de la phase (1). Désignons par $\varphi^{(1)}$ le niveau potentiel électrique (**) dans la

(*) Bull. Acad. roy. de Belgique (Classe des Sciences), 1922, 5^e série, 8, pp. 197 à 205. — Comptes rendus de l'Acad. des Sciences de Paris, 1925, 180, pp. 1334 et 1922. — Voir aussi la Note de G. VAN LERBERGHE, *L'Affinité et les Vitesses réactionnelles des Gaz parfaits et des Vapeurs*. (BULL. ACAD. ROY. DE BELGIQUE [Classe des Sciences], 1925, 5^e série, 9, pp. 241 à 248.)

(**) En réalité, ce niveau n'est pas le même en tous les points de la phase (1), à l'instant t considéré. On pourra considérer ici le symbole $\Phi^{(1)}$ comme représentant le niveau *moyen* dans cette phase; on pourrait aussi se limiter à l'étude d'une région suffisamment petite de la phase (1). Ces remarques s'appliquent aussi, en général, à la phase (2).

phase (1). Enfin, représentons par E l'énergie d'un électron au repos et au potentiel zéro. Ces notations étant adoptées, l'énergie $U^{(1)}$ de la phase (1) vaudra

$$U^{(1)} \equiv n^{(1)} \left(E - \varepsilon \Phi^{(1)} + \frac{3}{2} kT \right); \quad (1)$$

la pression $p^{(1)}$ du gaz électronique libre sera donnée par

$$p^{(1)} V^{(1)} \equiv n^{(1)} kT, \quad (2)$$

où $V^{(1)}$ est le volume de la phase (1).

L'entropie $S^{(1)}$ pourra s'écrire, grâce aux travaux de Tetrode et Sackur,

$$S^{(1)} \equiv n^{(1)} k \left(\frac{5}{2} + \log \frac{(2\pi m)^{3/2} k^{3/2}}{h^3} + \frac{1}{2} \log T - \log p^{(1)} \right), \quad (3)$$

où $h \equiv 6,54 \times 10^{-27}$ erg. séc. est la constante de Planck.

Il en résulte que le potentiel thermodynamique $H^{(1)}$ du gaz électronique libre s'écrira

$$\left. \begin{aligned} H^{(1)} &\equiv U^{(1)} - TS^{(1)} + p^{(1)} V^{(1)} \\ &\equiv n^{(1)} \left[E - \varepsilon \Phi^{(1)} - kT \log \frac{(2\pi m)^{3/2} k^{3/2} T^{3/2}}{h^3 p^{(1)}} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Sans faire d'hypothèse sur la phase (2), nous pourrions poser

$$H^{(2)} \equiv U^{(2)} - TS^{(2)} + p^{(2)} V^{(2)}. \quad (5)$$

Admettons que le potentiel thermodynamique de tout le système soit donné par

$$H \equiv H^{(1)} + H^{(2)}. \quad (6)$$

2. Par définition, l'affinité spécifique α du système vaut

$$\alpha \equiv - \left(\frac{\partial H}{\partial \xi} \right)_{p, T}, \quad (7)$$

où ξ indique le degré d'avancement de la vaporisation (irréver-

sible ou réversible) considérée. Cette transformation pourra s'écrire

$$\frac{dm^{(1)}}{mN} = \frac{dm^{(2)}}{-mN} = d\xi, \quad (8)$$

où $m^{(1)}$ est la masse de la phase (1) et $m^{(2)}$ la masse de la phase (2). Enfin, N est le nombre d'Avogadro.

On aura, en vertu de (7) et (8),

$$\mathcal{A} \equiv N \frac{H^{(2)}}{n^{(2)}} - N \frac{H^{(1)}}{n^{(1)}}. \quad (9)$$

Posons

$$\mathcal{A}^{(1)} \equiv -N \frac{H^{(1)}}{n^{(1)}} \quad \text{et} \quad \mathcal{A}^{(2)} \equiv -N \frac{H^{(2)}}{n^{(2)}}; \quad (10)$$

d'où

$$\mathcal{A} \equiv \mathcal{A}^{(1)} - \mathcal{A}^{(2)}. \quad (11)$$

Grâce à (4), on aura explicitement, pour l'affinité spécifique de la phase (1),

$$\mathcal{A}^{(1)} \equiv -N \left[E - \varepsilon \Phi^{(1)} - kT \log \frac{(2\pi m)^{3/2} k^{5/2} T^{5/2}}{h^3 p^{(1)}} \right]. \quad (12)$$

3. Si nous admettons que les électrons occlus dans le métal forment aussi *un gaz parfait*, on pourra écrire, pour l'affinité spécifique $\mathcal{A}^{(2)}$ de la phase (2),

$$\mathcal{A}^{(2)} \equiv -N \left[E - \varepsilon \Phi^{(2)} - kT \log \frac{(2\pi m)^{3/2} k^{5/2} T^{5/2}}{h^3 p^{(2)}} \right]; \quad (13)$$

d'où

$$\mathcal{A} \equiv \mathcal{A}^{(1)} - \mathcal{A}^{(2)} \equiv +N \left[\varepsilon (\Phi^{(1)} - \Phi^{(2)}) + kT \log \frac{p^{(2)}}{p^{(1)}} \right]. \quad (13')$$

Dans le cas de l'équilibre, c'est-à-dire où $\mathcal{A} \equiv 0$, on aura donc

$$\frac{p^{(2)}}{p^{(1)}} = e^{-\frac{\varepsilon (\Phi^{(1)} - \Phi^{(2)})}{kT}}. \quad (14)$$

En utilisant (2), la relation (14) devient

$$\frac{\frac{n^{(2)}}{V^{(2)}}}{\frac{n^{(1)}}{V^{(1)}}} = e^{-\frac{\varepsilon(\Phi^{(1)} - \Phi^{(2)})}{\kappa T}}. \quad (14')$$

Cette formule importante est souvent postulée sous le nom de *formule de Boltzmann*; on voit qu'elle ne s'applique ici qu'à des états d'équilibre ou, d'une manière plus précise, à des systèmes dont l'affinité spécifique est nulle.

4. Retournons au cas général où $\mathcal{A}$ est différent de zéro. Si nous admettons que tout électron (*) qui heurte la face du métal y pénètre, on obtient aisément, grâce à la théorie cinétique des gaz parfaits,

$$\hat{I} = \frac{p^{(1)} \varepsilon}{\sqrt{2\pi m \kappa T}} \quad (15)$$

pour la valeur absolue de l'intensité du courant électrique faisant passer les électrons de la phase (1) à la phase (2). Exprimons $p^{(1)}$ en fonction de $\mathcal{A}^{(1)}$, grâce à (12), puis substituons dans (15); d'où

$$\hat{I} = \varepsilon \frac{2\pi m \kappa^2}{h^3} T^2 e^{-\frac{\frac{\mathcal{A}^{(1)}}{N} + (\mathcal{E} - \varepsilon \Phi^{(1)})}{\kappa T}}. \quad (16)$$

Ce courant serait égal et de sens contraire à $\vec{I}$, portant les électrons de la phase (2) à la phase (1), dans le cas de l'équilibre, c'est-à-dire dans le cas où $\mathcal{A} \equiv \mathcal{A}^{(1)} - \mathcal{A}^{(2)} = 0$. Dans le cas de *non-équilibre*, on pourra (**) écrire

$$\vec{I} \equiv \varepsilon \frac{2\pi m \kappa^2}{h^3} T^2 e^{-\frac{\frac{\mathcal{A}^{(2)}}{N} + (\mathcal{E} - \varepsilon \Phi^{(2)})}{\kappa T}}. \quad (16')$$

(*) On pourrait introduire ici un facteur correctif.

(**) C'est la généralisation de la deuxième loi de Richardson $\vec{I} \equiv A T^2 e^{-\frac{B}{T}}$.

Remarquons qu'on aura toujours

$$\frac{\tilde{I}}{\bar{I}} = e^{-\frac{\mathcal{A}}{RT}} \quad (17)$$

où $R \equiv Nk$.

5. Si nous assimilons de nouveau les électrons de la phase (2) à un *gaz parfait*, nous pourrions appliquer la formule (14); alors, la relation (15) devient

$$\tilde{I} = \frac{\varepsilon p^{(2)}}{\sqrt{2\pi mk}} T^{1/2} e^{-\frac{\varepsilon(\Phi^{(2)} - \Phi^{(1)})}{kT}}; \quad (18)$$

cette expression présente une grande analogie formelle (*) avec la *première loi de Richardson* :

$$\tilde{I} \equiv a T^{1/2} e^{-\frac{b}{T}} \quad (18')$$

6. REMARQUE. — Les considérations précédentes pourraient s'étendre au cas de la *vaporisation de la lumière*; chaque lumière (composante ou constituante) dont la fréquence est comprise entre ν et $\nu + \delta\nu$ serait considérée comme un gaz parfait; mais ici on devrait, dans (1), poser (**) $E - \varepsilon\Phi^{(1)} \equiv \frac{3}{2}kT$; d'où $\delta U_\nu \equiv 3kT\delta n_\nu$; on en déduira $\delta U_\nu = 3V\delta p_\nu$, ce qui est conforme à la loi de Maxwell.

Nous comptons revenir sur ce sujet dans un autre travail.

(*) Ce résultat a été obtenu, par une autre voie, par VON LAUE, dans son important mémoire : *Thermodynamik der Glühelctronen* (voir spéc. p. 467). Ce mémoire figure dans le HANDBUCH DER RADIOLOGIE VI, paru, en 1924, à Leipzig.

(**) Cette hypothèse pourrait être justifiée grâce à la Relativité.

PHYSICO-CHIMIE. — Recherches sur la tension superficielle des solutions aqueuses des sels haloïdes des métaux alcalins,

par F. DE BLOCK, assistant à l'Université de Gand (*).

L'étude de la tension superficielle (T. S.) des solutions aqueuses des sels inorganiques et, en particulier, des sels haloïdes, a fait l'objet de nombreuses recherches depuis bientôt quarante ans.

Si j'ai repris un sujet aussi travaillé, c'est à la suite du mémoire remarquable de F. M. Jaeger (*) sur la T. S. et l'énergie superficielle moléculaire d'un grand nombre de corps organiques et inorganiques, où l'on trouve notamment les T. S. des sels haloïdes des métaux alcalins à l'état fondu. Il me paraissait, en effet, intéressant de comparer les valeurs obtenues par F. M. Jaeger pour la T. S. des sels au-dessus du point de fusion, à celles obtenues à température ordinaire, par extrapolation des courbes (T. S. — Concentration) des solutions salines jusqu'à la concentration 100 %, valeurs qui exprimeraient les T. S. des sels au-dessous du point de fusion, c'est-à-dire à l'état surfondu.

Les données bibliographiques existantes ne me permettaient pas de faire une pareille extrapolation, parce que la plupart des auteurs n'ont pas fait leurs déterminations dans toute l'étendue du domaine de solubilité. D'ailleurs, les mesures faites par des méthodes diverses ne sont pas toujours comparables. J'ai donc refait les déterminations pour un certain nombre de sels, en employant toujours la même méthode, celle du stalagmomètre,

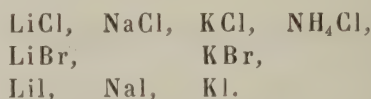
(*) Présenté par MM. Van Aubel et Verschaffelt.

(*) F.-M. JAEGER, *Zeits. Anorg. Chem.*, 1917, **101**, pp. 1 à 214.

qui n'a pas encore été employée pour ce genre de recherches, et en poussant les mesures jusqu'aux solutions saturées.

PARTIE EXPÉRIMENTALE.

Les sels que j'ai étudiés sont



L'eau employée était l'eau de la ville distillée deux fois, en éliminant les têtes de distillation.

J'ai étudié pour chaque sel un certain nombre de solutions, dont les concentrations variaient entre la demi-normale et la concentration de saturation à la température ordinaire.

Dans le tableau des résultats (Tableau I), les concentrations de toutes les solutions sont données aussi bien en poids pour cent de solution

$$\left(C = \frac{\text{poids sel} \times 100}{\text{poids solution}} \right)$$

qu'en molécules-grammes par litre de solution

$$c = \frac{10 \times d \times C}{M},$$

d étant la densité de la solution, M le poids moléculaire du sel.

Pour quelques sels, qui absorbaient facilement l'humidité de l'air, j'ai déterminé les concentrations des solutions obtenues en partant des densités mesurées et en me servant des tables d'interpolation pour densités de Landolt-Börnstein (*) ; j'ai employé le plus souvent les données de Kremers, qui embrassent tout le domaine de solubilité. Les densités avaient été déterminées au moyen d'un pyknomètre de Regnault de 25 cm³ à bouchon-thermomètre, en faisant deux pesées à deux températures différant d'environ 20°.

(*) LANDOLT-BÖRNSTEIN, *Phys. Chem. Tabellen*, 1923, 5^e édit., t. I, p. 386.

La détermination de la T. S. par la méthode du stalagmomètre se fit en comptant le nombre de gouttes formées à l'orifice d'un tube capillaire, par l'écoulement d'un même volume du liquide à étudier et d'un liquide étalon dont la T. S. est connue ; et en appliquant ensuite la formule

$$\alpha_1 = \alpha_2 \times \frac{n_2 \times d_1}{n_1 \times d_2},$$

où α , n et d représentent respectivement la T. S., le nombre de gouttes formées et la densité des liquides employés 1 et 2. Le liquide étalon 2 était l'eau.

Comme appareil, j'ai fait usage d'un stalagmomètre droit, fabriqué par la maison Goetz à Leipzig, dont le renflement, entre les deux traits de repère, contient environ 85 gouttes d'eau, et terminé par un long tube capillaire dont l'extrémité plane, rodée sur sa surface latérale, avait un diamètre extérieur d'environ 5 millimètres.

J'ai fait les mesures dans une cave, où la température restait sensiblement constante pendant plusieurs jours. Le stalagmomètre se trouvait dans une cage vitrée, où le degré d'humidité était réglé par un excès de solution, afin d'éviter autant que possible l'évaporation des gouttes. J'ai pris, d'autre part, quant à la constance de la vitesse d'écoulement et la stabilité de l'appareil, les précautions qui avaient été indiquées comme nécessaires par l'étude de la méthode. En tenant compte des écarts maxima observés pour n et d , j'ai trouvé que l'erreur maxima pour les valeurs de T. S. trouvées par cette méthode était de 2 ‰. Chaque valeur de n était d'ailleurs la moyenne d'au moins trois mesures.

J'ai consigné dans le tableau ci-dessous les résultats des mesures. Dans la 2^e colonne est indiquée la température à laquelle les mesures de n ont été faites ; dans la 8^e sont mentionnées les valeurs de C , c et d obtenues pour les solutions saturées en faisant usage des tables de solubilités et de densités de L. B.

Tableau I.

SELS.	t	n_d	d	G	c	$\alpha \frac{\text{dyn.}}{\text{cm.}}$	Solutions saturées.
LiCl . . .	16°	87.2	1.0230	4.0	1.00	74.65	$C = 43.5$ $c = 13.67$ $d = 1.285$
		86.7	1.0840	14.7	3.90	79.64	
		85.0	1.1475	25.1	7.04	85.90	
		84.0	1.2130	34.5	10.23	91.97	
		83.25	1.2186	41.7	13.14	95.55?	
NaCl . . .	16°	88.0	1.0403	5.62	1.00	74.66	$C = 26.35$ $c = 5.43$ $d = 1.207$
		89.5	1.0791	10.8	2.00	76.15	
		90.6	1.1222	16.5	3.06	78.23	
		91.9	1.1971	25.2	5.16	82.27	
NH ₄ Cl . . .	11°5	85.5	1.0084	2.65	0.50	74.71	$C = 25.3$ $c = 5.08$ $d = 1.074$
		85.4	1.0162	5.27	1.00	75.47	
		85.0	1.0367	11.8	2.29	77.35	
		84.4	1.0565	18.9	3.73	79.39	
		83.4	1.0715	24.2	4.84	81.48	
KCl . . .	16°	86.3	1.0453	7.13	1.00	74.50	$C = 24.5$ $c = 3.83$ $d = 1.166$
		86.2	1.0899	13.7	2.00	75.89	
		86.25	1.1586	23.4	3.63	78.37	
LiBr . . .	16°	98.5	1.2076	25.5	3.55	77.51	$C = 62.3$ $c = 12.21$ $d = 1.702$
		111.0	1.4920	49.3	8.47	84.98	
		120.0	1.7005	62.2	12.17	89.80	
KBr. . . .	11°5	88.4	1.0420	5.60	0.50	74.64?	$C = 37.65$ $c = 4.27$ $d = 1.349$
		91.6	1.0836	10.2	1.00	75.02	
		96.7	1.1620	19.7	1.92	76.21	
		102.9	1.2590	29.4	3.11	77.60	
		107.4	1.3328	36.2	4.05	78.70	

SELS.	<i>t</i>	<i>n</i> ₁	<i>d</i>	C	<i>c</i>	$\alpha \frac{\text{dyn.}}{\text{cm.}}$	Solutions saturées.
Lil.	15°	92 7	1 0799	40.2	0.83	73 49	$C = 61.8$ $c = 8.38$ $d = 1.802$
		97.2	1 1366	46 6	1 49	73 59	
		107.0	1 2622	28.5	2 71	73 83?	
		117.7	1.4109	40 0	4 25	75.62	
		129 5	1.5793	50.4	6 00	76 93	
		137.4	1.7024	56 8	7.28	78.03	
Nal.	15°	95 6	1.1151	45 0	1.12	73.58	$C = 63.5$ $c = 8.05$ $d = 1.900$
		100.9	1 1802	20 4	1 60	73 79	
		115 0	1 3652	35.5	3 23	74.88	
		130 8	1.6069	50 5	5 41	77 50	
		145.2	1.8761	62.4	7.81	81.44	
Kl	15°	95.9	1.1192	44 8	1 00	73.63	$C = 58.3$ $c = 5.77$ $d = 1.663$
		103 7	1.2140	24.5	1.77	73.91	
		124 6	1 4959	46 7	4 16	75 75	
		135 3	1 6538	56 0	5 51	77.21	
H ₂ O.	11°5	«	0.9996	»	»	73 78	
	15°	»	0.9991	»	»	73.26	
	16°	»	0 9990	»	»	73.11	

Dans mes expériences, la vitesse d'écoulement variait, pour les solutions de LiCl, de 5 à 5.5 gouttes par minute, excepté pour la solution à 41.7 %, très visqueuse, pour laquelle elle était de 2.4 gouttes/min. Pour les solutions de LiBr, la vitesse d'écoulement variait entre 7.1 et 8.4 gouttes/min. ; et pour toutes les autres solutions entre 10 et 10.9 gouttes/min.

Les trois valeurs de α marquées d'un point d'interrogation

correspondent à des points qui, dans le diagramme T. S.-Conc., me paraissent situés d'une façon anormale ; ces valeurs me semblent donc douteuses.

*
* *
*

La comparaison de ces résultats avec ceux d'autres auteurs présente quelque difficulté. En effet, la plupart des auteurs ont opéré à des températures différentes de celles de mes expériences, et la réduction à une même température est incertaine, parce que les coefficients de température de la T. S. des solutions ne sont pas bien connus. D'autre part, ils ont utilisé ou trouvé pour la T. S. de l'eau des valeurs différentes de celles qui ont servi dans mes calculs et qui sont les valeurs données par Volkmann (*). Il en résulte que, pour les solutions salines aussi, leurs résultats doivent différer des miens.

J'ai néanmoins tâché de déduire par interpolation graphique, de mes mesures et de celles des autres auteurs, les valeurs à 16° des T. S. pour une série de solutions équimoléculaires des sels sur lesquels mes expériences ont porté. Les résultats de ces calculs sont consignés dans le tableau ci-après (Tableau II). Je n'ai pas tenu compte des résultats de Stocker (KBr, NaCl, NH_4Cl ; méthode des filets vibrants), qui me paraissaient douteux, pour ne mentionner que ceux, à mon avis plus dignes de confiance, de Röntgen et Schneider (**) (méth. de l'ascension dans les tubes capillaires) ; Whatmough (***) (id.) ; Grabowsky (IV) (id.) ; Livingstone, Morgan et Bole (V) (méth. du poids des gouttes) et Sentis (VI) (méth. des gouttes suspendues).

(*) LANDOLT-BÖRNSTEIN, *loc. cit.*, p. 498.

(**) RÖNTGEN et SCHNEIDER, *Wied. Ann.*, 1886, **29**, p. 209.

(***) WHATMOUGH, *Zeits. Phys. Chem.*, 1902, **39**, p. 147.

(IV) GRABOWSKY, Diss. Königsberg, 1904.

(V) LIVINGSTONE, MORGAN et BOLE, *Journ. Amer. Chem. Soc.*, 1913, **35**, p. 1750.

(VI) SENTIS, *Ann. Univ. Grenoble*, 1897, **9**, p. 1.

Tableau II.

SELS.	H ₂ O	SOLUTIONS				AUTEURS.
		1N	2N	3N	4N	
LiCl	74 45	76 3	78 0	»	81 35	Whatm.
	73 1	74 6	76.2?	»	»	Röntg. et Schn.
	73 1	74.65	76 3	78.0	79 85	D. B.
NaCl	74 45	76 4	78 1	»	81 45	Whatm.
	73 2	74 75	76 25	78 35	80 35	Grab.
	73 1	74.65	76.15	78 2	80 0	D. B.
KCl	74 45	76 3	78.1	»	81 5	Whatm.
	73.2	74 3	75.9	77.65	»	Grab.
	73.3	74.4	»	»	»	Liv., Morg. et Bole.
	73.1	74 5	75 95	77.45	79 0?	D. B.
NH ₄ Cl	73.2	74.4	75.9	77 35	79 0	Grab.
	73 1	74.85	76.4	77.75	79 5	D. B.
KBr	73.3	73 7	»	»	»	Liv., Morg. et Bole.
	73.1	74 3	75.65	»	»	D. B.
					Sol. 5N	
KI	73.3	73.7	»	»	»	Liv., Morg. et Bole.
	73 1	73 9	74.9	»	»	Röntg. et Schn.
	73.6	74 3	75.0	75.9	79 3	Sentis.
	73.1	73.45	74.0	74.7	76.6	D. B.
LiBr				Sol. 5N	Sol. 8N	
	73.1	74.1	75.3	»	»	Röntg. et Schn.
	73.1	74.1	75 25	79.75	84 2	D. B.
LiI	73.1	73.8	74 65?	»	»	Röntg. et Schn.
	73.1	73.35	73.85	76.25	78 7	D. B.
NaI	73.1	73 9	75.0	»	»	Röntg. et Schn.
	73.1	73.4	73.8	77 55	81.65	D. B.

Les valeurs marquées d'un point d'interrogation ont été obtenues par extrapolation.

On voit par ce tableau que si l'on réduit à une même valeur la T. S. de l'eau, la concordance des résultats est, en général, satisfaisante, les différences n'atteignant généralement que quelques dixièmes pour cent, ce qui est, je pense, la limite de précision de pareilles mesures (*). Remarquons toutefois que, même en faisant cette réduction pour l'eau, les valeurs de Whatmough sont manifestement plus élevées que celles des autres physiciens et que, pour les iodures, les valeurs que j'ai trouvées sont notablement plus basses que celles trouvées par Röntgen et Schneider et par Sentis pour les fortes concentrations. Mais, vu les écarts entre les valeurs des divers auteurs et tenant compte du soin avec lequel j'ai cherché à faire les mesures, il me semble que mes résultats sont suffisamment exacts.

CALCUL DE LA T. S. DES SELS PURS.

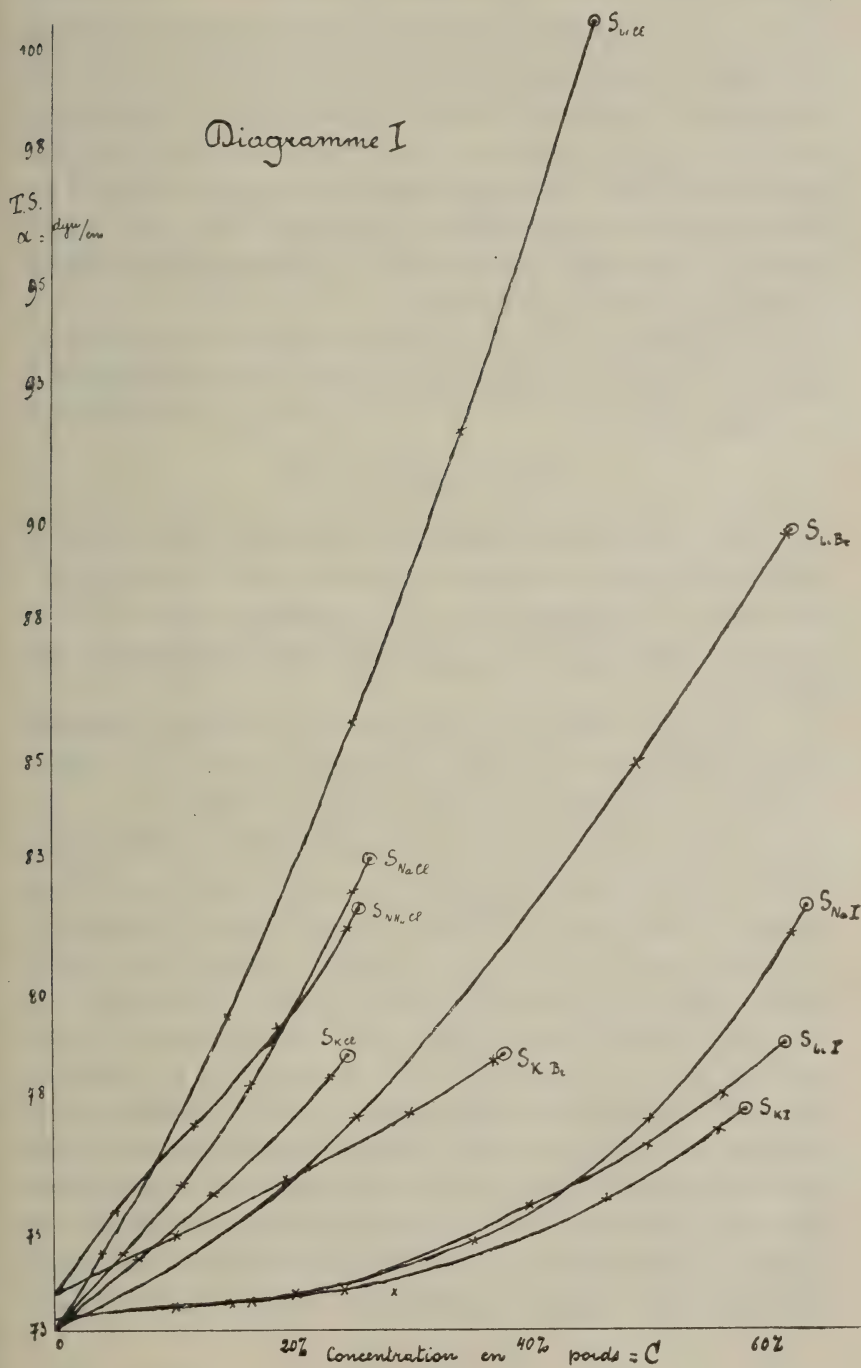
Ayant construit le diagramme T. S. — Concentration en poids pour cent de solution (diagramme I), j'ai constaté que les courbes représentatives des diverses solutions salines affectent sensiblement la forme de paraboles tournant leur concavité vers le haut; il n'y a d'écart frappant que dans le cas des solutions de NH_4Cl , où la courbe présente un point d'inflexion très prononcé.

J'ai donc cru pouvoir représenter approximativement la T. S. des solutions (sauf celles de NH_4Cl) en fonction de la concentration en poids par une formule quadratique.

La manière la plus simple est de poser

$$\alpha = \alpha_0 + \beta C + \gamma C^2. \quad (1)$$

(*) P. LENARD, *Ann. der Phys.*, 1924 (4), 74, p. 385.



où C est la concentration en poids, α la T. S. de la solution et α_0 celle de l'eau pure. Pour trouver les coefficients β et γ , j'ai appliqué la formule à deux concentrations déterminées, l'une voisine de la saturation, l'autre moitié moindre, en prenant comme T. S. à ces concentrations les valeurs déduites de mes mesures par interpolation graphique. J'ai pensé qu'en posant $C = 100$ dans ces formules, je trouverais une valeur approchée de la T. S. du sel pur.

Cette formule peut encore se mettre sous une autre forme, analogue à celle donnée par Volkmann pour les concentrations en volume, savoir

$$\alpha = \alpha_1 C_1^2 + 2\alpha_{12} C_1 C_2 + \alpha_2 C_2^2. \quad (2)$$

où C_1 et C_2 sont les concentrations du solvant et du sel pour 1 de solution (de sorte que $C_1 + C_2 = 1$, $C = 100 C_2$); α_1 est la T. S. du solvant ($\alpha_1 = \alpha_0$ ci-dessus), tandis que α_2 serait celle du sel pur et α_{12} une constante caractéristique du sel dissous.

En appliquant cette seconde formule aux mêmes solutions que la précédente, on trouve directement pour α_2 la valeur qu'on déduit de la précédente en posant $C = 100$.

Les résultats obtenus (voir tableau III) diffèrent notablement des valeurs déduites des résultats de Jaeger par extrapolation jusqu'à la température ordinaire. Or, on peut se demander si les valeurs ainsi trouvées par extrapolation sur une grande étendue (30 % au minimum) seraient bien indépendantes du genre de concentration employé dans le diagramme et la formule. Il importe, en effet, de faire observer qu'il y a plusieurs moyens d'exprimer les concentrations d'une solution, et les diverses valeurs qu'on obtient pour les concentrations ne sont pas nécessairement proportionnelles. Il en résulte que, si l'on trace les courbes des T. S. dans des diagrammes différents, en portant en abscisses des concentrations exprimées de façons différentes, les courbes représentatives dans ces divers dia-

grammes ne sont pas nécessairement semblables; et, en représentant les données par des formules quadratiques se rapportant à ces divers systèmes, les constantes obtenues ne sont pas nécessairement concordantes.

Pour le vérifier, j'ai construit deux nouveaux diagrammes, où les concentrations étaient exprimées en volume et en molécules-grammes (pour cent de solution). Dans ces diagrammes aussi, les courbes sont à peu près paraboliques; les formules quadratiques sont donc encore applicables par approximation. J'ai calculé les constantes de ces formules en utilisant les points correspondants à ceux qui ont servi lors du premier calcul.

Tableau III.

SELS.	T. S. DU SEL PUR.				AUTRES VALEURS. (C en volume.)
	C en poids.	C en volume.	C en mol. gr.	Jaeger par extrapol.	
LiCl . . .	160.8	»	»	185 2	
NaCl . . .	150 6	251.6	362.9	169.8	215 4 (Volkman).
KCl . . .	108.9	126 0	152.4	152 4	126 7 Id.
LiBr . . .	109 9	»	»	»	
KBr . . .	89.2	94.2	valeur négative.	139 2	
Lil . . .	89 0	123.8	178 0	»	
NaI . . .	95.8	148.5	329.4	122 4	
KI . . .	85 8	110.8	247 8	120.9	

Le tableau ci-dessus (tableau III) contient les valeurs des tensions superficielles des sels purs, trouvées à l'aide de ces trois genres de concentrations, ainsi que les valeurs obtenues par extrapolation des résultats de Jaeger, en utilisant les coefficients de température trouvés par cet auteur. Ainsi que je l'ai déjà fait observer, la T. S. de NH_4Cl n'a pas pu être calculée

par la relation quadratique, à cause du point d'inflexion que présente la courbe représentative dans les trois diagrammes. Pour LiCl et LiBr aussi, on trouve un point d'inflexion lorsque l'on considère les concentrations en volume et en molécule-gramme. Je n'ai donc pas non plus pu calculer les valeurs de α_2 pour ces deux sels dans les deux derniers cas.

On remarque immédiatement combien ces résultats sont discordants et l'on voit combien des extrapolations à grande distance sont incertaines. Il n'est donc pas possible de déduire de mes résultats les valeurs, même approchées, des T. S. des sels étudiés à la température ordinaire. Dans un des cas (KBr, concentration en mol.-gr.), je trouve même une valeur négative pour la T. S. du sel pur, ce qui est évidemment une impossibilité physique. Ce résultat inadmissible est la conséquence du fait que, dans le diagramme où l'on a porté en abscisses les concentrations en molécule-gramme, la courbe relative à KBr est concave vers le bas, de sorte que le coefficient γ de la formule (1) est négatif; et, vu la grande distance à laquelle doit se faire l'extrapolation, le terme en C, négatif, finit par l'emporter sur les autres. Cette même courbure négative de la courbe KBr se retrouve d'ailleurs, mais moins prononcée, sur le diagramme où les concentrations sont exprimées en volume.

Les valeurs obtenues à l'aide des concentrations en poids me paraissent être les plus dignes de confiance, le domaine d'extrapolation y étant le plus restreint (37 % au minimum contre 68 % et 74 % dans les autres diagrammes). Ce sont, d'ailleurs, celles qui, d'une manière générale, concordent le mieux avec les valeurs déduites des résultats de Jaeger. Il importe de faire observer encore que ces dernières valeurs ont été déduites de celles mesurées au-dessus du point de fusion au moyen des coefficients de température établis par Jaeger au-dessus de ce point; or, ces coefficients diminuent lorsque la température s'abaisse. On peut donc s'attendre à ce que les valeurs réelles

des T. S. des sels purs soient inférieures aux valeurs déduites de cette façon, ce qui diminuerait les écarts.

Une autre remarque encore me paraît s'imposer ici. A l'inspection du tableau III, on constate qu'en général, pour des sels de même métal ou de même résidu halogénique, la T. S. du sel pur diminue lorsque le poids moléculaire augmente. Les sels de lithium semblent cependant faire exception à cette règle. Pour LiI, l'exception est évidente; on le voit d'ailleurs aussi sur le diagramme I. Pour LiCl, elle semble exister également, d'après les diagrammes où les concentrations sont exprimées en volume et en molécule-gramme. D'ailleurs, d'après les recherches de Jaeger lui-même, la T. S. de LiNO_3 est plus petite que celle de NaNO_3 à la même température.

RELATION ENTRE LA T. S. ET LA SOLUBILITÉ.

I. — Pour représenter la relation qui existe entre les constantes capillaires d'un mélange et celles de ses constituants, Poisson (*) donna la formule

$$v = u^2 f + u u_1 f_2 + u_1^2 f_1,$$

où v représente la constante capillaire a^2 du mélange, f et f_1 les valeurs correspondantes pour les deux constituants, u et u_1 deux nombres tels que $u + u_1 = 1$ et exprimant dans quel rapport les constituants ont été mélangés, et enfin f_2 une constante caractéristique du mélange.

Rodenbeck (**) reconnut par la suite, par l'étude des mélanges eau-alcool, que la formule n'est applicable que pour autant qu'il n'y ait pas de contraction par mélange.

Volkman (***) établit plus tard une formule analogue à celle de Poisson, mais relative aux T. S. des mélanges :

$$\alpha = v_1^2 \alpha_1 + 2 v_1 v_2 \alpha_{12} + v_2^2 \alpha_2, \quad (3)$$

(*) POISSON, *Nouvelle théorie de l'action capillaire*, 1831, pp. 107 et 293.

(**) RODENBECK, *Diss. Bonn*, 1879.

(***) VOLKMANN, *Wied. Ann.*, 1882, **16**, p. 334.

où v_1 et v_2 représentent les concentrations en volume pour 1 de solution. Il définit la constante α_{12} comme une adhésion (« la mesure de l'attraction des particules du liquide I sur celles du liquide II ») (*).

Volkman (**) d'abord, Rother (***) ensuite appliquèrent cette formule à des solutions de sels inorganiques, en considérant ces solutions comme des mélanges d'eau (substance I) et de sel anhydre (substance II). Ils trouvèrent que la formule donne, dans ce cas, des résultats qui sont d'accord avec l'observation, malgré que la condition théorique de l'absence de contraction par mélange ne soit pas vérifiée. Ils calculèrent ainsi les valeurs de α_2 et α_{12} pour un certain nombre de sels.

En me servant de mes propres données, j'ai calculé les valeurs de α_2 et α_{12} pour chacun des sels que j'ai examinés (IV). Pour NaCl et KCl, ces valeurs concordent assez bien avec celles trouvées par Volkman et Rother (voir tableaux III et IV).

J'ai déjà communiqué ci-dessus (tableau III, 3^e colonne) les valeurs de α_2 trouvées ainsi, c'est-à-dire en prenant les concentrations en volume. J'ai encore appliqué, d'ailleurs, la formule de Volkman, en prenant les concentrations en poids et en mol.-gr.; il n'y a, en effet, à ce qu'il me semble, aucune raison théorique d'appliquer la formule plutôt à l'un des genres de concentration qu'à un autre. D'ailleurs, si même il y avait théoriquement plus de raison d'appliquer la formule (3) aux concentrations en volume plutôt qu'à un autre genre de concentration, il n'y a aucun motif expérimental de le faire, car mes

(*) « Die Maass der Anziehung der Theilchen der Flüssigkeit I auf die Theilchen der Flüssigkeit II. » (*Wied. Ann.*, 1882, **17**, p. 384.)

(**) VOLKMAN, *Wied. Ann.*, 1882, **17**, p. 384.

(***) ROTHER, *Wied. Ann.*, 1884, **21**, p. 595.

(IV) Ces valeurs peuvent être déduites de celles des coefficients α_0 , β et γ de la formule (1). En effet, si l'on met la formule (3) sous la forme quadratique simple :

$$\alpha = \alpha_0 + \beta v_2 + \gamma v_2^2,$$

on trouve, par identification,

$$\alpha_0 = \alpha_1; \quad \beta = 2(\alpha_{12} - \alpha_1); \quad \gamma = \alpha_1 - 2\alpha_{12} + \alpha_2.$$

expériences ne donnent aucune raison de penser que les courbes dans le diagramme T. S.-Conc. en vol. sont des paraboles plutôt que dans un des autres diagrammes; au contraire, ce sont les courbes dans le diagramme T. S.-Conc. en poids qui s'écartent le moins de la forme parabolique. C'est donc une raison de plus pour préférer ce diagramme.

J'ai déjà insisté sur le caractère douteux des valeurs de α_2 . La même incertitude existe pour les valeurs de α_{12} , qui ne sont pas non plus les mêmes, quel que soit le genre de concentration considéré dans la formule (3). D'ailleurs, il est difficile de donner une signification physique à cette constante. On ne saurait admettre l'hypothèse de Volkmann, qui la considère comme l'adhésion entre l'eau et le sel anhydre. Ce serait plutôt la T. S. au contact de ces deux corps; mais il semble difficile de considérer une tension interfaciale lorsqu'il s'agit de deux corps miscibles.

Tableau IV.

SELS.	α_{12V} (C en volume).	α_{12P} (C en poids).	α_{12M} (C en mol.-gr.).	AUTRES VALEURS.
LiCl . . .	»	92.0	»	
NaCl . .	99.0	84.3	112.3	$\alpha_{12V} = 96.4$ (Rother).
KCl . . .	92.4	82.5	111.5	$\alpha_{12V} = 91.0$ Id.
LiBr . . .	»	78.5	»	
KBr . . .	89.4	79.5	»	
Lil . . .	77.9	72.4	82.3	
Nal . .	75.4	69.4	79.5	
KI . . .	75.3	73.4	80.0	

II. — Volkmann a émis l'hypothèse que la miscibilité des substances est limitée, si $\alpha_{12} < \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$, tandis que si $\alpha_{12} \geq \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$, les

substances sont miscibles en toute proportion. Il y ajoute : la substance est d'autant plus soluble que le rapport $\alpha_{12} / \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$ se rapproche de l'unité.

Je communique dans le tableau V les valeurs de $\alpha_{12} / \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$ trouvées en considérant non seulement les concentrations en volume, comme le fit Volkmann, mais aussi les concentrations en poids et en mol.-gr. ; j'ai placé en regard de ces rapports les solubilités des divers sels.

Tableau V.

SELS.	CONC. EN VOLUME.		CONC. EN POIDS.		CONC. EN MOL.-GR.	
	α_{12}	Solub.	α_{12}	Solub.	α_{12}	Solub.
	$1/2(\alpha_1 + \alpha_2)$		$1/2(\alpha_1 + \alpha_2)$		$1/2(\alpha_1 + \alpha_2)$	
LiCl . .	»	»	0.79	43.5	»	»
NaCl . .	0.64	14.0	0.75	26.3	0.52	9.9
KCl . .	0.92	14.1	0.91	24.5	0.99	7.3
LiBr . .	»	»	0.86	62.3	»	»
KBr . .	1.06	28.0	0.98	37.7	»	»
Lil . .	0.79	32.1	0.89	61.8	0.66	17.9
Nal . .	0.68	28.5	0.82	63.5	0.39	17.3
Kl . .	0.81	30.8	0.92	58.3	0.50	13.2

Sauf pour KBr (Conc. en vol.), les rapports $\frac{\alpha_{12}}{1/2(\alpha_1 + \alpha_2)}$ sont plus petits que 1, ce qui confirme la première partie de l'hypothèse de Volkmann. Cela résulte également de la forme des courbes. Si $\alpha_{12} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$, la formule (3) représente une droite et suivant que α_{12} est $>$ ou $<$ $1/2(\alpha_1 + \alpha_2)$, la courbe tourne sa concavité vers le bas ou vers le haut. Or, sauf pour KBr, les courbes sont concaves vers le haut.

Mais la seconde partie de l'hypothèse ne se vérifie pas pour

les concentrations en volume, car il n'y a aucune concordance entre les valeurs des rapports et des solubilités placées en regard les unes des autres. La concordance n'est pas meilleure en considérant les colonnes relatives aux concentrations en poids et en mol.-gr.

III. — Au cours de ces calculs, j'ai constaté que, pour les chlorures et les bromures, les valeurs de α_{12} sont en général plus grandes que la T. S. des solutions saturées, tandis que, pour les iodures, le contraire a lieu. Or les chlorures et les bromures sont moins solubles que les iodures. Ceci m'a porté à établir les rapports $\frac{\text{T. S. sol. sat.}}{\alpha_{12}}$ pour les trois genres de concentration employés, et à les comparer aux solubilités en volume, en poids et en mol.-gr. La concordance entre les deux suites de valeurs, si l'on en excepte les sels de lithium, est frappante, comme il résulte du tableau suivant :

Tableau VI.

SELS.	T. S. sol. sat.	T. S. sol. sat.	Solub. vol.	T. S. sol. sat.	Solub. poids.	T. S. sol. sat.	Solub. mol.
		α_{12V}		α_{12}		α_{12M}	
NaI . .	82.0	1.09	32.4	1.49	63.5	1.03	17.3
KI . .	77.7	1.03	30.8	1.06	58.3	0.97	13.2
LiI . .	79.4	1.04	28.5	1.09	61.8	0.96?	17.9
LiBr . .	89.9	»	»	1.15	62.3	»	»
KBr . .	78.8	0.88	28.0	0.99	37.7	»	»
LiCl . .	100.7	»	»	1.09?	43.5	»	»
KCl . .	78.8	0.85	14.4	0.95	24.5	0.71	7.3
NaCl . .	83.0	0.84	14.0	0.98	26.3	0.74	9.9

Ces résultats semblent montrer que la solubilité d'un sel est en relation avec le rapport $\frac{\text{T. S. sol. sat.}}{\alpha_{12}}$ plutôt qu'avec le rapport

$\frac{\alpha_{12}}{\frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)}$; mais cette règle demanderait évidemment à être vérifiée dans un plus grand nombre de cas.

Remarquons encore que seuls parmi les sels étudiés, les sels de lithium font exception à la règle, ce qui prouve une fois de plus la façon anormale dont ils se comportent au point de vue de la T. S.

VÉRIFICATION DE LA RÈGLE DE QUINCKE.

IV. — Quincke (*) a énoncé la règle suivante : « des quantités équivalentes de plusieurs chlorures (de même teneur en chlore), dissoutes dans une même masse d'eau, donnent des solutions ayant approximativement la même T. S. ». Whatmough, Grabowsky et Pann (**) l'ont généralisée dans la suite pour les solutions équimoléculaires des sels à même résidu halogénique.

Le diagramme II (mol.-gr./lit. sol.) permet de vérifier cette règle. Pour les chlorures, elle se vérifie sur presque toute l'étendue du domaine de solubilité; tandis que, pour les iodures, elle ne semble s'appliquer qu'aux faibles concentrations, c'est-à-dire jusqu'aux solutions 4N.

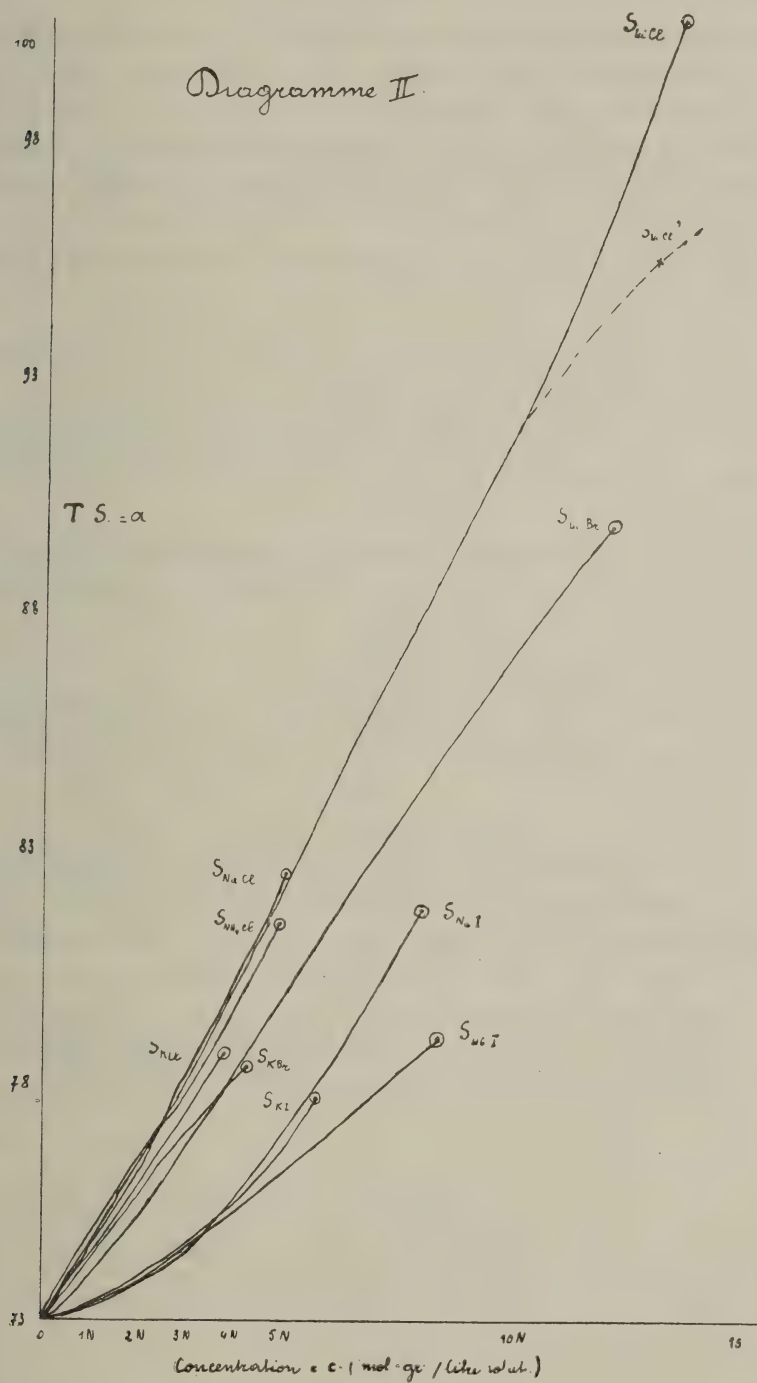
RÉSUMÉ.

Le travail actuel contient les résultats de mesures faites par la méthode du stalagmomètre sur les solutions aqueuses de KCl, KBr, KI, NaCl, NaI, LiCl, LiBr, LiI et NH_4Cl , en poussant la concentration jusqu'au voisinage de la concentration de saturation.

Les valeurs obtenues ont été portées en diagramme (T. S.-Conc. %); et, par extrapolation des courbes représentatives des

(*) QUINCKE, *Pogg. Ann.*, 1877, **160**, p. 562.

(**) WHATMOUGH, *loc. cit.*; GRABOWSKY, *loc. cit.*, et PANN, Diss. Königsberg, 1904.



diverses solutions salines, on a calculé la T. S. correspondante à la concentration 100 (sel pur). En utilisant trois modes de représentation de la concentration (en poids, en volume, en molécules-grammes), et en comparant entre elles les valeurs obtenues, j'ai établi qu'on ne peut, par cette méthode, trouver une valeur, même approchée, de la T. S. du sel pur.

D'autre part, j'ai cru pouvoir formuler les conclusions suivantes :

1. L'interprétation donnée par Volkmann de la constante α_{12} de la formule de Poisson-Volkmann est erronée.

2. L'hypothèse de Volkmann, posant le rapport $\frac{\alpha_{12}}{1/2(\alpha_1 + \alpha_2)}$ comme critérium de la solubilité d'un sel, n'est pas vérifiée par l'expérience.

3. J'ai proposé comme critérium de la solubilité d'un sel le rapport T. S. sol. sat. / α_{12} , ce qui correspond sensiblement à la réalité.

4. La règle de Quincke se vérifie.

5. Au point de vue de la T. S., les sels de lithium présentent certaines anomalies par rapport aux propriétés des sels des autres métaux alcalins.

Je tiens à remercier M. le Prof^r van Aubel, qui m'a suggéré ces recherches et dans le laboratoire de qui je les ai faites, ainsi que M. le Prof^r Verschaffelt, de l'aide bienveillante que j'ai trouvée auprès d'eux au cours de mes travaux.

Laboratoire de physique du doctorat
de l'Université de Gand.

PHYSICO-CHIMIE. — Influence de la température
sur la tension superficielle des liquides.

(2^e communication),

par F. DE BLOCK, assistant à l'Université de Gand (1).

Dans une communication précédente (*), nous avons essayé de vérifier, aux basses températures, la relation

$$\alpha = K (\theta_k - \theta)^n. \quad (I)$$

Pour les gaz liquéfiés, nous avons trouvé que la formule se vérifie assez bien dans les limites restreintes de température entre lesquelles les mesures ont été faites, en nous servant des valeurs de tension superficielle qui figurent dans les tables physico-chimiques de Landolt-Börnstein (**). Nous avons fait remarquer, toutefois, que l'oxyde de carbone donne une valeur de l'exposant n anormale (0,825).

M. le Prof^r Verschaffelt nous a signalé depuis que les données de Baly et Donnan pour l'oxyde de carbone et l'argon, et qui se trouvent dans les Tables de Landolt-Börnstein, sont inexactes; elles ont été corrigées par C.-A. Crommelin (***) pour Ar et par Rudolf (IV) pour CO.

En employant les valeurs exactes données par ces deux derniers physiciens, nous avons trouvé, comme on le verra dans le tableau ci-dessous, que la valeur de l'exposant n pour CO n'est

(1) Présenté par MM. van Aubel et Verschaffelt.

(*) *Bull. Acad. roy. de Belg. (Classe des Sciences)*, 1925, p. 294.

(**) *Phys.-Chem. Tabellen* (L.-B.), 5^e édit. (1923), p. 242.

(***) C. A. CROMMELIN, *Proc. Chem. Soc. Lond.*, 1914, 30, p. 248.

(IV) RUDOLF, *Ann. der Phys.*, 1909, (4), 20, p. 751.

plus anormale, mais cadre bien avec la valeur moyenne de n pour les autres gaz liquéfiés ($n = 1,20$).

Nous avons, en outre, étendu les calculs à des données plus récentes relatives à d'autres gaz liquéfiés, notamment l'acétylène, l'oxyde d'éthylène, l'oxyde de méthyle et le chlorure de nitrosyle.

Dans le tableau ci-dessous, nous avons consigné les valeurs de $\log \alpha$, $\log (\theta_k - \theta)$ et n pour ces différents corps, ainsi que pour l'oxygène et l'azote à quelques températures intermédiaires à celles que j'avais considérées dans ma communication précédente. Les valeurs de θ_k employées dans ces calculs sont les plus récentes publiées dans L.-B., en particulier celles déterminées au laboratoire cryogénique de Leyde; ou bien ce sont celles mentionnées par les auteurs eux-mêmes (8^e colonne).

GAZ.	θ	α	$\theta_k - \theta$	$\log \alpha$	$\log (\theta_k - \theta)$	n	RÉFÉRENCE.
N ₂	-205.0	11 00	57.9	1.04139	1.76268	1.241	Baly et Donnan(*).
	-203 0	10.53	55 9	1.02243	1.74741	1.247	
	-198 0	9 39	50.9	0.97267	1.70672	1.228	
	-193.0	8.27	45 9	0.91751	1.66181	1.201	
	-188 0	7 20	40.9	0.85733	1.61172	1.196	
	-183 0	6.16	35.9	0.78958	1.55509	1.218	
	-203.0	18.35	84 2	1.26364	1.92531	1.220	
	-198 0	17 03	79 2	1.23121	1.89873	1.217	
	-193 0	15.73	74 2	1.19673	1.87040	1.206	
	-188 0	14.46	69 2	1.16017	1.84011	1.185	
O ₂	-183.0	13 23	64 2	1.12156	1.80754	1.207	Id.

(*) Baly et Donnan, *Journ. Chem. Soc. Lond.*, 1902, **81**, p. 907. (Transact.)

sur la tension superficielle des liquides.

GAZ.	θ	α	$\theta_K - \theta$	$\log \alpha$	$\log(\theta_K - \theta)$	n	RÉFÉRENCE.
CO	-203.0	12 11	63.5	1.08314	1.80277	1.217	Rudorf (*).
	-198.0	10 96	58.5	1.03981	1.76716	1.218	
	-193.0	9 83	53.5	0.99255	1.72835	1.200	
	-188.0	8 74	48.5	0.94151	1.68574	1.188	
	-183.0	7 68	43.5	0.88536	1.63849	1.206	
Ar	-189.0	13.45	66.6	1.12872	1.82347	1.279	C. A. Crommelin (**).
	-186.0	12 68	63.6	1.10312	1.80346	1.297	
	-183.0	11.91	60.6	1.07591	1.78247	1.288	
C ₂ H ₂	-77.4	18.0	112.9	1.25527	2.05269	1.108	O. Maass et D. Mac Intosh (***).
	-75.7	17.7	111.2	1.24797	2.04610	1.594	
	-70.5	16.4	106.0	1.21484	2.02531	1.489	
	-67.0	15.6	102.5	1.19312	2.01072	1.743	
	-62.4	14.4	97.9	1.15836	1.99078		
(CH ₂) ₂ O	-52.0	36.4	244.0	1.56110	2.38739	1.253	O. Maass et E. H. Boomer (iv).
	-43.4	34.8	235.4	1.54158	2.37181	0.615	
	-32.5	33.8	224.5	1.52892	2.35122	1.156	
	-21.1	31.1	213.1	1.49276	2.32858	0.898	
	-15.0	30.3	207.0	1.48144	2.31597	1.308	
	-5.0	28.4	197.0	1.45332	2.29447	1.484	
	-0.3	27.4	192.3	1.43775	2.28398	0.687	
	+5.8	26.8	186.2	1.42813	2.26998	1.305	
	+13.3	25.4	178.7	1.40483	2.25212	1.159	
	+20.0	24.3	172.0	1.38561	2.23553		

(*) RUDORF, *Ann. der Phys.*, 1909, (4), **20**, p. 751.

(**) C. A. CROMMELIN, *Proc. Chem. Soc. Lond.*, 1914, **30**, p. 248.

(***) O. MAASS et D. MAC INTOSH, *Journ. Amer. Chem. Soc.*, 1914, **36**, p. 737.

(iv) O. MAASS et E. H. BOOMER, *Journ. Amer. Chem. Soc.*, 1922, **44**, p. 1709.

GAZ.	θ	α	$\theta_k - \theta$	$\log \alpha$	$\log(\theta_k - \theta)$	n	RÉFÉRENCE.
$(\text{CH}_3)_2\text{O}$	- 42.0	21.3	171.6	1.32838	2.23452	1.347	O. Maass et E. H. Boomer (*).
	- 39.0	20.8	168.6	1.31806	2.22686	1.353	
	- 33.0	19.8	162.6	1.29667	2.21112	1.423	
	- 26.4	18.9	156.0	1.27646	2.19312	1.298	
	- 20.0	17.9	149.6	1.25285	2.17493	1.198	
	- 15.1	17.2	144.7	1.23553	2.16047	1.286	
	- 10.6	16.5	140.2	1.21748	2.14644		
NOCl	- 33.0	34.5	200.0	1.53782	2.30103	0.947	Briner et Pylkoff (**).
	- 22.0	32.7	189.0	1.51455	2.27646	0.835	
	- 5.5	30.3	172.5	1.48144	2.23679		

Si l'on porte en abscisses les valeurs de $\log(\theta_k - \theta)$ et en ordonnées les valeurs de $\log \alpha$, on constate que la relation linéaire entre ces deux logarithmes est vérifiée approximativement (fig. I); toutefois, il convient de faire remarquer que les lignes représentatives de O_2 , N_2 et CO accusent une courbure régulière, quoique très faible. D'autre part, il résulte du diagramme que la valeur de n est sensiblement la même pour tous les gaz étudiés, excepté pour l'acétylène et le chlorure de nitrosyle.

Nous avons montré dans la communication précédente que la relation (I) ne se vérifie plus lorsqu'on fait usage des tensions superficielles obtenues par F.-M. Jaeger au contact de l'azote. A ce propos, nous avons exprimé la pensée que seules les tensions superficielles obtenues au contact de la vapeur saturée (par exemple celles obtenues par Ramsay et Shields et celles

(*) O. MAASS et E. H. BOOMER, *Journ. Amer. Chem. Soc.*, 1922, **44**, p. 1709.

(**) BRINER et PYLKOFF, *Journ. de Chim. phys.*, 1912, **10**, p. 640.

données pour les gaz liquéfiés) peuvent vérifier une relation entre la tension superficielle et d'autres grandeurs physiques, telles que la température et la densité.

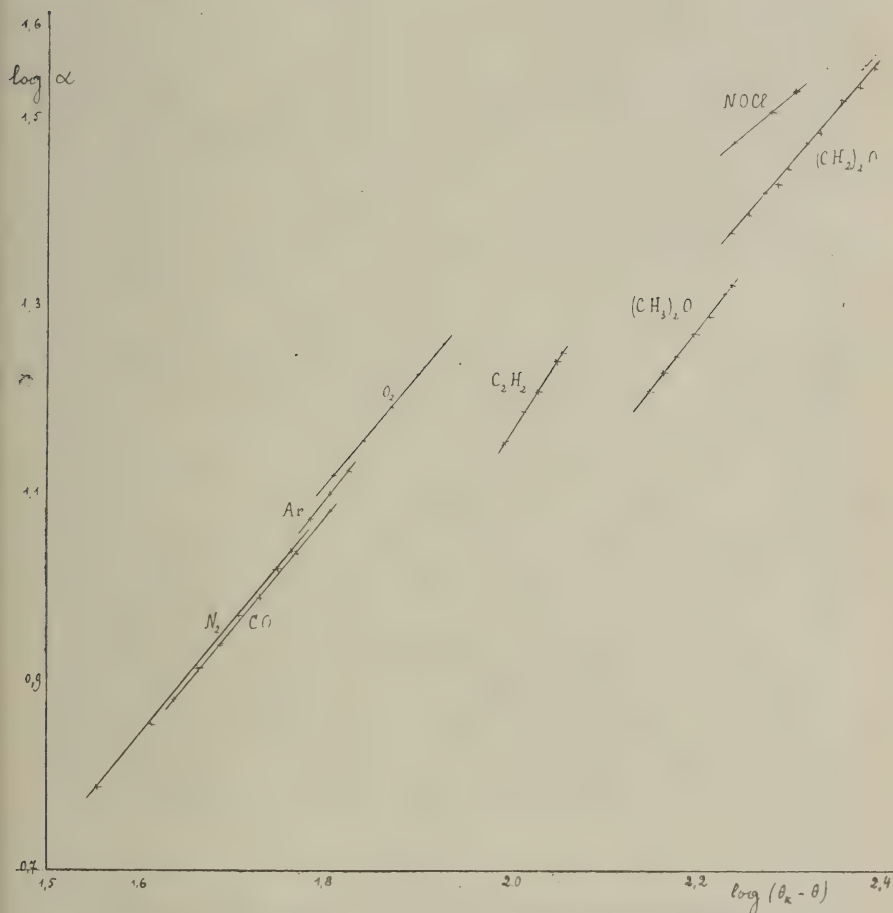
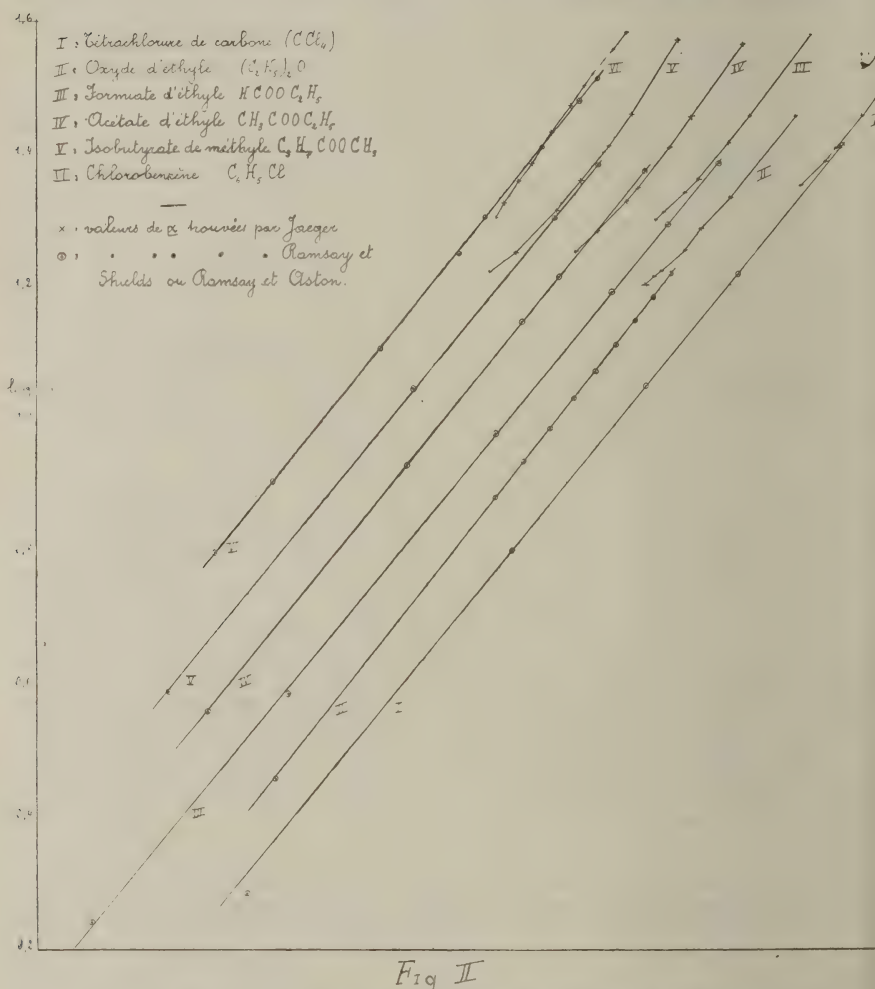


Fig. I

Pour bien montrer la différence, nous avons porté en diagramme les valeurs de $\log \alpha$ et de $\log (\theta_k - \theta)$ obtenues, d'une part, à l'aide des données de F.-M. Jaeger (*) et, d'autre part, à

(*) F.-M. JAEGER, *Zeits. Anorg. Chem*, 1917, **101**, pp. 1 à 214.

l'aide de celles de Ramsay et Shields (*) et de Ramsay et Aston (*) pour les six corps suivants : tétrachlorure de car-



bone, oxyde d'éthyle, formiate d'éthyle, acétate d'éthyle, isobutyrate de méthyle et chlorobenzène (fig. II). Pour ne pas embrouiller le diagramme, nous avons séparé les lignes repré-

(*) RAMSAY et SHIELDS, *Zeits. Phys. Chem.*, 1893, **12**, p. 433; RAMSAY et ASTON, *Zeits. Phys. Chem.*, 1894, **15**, p. 98. — Voir *Phys.-Chem. Tabellen* (L.-B.). 5^e édit. (1923), pp. 208 à 237.

sentatives pour les différents corps en les déplaçant parallèlement à l'axe des $\log (\theta_k - \theta)$; c'est la raison pourquoi les valeurs numériques des $\log (\theta_k - \theta)$ ont été omises dans la figure.

On constate directement dans ce diagramme que seules les valeurs de Ramsay et Shields vérifient très approximativement la relation linéaire, mais la direction de la droite représentative obtenue dans ces conditions pour chaque corps est à peu près celle de la droite qu'on obtient en joignant les points représentatifs obtenus au moyen des données de Jaeger aux températures les plus basses, c'est-à-dire aux températures où le gaz étranger est pratiquement insoluble dans le liquide. Lorsque la température s'élève, la droite s'infléchit.

Nous ferons remarquer, d'ailleurs, sans essayer pour le moment d'expliquer ce résultat, que, pour la plupart des composés du carbone étudiés, la courbe s'incurve vers le haut, alors que pour les dérivés du benzène elle s'incurve vers le bas (*).

L'idée que nous avons émise dans la communication précédente est donc bien vérifiée par l'expérience. Cela était d'ailleurs à prévoir. Dès que la solubilité du gaz n'est plus négligeable, on obtient dans les mesures de Jaeger, à la surface de séparation liquide-gaz, un mélange du corps et de l'azote. Il est donc impossible qu'en élevant la température on aboutisse finalement à la température critique du corps pur, et il est compréhensible que la formule (I) ne se vérifie plus.

RÉSUMÉ.

1. Nous avons appliqué la formule $\alpha = k(\theta_k - \theta)^n$ à une nouvelle série de gaz liquéfiés; il résulte de cette étude que la relation se vérifie approximativement entre les limites de températures relativement restreintes auxquelles les mesures ont été faites.

(*) Voir aussi communication précédente, fig. II.

2. En appliquant la formule à six corps organiques et en nous servant des valeurs obtenues par Ramsay et Shields et par Jaeger, nous avons confirmé l'idée émise dans notre communication précédente que seules les tensions superficielles mesurées au contact de la vapeur saturée peuvent servir à vérifier la relation entre la tension superficielle et d'autres grandeurs physiques, la température par exemple.

En terminant, je tiens à remercier MM. les professeurs van Aubel et Verschaffelt des conseils qu'ils m'ont donnés au cours de cette étude.

CHIMIE. — Les Stéréo-isomères du Chloro-iodo-éthylène,

par H. VAN DE WALLE et A. HENNE (*).

Les stéréo-isomères de dérivés halogénés de l'éthylène, susceptibles de présenter l'isomérisie maléique-fumérique et actuellement connus, peuvent être classés comme suit :

1° Composés du type $\text{CH}_a=\text{CH}_a$, ne renfermant qu'un seul genre d'halogène représenté par a . Les formes stéréo-isomères de trois composés de cette catégorie ont été isolées; ce sont :

- a) Le bichloro-éthylène . . . $\text{CHCl}=\text{CHCl}$ (**)
- b) Le dibromo-éthylène. . . $\text{CHBr}=\text{CHBr}$ (***)
- c) Le biiodo-éthylène . . . $\text{CHI}=\text{CHI}$ (IV)

2° Composés du type $\text{CH}_a=\text{CH}_b$, renfermant deux halogènes différents représentés par a et b . Seules les formes du chloro-bromo-éthylène, $\text{CHCl}=\text{CHBr}$, ont été décrites (¹);

(*) Présenté par M. Swarts.

(**) G. CHAVANNE, *Bull. Soc. Ch. Belg.*, 1912, 26, 287.

(***) H. VAN DE WALLE, *id.*, 1913, 27, 209.

(IV) G. CHAVANNE et J. Vos, *id.*, 1914, 28, 240.

(V) H. VAN DE WALLE, *id.*, 1914-1919, 28, 369.

3° Composés du type Cab=CHb. Un seul composé semblable a été étudié au point de vue de l'isomérisie éthylénique; c'est le bichloro-bromo-éthylène de formule $\text{CHCl} = \text{CClBr}$ (*).

Aucun dérivé halogéné mixte de l'éthylène, renfermant de l'iode, n'a été, jusqu'à présent, examiné au point de vue stéréochimique. Cette lacune se trouve partiellement comblée par le présent travail; il se rapporte à la préparation et à l'étude du chloro-iodo-éthylène : $\text{CHCl} = \text{CHI}$.

Les points suivants seront successivement examinés :

- 1° La préparation du chloro-iodo-éthylène;
- 2° La séparation de ses deux formes stéréo-isomères;
- 3° L'analyse de chacune des formes; leurs constantes physiques;
- 4° La détermination des deux formules spatiales;
- 5° La stabilité relative des deux isomères; l'existence d'un état d'équilibre;
- 6° La comparaison avec les couples de composés éthyléniques halogénés en C_2 actuellement connus.

1. PRÉPARATION DU CHLORO-iodo-ÉTHYLÈNE, $\text{CHCl} = \text{CHI}$.

La littérature chimique décrit deux modes de préparation du chloro-iodo-éthylène. Le premier est de PLIMPTON (**): il se base sur l'absorption d'une atmosphère d'acétylène par le chlorure d'iode en solution dans quatre fois son volume d'acide chlorhydrique. THIELE et HAACK (***), qui l'ont utilisé ultérieurement, signalent le bon résultat obtenu par une agitation mécanique énergique. La seconde méthode, indiquée par PATERNO et PERATONER (IV), repose sur l'action d'une solution de chlorure mercurique sur le biiodo-éthylène, à 160°.

(*) H. VAN DE WALLE, *id.*, 1920, 29, 322.

(**) PLIMPTON, *Journ. Ch. Soc.*, 1881, 41, 392.

(***) THIELE et HAACK, *Lieb. Ann.*, 1909, 369, 135.

(IV) PATERNO et PERATONER, *Gaz. Ch. It.*, 1889, 19, 593.

Le premier procédé doit obtenir la préférence : il est plus simple, s'adresse à des corps faciles à obtenir et à purifier, et il est susceptible de fournir, en un laps de temps relativement restreint, de fortes masses de chloro-iodo-éthylène. On peut prévoir que la séparation des deux formes stéréo-isomères cherchées ne sera praticable qu'à condition de traiter de grandes quantités de produit brut, constitué, vraisemblablement, par un mélange des deux formes. En effet, les mélanges en équilibre des couples actuellement connus contiennent les quantités suivantes de composé « trans » :

$\text{CHCl} = \text{CHCl}$	49.5 %
$\text{CHBr} = \text{CHBr}$	33.5 %
$\text{CHCl} = \text{CHBr}$	26.7 %
$\text{CHCl} = \text{CClBr}$	0.0 %

Aussi convient-il, pour être certain de disposer, à la fin de l'opération, de quelques centaines de grammes de composé « trans », d'opérer sur 2,500 grammes environ d'éthylénique brut.

Une seule modification a été apportée au procédé de PLIMPTON : l'action en surface de l'acétylène a été remplacée par le barbotage d'un courant continu de ce gaz. Le produit d'addition formé se dépose, peu à peu, en une couche huileuse. Le terme de la réaction est indiqué par la décoloration totale de la phase aqueuse, la couche plus dense d'éthylénique demeurant teintée de jaune. Le produit brut est ensuite décanté, lavé au sulfite de sodium, à l'eau, et séché sur du chlorure calcique. Conservé à l'abri de la lumière, dans des flacons complètement remplis, il est parfaitement limpide et incolore. Si ces précautions font défaut, l'éthylénique se colore immédiatement ; en moins d'une heure, il noircit complètement. Son odeur est agréable, mais provoque le larmolement.

2. SÉPARATION DES DEUX FORMES STÉRÉO-ISOMÈRES A L'ÉTAT PUR.

Ce que l'on sait au sujet des dérivés halogénés de l'éthylène, dont on a séparé les formes maléique-fumarique, permet de prévoir que le chloro-iodo-éthylène ainsi préparé est très probablement un mélange en équilibre des formes « cis » et « trans ». Il est aisé de constater que le produit brut se décompose spontanément par simple exposition à la lumière solaire; cette décomposition met en liberté de l'iode. Or, l'action isomérisante des halogènes et des hydracides est bien connue. Dans ces conditions, il faut prévoir que les isomères, isolés, ne seront pas stables, leur retour à l'équilibre étant favorisé par les produits de leur décomposition. Il en résulte que la séparation par distillation serait vouée à un échec certain. Pour des cas semblables, l'un de nous (*) a indiqué une méthode très efficace, qui se base sur l'existence des mélanges azéotropiques que forme chaque isomère avec l'alcool, et sur l'action stabilisante de ce composé.

La différence entre les points d'ébullition du chloro-iodo-éthylène et de l'alcool éthylique étant de l'ordre de 40°, c'est à l'alcool propylique qu'il convient de s'adresser pour tenter la séparation des stéréo-isomères cherchés.

De l'alcool propylique normal, vendu comme pur par la maison Poulenc, a d'abord été rectifié, puis déshydraté sur de la chaux. Distillé trois fois à l'aide d'un bon déphlegmateur CRISMER, il accusait une température d'ébullition de 97°20 $\pm$ 0.05 (760 mm.).

2,475 grammes d'éthylénique, lavé et séché, ont été mélangés à une même quantité d'alcool propylique. Le tout fut soumis au fractionnement systématique à l'aide d'un déphlegmateur de 1 mètre de haut, à 80 spires de verre, du type CRISMER. Les précautions nécessaires ont été prises pour éviter tout contact avec

(*) H. VAN DE WALLE, *Mém. Acad. Sc. Belg.*, in-8°, 1923, pp. 13, 16 et 20.

l'humidité atmosphérique. Le thermomètre, contrôlé, indiquait le dixième de degré, et, pendant tout le cours du fractionnement, il a été tenu compte des variations que la pression atmosphérique apportait aux températures d'ébullition.

Après six tours de distillation fractionnée systématique, les différentes fractions se répartissaient comme suit :

1)	Ébullition :	45° - 87°5	45 grammes.
2)	Id.	87°5 - 88°5	209 id.
3)	Id.	88°5 - 92°6	24 id.
4)	Id.	92°6 - 93°2	54 id.
5)	Id.	93°2 - 93°6	99 id.
6)	Id.	93°6 - 94°0	1,758 id.
7)	Id.	94°0 - 95°4	119 id.
8)	Id.	95°4 - 96°2	246 id.
9)	Id.	96°2 - 97°2	938 id.
10)		Résidu.	1,442 id.
			4,934 grammes.

La masse en œuvre était de 4,950 grammes.

3. EXAMEN DES DIFFÉRENTES FRACTIONS.

Analyse des deux formes.

Fraction 1. — Ébullition : 45°-87°5. Une analyse de cette fraction montre qu'elle est principalement constituée de bichloro-éthylène.

	Trouvé.	Calculé pour $C^2H^2Cl^2$
Chlore. . . .	71.5 %	73 %

Fraction 2. — Ébullition : 87°5-88°5. Mélange azéotropique d'alcool propylique et de chloro-iodo-éthylène « trans » (voir plus bas). La composition de cette fraction résulte de son analyse par la méthode Carius. On trouve ainsi que la teneur en

éthylénique s'élève à 96 %. L'éthylénique est bien du chloro-iodo-éthylène; l'analyse donne, en effet :

	Trouvé.	Calculé pour C^2H^2ICl .
Chlore.	18.4 %	18.8 %
Iode	68.6 %	67.3 %

La cryoscopie, dans le benzène, du chloro-iodo-éthylène séparé de l'alcool confirme ces indications en indiquant un poids moléculaire égal à 184.1, la valeur calculée étant 188.3.

Fraction 6. — Ébullition : 93°6-94°0. Mélange azéotropique d'alcool propylique et de chloro-iodo-éthylène « cis » (voir plus bas). L'analyse et la cryoscopie (faites comme pour la fraction 2) fournissent les nombres suivants :

	Trouvé.	Calculé pour C^2H^2ICl .
Chlore	18.1 %	18.8 %
Iode.	68.4 %	67.3 %
Cryoscopie P. M.	184.3	188.3

La teneur en éthylénique s'élève à 56 %.

Fraction 9. — Ébullition 96°2-97°2. Alcool propylique presque pur. L'analyse montre que cette fraction renferme moins de 1 % d'éthylénique.

Fraction 10. — Résidu. Si l'on essaie de poursuivre la distillation au delà des fractions précédentes, la masse se décompose, même si l'on opère sans déphlegmateur, et l'on observe une mise en liberté d'iode. Après refroidissement, on peut séparer 275 gr. d'iode en paillettes, puis, par une réfrigération plus énergique, 140 gr. de chlorure d'iode cristallisé. Le produit liquide restant, soumis à la distillation fractionnée sous pression réduite, donne en tête un peu d'alcool propylique, puis d'abondantes vapeurs d'iode et de chlorure d'iode, et enfin 330 gr. de biiodure d'acétylène.

Constantes physiques des chloro-iodo-éthylènes stéréo-isomères.

Les deux stéréo-isomères du chloro-iodo-éthylène, isolés par précipitation à l'eau, puis séchés sur du chlorure calcique, ont des constantes physiques bien différentes. Séparés de l'alcool, aucun des deux n'est stable, mais ils se prêtent à des mesures physiques, à condition d'opérer rapidement, et à l'abri de la lumière solaire, même diffuse. Le tableau suivant indique les constantes qui ont pu être mesurées. Comme on le verra plus bas, c'est au composé de tête qu'il faut réserver la forme « trans », la configuration « cis » étant attribuée au composé de queue.

Chloro-iodo-éthylène : $\text{CHCl} = \text{CHI}$.

	Trans.	Cis.
Température d'ébullition des mélanges azéotropiques avec l'alcool propylique	87°5 — 88°5	93°6 — 94°0
Composition des mélanges azéotropiques	96 % Éthylénique en poids.	55.6 %
Température d'ébullition (760mm)	113° — 114° Sans décomposition à la lumière diffuse.	116° — 117°
Température de fusion (*).	— 41°0 ± 0.1	— 36°4 ± 0.1
Densités		
$d_4^{0.0}$	2.1355	2.2399
$d_4^{15.0}$	2.1048	2.2080
Indices à 15°		
H_α	1.56562	1.57684
D	1.57146	1.58288
H_β	1.58598	1.59808
H_γ	1.59858	1.61131
Pouvoir réfringent moléculaire. $\left\{ \begin{array}{l} R_{m\lambda}, \text{ calc. } 28.38 \\ R_{mD}, \text{ calc. } 28.63 \end{array} \right.$	29.16 29.41	28.25 28.49
Pouvoir inducteur spécifique, P. I. S. (**)	2.95	2.72
Polarisation moléculaire, P. (**)	35.3	31.1
Rapport des vitesses d'attaque par la potasse alcoolique.	0.55	1.00
Composition du mélange initial (mélange en équilibre)	17.5 %	82.5 %

(*) Pour ces déterminations, on a fait usage de thermomètres contrôlés par M. Timmermans.

(**) Déterminations de M. J. Errera.

4. DÉTERMINATION DES STRUCTURES SPATIALES.

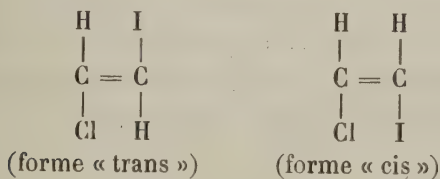
Ainsi que le montrent les analyses et les déterminations de poids moléculaire par cryoscopie, il n'y a aucun doute à avoir sur la nature du composé étudié; il répond bien à la formule brute : C^2H^2ICl .

La préparation du chloro-iodo-éthylène, par l'action du chlorure d'iode sur l'acétylène lui fait attribuer la formule plane : $CHCl = CHI$. Ceci est confirmé par les preuves suivantes :

1. Le produit préparé est dédoublable en stéréo-isomères éthyléniques.

2. Le chloro-iodo-éthylène asymétrique est connu; il a été préparé par L. HENRY (*). C'est un composé qui bout à 101° - 102° , ce qui le différencie du chloro-iodo-éthylène étudié dans ce travail.

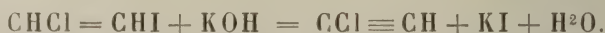
La configuration spatiale de chacun des isomères a été déterminée en mesurant la vitesse d'enlèvement d'une molécule d'acide iodhydrique, par la potasse en solution alcoolique, à chacun des composés. Si l'on admet, avec MICHAËL (**), que, lors du passage d'un composé éthylénique à un composé acétylénique, la transélimination est la règle, on observera que, toutes choses égales, c'est le composé « cis » qui perdra le plus facilement les éléments de l'acide iodhydrique, comme le montrent les schémas suivants :



(*) L. HENRY, *Bull.*, 1884, (2), 42, 262.

(**) MICHAËL, *Journ. f. prakt. Ch.*, 1892, 46, 222; 1895, 52, 352.

La détermination consiste à mettre des quantités égales de chacun des isomères en œuvre, à ajouter en même temps, à chacun d'eux, un même volume de potasse alcoolique, et à arrêter chacune des opérations par addition au même instant de mêmes quantités d'acide nitrique en excès. La réaction se fait presque exclusivement d'après l'équation suivante :



On détermine ensuite volumétriquement la quantité d'haloïde de potassium formé, par l'emploi d'une solution de nitrate d'argent N. 5 et titrage en retour par le sulfocyanate de potassium, en présence d'alun ferrique. Les différentes mesures qui ont été faites se trouvent résumées dans le tableau suivant :

Poids de chacun des chloro-iodo-éthylènes.	Potasse. Volume et concentration.	Durée.	Poids de l'haloïde d'argent obtenu, calculé en AgI,	
			Composé de tête.	Composé de queue.
1,745 gr.	80 cc. 2 %	40'	0,0329	0,0611
2,403 gr.	30 cc. 5 %	30'	0,03915	0,07661
1,336 gr.	30 cc. 5 %	60'	0,02574	0,04841

De ces nombres on peut conclure que c'est le composé de queue qui est attaqué le plus vite par la potasse alcoolique; les vitesses d'attaque sont dans le rapport de 0.55 (composé de tête) à 1 (composé de queue).

L'hydracide arraché par la potasse alcoolique est, dans les deux cas, de l'acide iodhydrique presque pur. En effet, le traitement du sel d'argent par un courant de chlore fournit, pour l'un et l'autre éthylénique, les résultats suivants :

Haloïde d'argent mis en œuvre.	Perte de poids trouvée.	Perte de poids calculée pour AgI,
Composé de tête : 0,0230 gr.	0,0080 gr.	0,0089 gr.
Id. de queue : 0,0230 gr.	0,0083 gr.	»

Il convient donc d'attribuer la forme « trans » au composé de tête, la forme « cis », réservée aux composés de queue, favorisant, en effet, l'élimination de l'acide iodhydrique, ainsi qu'il a été dit plus haut.

Cette conclusion est conforme aux prévisions que permettait l'analogie du chloro-iodo-éthylène et des dérivés chlorobromés actuellement connus.

5. STABILITÉ RELATIVE DES DEUX ISOMÈRES. MÉLANGE EN ÉQUILIBRE.

Les chloro-iodo-éthylènes « trans » et « cis » ne sont pas stables. En l'absence d'alcool, ils s'altèrent en prenant une teinte qui va du rose au rouge sang, à mesure que la décomposition progresse. L'un ou l'autre composé, exposé pendant une heure à la lumière solaire, donne un produit qui, lavé et séché, présente, quelle que soit la forme qui lui ait donné naissance, les caractéristiques suivantes :

Ébullition.	116° (760 mm.) sans décomposition à la lumière diffuse
Fusion (*).	— 38°2 ± 0.1
Densités : d_4^0	2.2224
d_4^{15}	2.1909
Indices à 15° : H_α	1.57492
D	1.58091
H_β	1.59593
H_γ	1.60903

(*) Thermomètre contrôlé par M. Timmermans.

Ce produit est bien du chloro-iodo-éthylène : l'analyse et la cryoscopie en font foi :

	Trouvé.	Calculé.
Poids moléculaire . . .	186,0	188,3
Chlore.	18.1 %	18.8 %
Iode	68.4 %	67.3 %

Une seule conclusion s'impose : que l'on parte de l'un ou l'autre isomère, on arrive facilement à un mélange en équilibre des deux formes stéréo-isomères. Ce fait est à rapprocher de l'isomérisation facile du bichloro-éthylène par l'action d'une trace de brome au soleil, ainsi que l'a montré M. CHAVANNE (*), et de l'isomérisation spontanée du dibromo-éthylène étudiée par l'un de nous (**).

Pour déterminer la composition du mélange en équilibre, on peut admettre, par analogie avec les bichloro-éthylènes (***), l'additivité des volumes, ce qui permet d'établir la composition du mélange par la connaissance des densités.

Les densités trouvées sont :

Densités.	« trans ».	Équilibre.	« cis ».
d_4^0	2,1355	2,2224	2,2399
d_4^{45}	2,1048	2,1909	2,2080

d'où l'on calcule :

Par les densités à	0°	le mélange contient	16.7 %	de « trans »
»	»	15°	»	»
			16.5 %	»

(*) G. CHAVANNE, *loc. cit.*

(**) H. VAN DE WALLE, *loc. cit.*

(***) G. CHAVANNE, *loc. cit.*

Si l'on effectue un calcul semblable, en se basant sur les valeurs trouvées pour les indices, on a :

Indices à 15°.	« trans ».	Équilibre.	« cis ».
$\overline{H_\alpha}$	1,56562	1,57492	1,57684
$\overline{D}$	1,57146	1,58091	1,58288
$\overline{H_\beta}$	1,58598	1,59593	1,59808
$\overline{H_\gamma}$	1,59858	1,60903	1,61131

d'où l'on calcule :

Pour $\overline{H_\alpha}$	17.1 % de « trans »
» $\overline{D}$	17.4 % »
» $\overline{H_\beta}$	17.7 % »
» $\overline{H_\gamma}$	17.8 % »

Des calculs précédents, il résulte que, pour définir l'équilibre constaté entre les deux isomères, il convient d'adopter la valeur 17.5 % pour la forme « trans » et 82.5 % pour la forme « cis »; les valeurs trouvées à partir des indices devant être considérées comme plus certaines que celles que donnent les densités, attendu que les mesures d'indice sont plus rapides et se font, par conséquent, sur des composés moins isomérisés.

Il est vraisemblable que le mode de préparation du chloro-iodo-éthylène qui a été adopté conduit au mélange en équilibre des deux formes. Pour ne laisser subsister aucun doute à ce sujet, 200 grammes de produit ont été préparés, puis soumis à la distillation en présence d'alcool propylique, dans le seul but d'avoir le mélange des deux chloro-iodo-éthylènes purs, débarassés de diiodo-éthylène. Le produit ainsi préparé, séparé de l'alcool et séché sur du chlorure calcique, a les constantes du tableau suivant; elles permettent d'affirmer que la préparation utilisée fournit le mélange en équilibre :

Densités.	Valeurs trouvées.	Mélange en équilibre.
$\overline{d_4^{20}}$	2,2226	2,2224
$\overline{d_4^{15}}$	2,1910	2,1909

Indices à 15°.	Valeurs trouvées.	Mélange en équilibre.
H _α	1,57446	1,57492
D	1,58046	1,58091
H _β	1,59543	1,59593
H _γ	1,60853	1,60903

On trouve dans la littérature chimique quelques constantes relatives au chloro-iodo-éthylène. Elles sont de PLIMPTON (*) et de SABANEJEW (**). Ces auteurs donnent les chiffres suivants :

	Plimpton.	Sabanejew.
Ébullition. . . .	119°	114° à 116°
Densité à 0° . . .	2,2298	2,1540
Densité à 19°3 . .		2,1175

Étant donné le mode de préparation et de purification que ces auteurs ont suivi, il s'agit, sans aucun doute, du mélange en équilibre des deux formes stéréo-isomères, et leurs nombres doivent être comparés à ceux proposés pour ce mélange : ébullition à 116°; d_4^0 : 2,2224. Dans la préparation indiquée par PLIMPTON, il se forme assez bien de biiodo-éthylène, et l'on conçoit qu'une séparation imparfaite de ce composé augmente légèrement la valeur de la densité du chloro-iodo-éthylène. Pour le produit préparé par SABANEJEW, suivant le même procédé, on est tenté d'admettre la présence de bichloro-éthylène, de densité notablement inférieure. (La température d'ébullition, répartie sur deux degrés, semble déjà indiquer que le produit devait être moins pur que celui qu'avait préparé PLIMPTON.)

(*) PLIMPTON, *loc. cit.*

(**) SABANEJEW, *Lieb. Ann.*, 216, 266.

**6. COMPARAISON AVEC LES CONSTANTES DES COUPLES
CHLOROBROMES ANALOGUES.**

Les principales constantes des couples de dérivés halogénés actuellement connus sont résumées dans le tableau suivant :

	Ébullition.	Fusion.	Densité.	Indice D.	R _{mD}
CHCl = CHCl	Trans 48°35	- 50°	15° : 1,2651	15° : 1,44903	20,56
	Cis 60°25	- 80°50	1,2913	1,45189	20,25
CHBr = CHBr	Trans 108°	- 6°5	17°5 : 2,2667	17°5 : 1,55054	26,156
	Cis 112°	- 53°	2,2846	1,54312	25,644
CHI = CHI	Trans 190°5	+ 72°	11°2 : »	11°2 : »	»
	Cis 188°	- 13°8	3,023	1,706	36,01
CHCl = CHBr	Trans 75°3	- 41°	15° : 1,7766	15° : 1,49976	23,397
	Cis 84°6	- 86°7	1,7972	1,49817	23,177
CHCl = CClBr	Trans ?	- 87°9	15° : 1,8922	15° : 1,51592	28,058
	Cis 113°8	- 83°5	1,9133	1,52182	28,015
CHCl = CHI	Trans 113°	- 41°0	15° : 2,1048	15° : 1,57146	29,41
	Cis 117°	- 36°4	2,2080	1,58288	28,49

La comparaison des constantes prête aux remarques suivantes :

1. *Température d'ébullition* : Pour tous les couples connus, elle est plus élevée pour le « cis » que pour le « trans ». Seul, le biiodure échappe à cette règle.

2. *Température de fusion* : En général, les composés « trans » fondent plus haut; cependant, le chloro-iodo-éthylène et le bichloro-bromo-éthylène « trans » fondent plus bas. Dans ces deux cas, la différence entre les points de fusion des deux formes

n'atteint que 4°S , valeur notablement moins forte que pour les autres couples, où elle atteint plusieurs dizaines de degrés.

3. *Densité* : Pour tous les couples connus, la forme « cis » a la densité la plus forte. Cette règle paraît générale jusqu'à présent.

4. *Indice* : Sur cinq formes connues, deux ont des indices plus forts pour la configuration « trans ». Ce sont le bibromure et le chlorobromure d'acétylène.

5. *Pouvoir réfringent moléculaire* : Il est toujours inférieur pour la forme « cis ».

A ces constatations on peut ajouter les considérations suivantes qui résultent des travaux de M. J. ERRERA et de M. VICTOR HENRI (*) :

1. *Pouvoir inducteur spécifique* : Il est plus élevé pour le bichloro-éthylène « cis » et pour le chloro-iodo-éthylène « trans ».

2. *Polarisation moléculaire* : Mêmes constatations que pour le pouvoir inducteur spécifique.

3. *Coefficient d'absorption moléculaire* : En étudiant par la méthode quantitative l'absorption des rayons ultra-violet, les auteurs ont trouvé que pour les couples étudiés un isomère « trans » absorbe toujours plus qu'un isomère « cis ». En particulier, pour le chloro-iodo-éthylène, les coefficients d'absorption moléculaire sont pour $\lambda = 2200$:

$$\text{CHCl} = \text{CHI} \begin{cases} \text{« trans »} & 10.400 \\ \text{« cis »} & 7.000 \end{cases}$$

Université libre de Bruxelles.

(*) J. ERRERA, *Bull. Acad. roy. de Belg.*, 1925, p. 154; J. ERRERA et M. LEPINGLE, *Ibid.*, 1925, p. 151, et J. ERRERA et VICTOR HENRI, *Comptes rendus*. Paris, juillet-octobre 1925.

Quelques Remarques complémentaires sur la théorie cinétique d'un mélange de n fluides,

par J. VOROBETCHIK (*).

Dans un récent mémoire (**), nous avons obtenu (voir éq. 98) le tenseur (p_{xx} , p_{xy} , p_{xz} , etc.) d'un mélange de n fluides, en tenant entièrement compte du diamètre des molécules. A première vue, ce tenseur nous avait semblé être asymétrique; M. D. Enskog, dans sa lettre (***) du 15 juillet 1925, a démontré que ce tenseur est *symétrique*.

La symétrie de ce tenseur permet de compléter la corrélation qui existe entre l'énergie interne et la demi-force vive, entre la chaleur reçue par conductibilité et le travail effectué par les forces agissant sur les surfaces; enfin, entre la chaleur reçue par rayonnement et le travail effectué par les forces agissant dans les volumes. Ainsi, grâce à la cinétique des fluides, on saisira mieux le mécanisme des diverses modalités de l'énergie.

1. En posant, pour plus de brièveté,

$$\delta(\alpha\beta) \equiv \delta\omega_\alpha \delta\omega_\beta \delta\lambda$$

et en désignant par $(\alpha\beta)$ le domaine d'intégration $(\omega_\alpha, \omega_\beta, \lambda)$ nous aurons, en vertu de (44),

$$\int_{(\alpha\beta)} a\varphi_\alpha \Phi_{\alpha\beta} |g_{\alpha\beta}| \delta(\alpha\beta) \equiv \int_{(\alpha\beta)} \alpha\varphi_\alpha (F_{\alpha\beta} + F'_{\alpha\beta}) |g_{\alpha\beta}| \delta(\alpha\beta); \quad (a)$$

(*) Présenté par M. Th. De Donder.

(**) *Mémoires de la Cl. des Sc. de l'Acad. roy. de Belgique*. Collection in-4°, 1925, 2^e série, t. VI. Les renvois que nous ferons dans la présente Note se rapportent à ce mémoire.

(***) Adressée, en réponse, à M. De Donder.

Appliquons la transformation (48); on a

$$\int_{(\alpha\beta)} a \varphi_{\alpha} \Phi_{\alpha\beta} | g_{\alpha\beta\kappa} | \delta(\alpha\beta) \equiv \int_{(\alpha\beta)} (-a) \varphi_{\alpha}^{\beta} (F_{\alpha\beta}^{*} + F_{\alpha\beta}^{\prime *}) | g_{\alpha\beta\kappa} | \delta(\alpha\beta), \quad (a')$$

les astérisques servant à indiquer qu'on a appliqué aux fonctions $F_{\alpha\beta}$ et $F'_{\alpha\beta}$ la transformation (48). Si nous explicitons ces fonctions, grâce à (37) et (41), on aura (*)

$$F_{\alpha\beta}^{*} \equiv \frac{1}{2} \sum_{h=0}^{\infty} \frac{\sigma_{\alpha\beta}^h}{(h+1)!} \sum_{i=0}^h (-1)^i \mathfrak{D}^{*i} f_{\alpha}^{\beta} \mathfrak{D}^{*h-i} f_{\beta}^{\alpha};$$

$$F_{\alpha\beta}^{\prime *} \equiv \frac{1}{2} \sum_{h=0}^{\infty} \frac{\sigma_{\alpha\beta}^h}{(h+1)!} \sum_{i=0}^h (-1)^{h-i} \mathfrak{D}^{*i} f_{\alpha} \mathfrak{D}^{*h-i} f_{\beta};$$

les astérisques qui surmontent les $\mathfrak{D}$ servent maintenant à indiquer qu'on doit encore remplacer, en vertu de (48), les a, b, c respectivement par $-a, -b, -c$. A cause de (24), on aura

$$\mathfrak{D}^{*i} f_{\alpha}^{\beta} \equiv (-1)^i \mathfrak{D}^i f_{\alpha}^{\beta}.$$

$$\mathfrak{D}^{h-i} f_{\beta}^{\alpha} \equiv (-1)^{h-i} \mathfrak{D}^{h-i} f_{\beta}^{\alpha}.$$

On obtient ainsi l'identité

$$F_{\alpha\beta}^{*} \equiv \frac{1}{2} \sum_{h=0}^{\infty} \frac{\sigma_{\alpha\beta}^h}{(h+1)!} \sum_{i=0}^h (-1)^{h-i} \mathfrak{D}^i f_{\alpha}^{\beta} \mathfrak{D}^{h-i} f_{\beta}^{\alpha} \equiv F'_{\alpha\beta}. \quad (b)$$

On démontrerait, de même, que

$$F_{\alpha\beta}^{\prime *} \equiv F_{\alpha\beta}. \quad (b')$$

(*) Remarquons ici que dans les formules telles que (45), (46), etc., où le signe $\mathfrak{D}$ figure devant le signe d'intégration, il faudra d'abord effectuer cette opération $\mathfrak{D}$ sous le signe d'intégration, et puis intégrer.

Substituons ces valeurs dans (a') ; d'où, en additionnant (a) et (a') ,

$$\int_{(\alpha\beta)} a \varphi_{\alpha} \Phi_{\alpha\beta} | g_{\alpha\beta\kappa} | \delta(\alpha\beta) \equiv \frac{1}{2} \int_{(\alpha\beta)} a (\varphi_{\alpha} - \varphi_{\alpha}^{\beta}) \Phi_{\alpha\beta} | g_{\alpha\beta\kappa} | \delta(\alpha\beta). \quad (c)$$

2. Dans l'identité (c) , prenons $\varphi_{\alpha} \equiv \eta_{\alpha}^* \equiv r_{i\alpha} - v$ (voir (76) et (89)); on a

$$\int_{(\alpha\beta)} a \eta_{\alpha}^* \Phi_{\alpha\beta} | g_{\alpha\beta\kappa} | \delta(\alpha\beta) \equiv \frac{1}{2} \int_{(\alpha\beta)} a (\eta_{\alpha} - \eta_{\alpha}^{\beta}) \Phi_{\alpha\beta} | g_{\alpha\beta\kappa} | \delta(\alpha\beta). \quad (d)$$

On trouverait, de même,

$$\int_{(\alpha\beta)} b \xi_{\alpha}^* \Phi_{\alpha\beta} | g_{\alpha\beta\kappa} | \delta(\alpha\beta) \equiv \frac{1}{2} \int_{(\alpha\beta)} b (\xi_{\alpha} - \xi_{\alpha}^{\beta}) \Phi_{\alpha\beta} | g_{\alpha\beta\kappa} | \delta(\alpha\beta). \quad (d')$$

Mais en vertu de (5), on a

$$b (\xi_{\alpha} - \xi_{\alpha}^{\beta}) \equiv - \frac{2m_{\beta}}{m_{\alpha} + m_{\beta}} a b g_{\alpha\beta\kappa} \equiv a (\eta_{\alpha} - \eta_{\alpha}^{\beta});$$

il en résulte que

$$\int_{(\alpha\beta)} a \eta_{\alpha}^* \Phi_{\alpha\beta} | g_{\alpha\beta\kappa} | \delta(\alpha\beta) \equiv \int_{(\alpha\beta)} b \xi_{\alpha}^* \Phi_{\alpha\beta\kappa} | g_{\alpha\beta\kappa} | \delta(\alpha\beta). \quad (e)$$

D'où, d'après (72), on aura immédiatement

$$\widehat{a\eta_{\alpha}^*} \equiv \widehat{b\xi_{\alpha}^*}. \quad (e')$$

On aurait, de même,

$$\widehat{a\zeta_{\alpha}^*} \equiv \widehat{c\xi_{\alpha}^*}; \text{ etc.}$$

3. Retournons maintenant aux équations (98) définissant le tenseur (p_{xx} , p_{xy} , p_{xz} , etc.). En vertu de (73), on a

$$\rho \widehat{b\xi^*} \equiv \sum_{\alpha=1}^n \rho_{\alpha} \widehat{b\xi_{\alpha}^*}.$$

En appliquant l'identité (e'), on trouve

$$\rho \widehat{b\xi^*} \equiv \sum_{\alpha=1}^n \rho_{\alpha} \widehat{a\eta_{\alpha}^*} \equiv \rho \widehat{a\eta^*}. \quad (f)$$

De l'identité (f) il résulte immédiatement que

$$p_{xy} = p_{yx}. \quad (f')$$

D'où le *théorème de D. Enskog* : *Le tenseur des pressions est symétrique.*

4. Cette symétrie du tenseur (98) permet d'écrire le théorème de la conservation de l'énergie sous une *forme dualistique*. Remarquons d'abord qu'on peut écrire (p. 29, 1°)

$$\frac{DW^{\sigma}}{Dt} \equiv - \int_{\sigma} \left\{ \begin{array}{l} (up_{xx} + vp_{xy} + wp_{xz}) \cos(Nx) \\ + (up_{yx} + vp_{yy} + wp_{yz}) \cos(Ny) \\ + (up_{zx} + vp_{zy} + wp_{zz}) \cos(Nz) \end{array} \right\} \delta\sigma,$$

où W^{σ} est le travail effectué par les forces extérieures appliquées à la surface σ de l'élément ω du mélange et où N est la demi-normale extérieure à l'élément $\delta\sigma$ de cette surface.

En tenant compte de (98) et de (f'), on pourra aussi écrire

$$\frac{DW^{\sigma}}{Dt} \equiv - \int_{\sigma} \rho \left\{ \begin{array}{l} (\overline{\xi^* (u\xi^* + v\eta^* + w\zeta^*)} + \overline{a (u\xi^* + v\eta^* + w\zeta^*)}) \cos(Nx) \\ + (\overline{\eta^* (u\xi^* + v\eta^* + w\zeta^*)} + \overline{b (u\xi^* + v\eta^* + w\zeta^*)}) \cos(Ny) \\ + (\overline{\zeta^* (u\xi^* + v\eta^* + w\zeta^*)} + \overline{c (u\xi^* + v\eta^* + w\zeta^*)}) \cos(Nz) \end{array} \right\} \delta\sigma.$$

Cette expression a pour dualistique l'expression (p. 30, 4°)

$$\frac{DC^\sigma}{Dt} \equiv - \int_{\sigma} \left\{ \begin{array}{l} q_x \cos(Nx) \\ + q_y \cos(Ny) \\ + q_z \cos(Nz) \end{array} \right\} \delta\sigma, \quad (h)$$

où C^σ est la chaleur reçue par conductibilité par l'élément σ .

En tenant compte de (111) et de (102), on a

$$\frac{DC^\sigma}{Dt} \equiv - \frac{1}{2} \int_{\sigma} \rho \left\{ \begin{array}{l} (\xi^* (\xi^{*2} + \eta^{*2} + \zeta^{*2}) + a (\xi^{*2} + \eta^{*2} + \zeta^{*2})) \cos(Nx) \\ + (\eta^* (\xi^{*2} + \eta^{*2} + \zeta^{*2}) + b (\xi^{*2} + \eta^{*2} + \zeta^{*2})) \cos(Ny) \\ + (\zeta^* (\xi^{*2} + \eta^{*2} + \zeta^{*2}) + c (\xi^{*2} + \eta^{*2} + \zeta^{*2})) \cos(Nz) \end{array} \right\} \delta\sigma. \quad (h')$$

La dualité formelle entre les expressions (g') et (h') consiste en ce qu'on peut passer de la première expression à la seconde en remplaçant u , v , w respectivement par $\frac{1}{2}\xi^*$, $\frac{1}{2}\eta^*$, $\frac{1}{2}\zeta^*$. Rappelons que, (84) et (85),

$$\rho u \equiv \rho \bar{\xi} \equiv \sum_{\alpha=1}^n \rho_{\alpha} \bar{\xi}_{\alpha}; \quad \rho v \equiv \rho \bar{\eta} \equiv \sum_{\alpha=1}^n \rho_{\alpha} \bar{\eta}_{\alpha}; \quad \rho w \equiv \rho \bar{\zeta} \equiv \sum_{\alpha=1}^n \rho_{\alpha} \bar{\zeta}_{\alpha}$$

et que, (69),

$$\rho \equiv \sum_{\alpha=1}^n \rho_{\alpha}.$$

Remarquons ensuite qu'entre la demi-force vive de l'élément σ (*) (p. 29, 3°)

$$L \equiv \frac{1}{2} \int_{\sigma} \rho (u^2 + v^2 + w^2) \delta\sigma \quad (i)$$

(*) On ne considère que les mouvements (u, v, w) et (ξ^*, η^*, ζ^*) des molécules du fluide.

et son énergie interne (*) (voir (102), (105) et (111))

$$U \equiv \frac{1}{2} \int \rho (\overline{\xi^{*2}} + \overline{\eta^{*2}} + \overline{\zeta^{*2}}) \delta\tau, \quad (j)$$

il existe une corrélation analogue.

Enfin, lorsqu'on rapproche l'expression (p. 29, 2°)

$$\frac{DW^\tau}{Dt} \equiv \int \rho (u\overline{X} + v\overline{Y} + w\overline{Z}) \delta\tau, \quad (k)$$

où W^τ est le travail des forces extérieures appliquées aux éléments de volume de ϖ , de l'expression ((102) et 5° de la p. 30)

$$\frac{DC^\tau}{Dt} \equiv \int \rho (\overline{\xi^*X} + \overline{\eta^*Y} + \overline{\xi^*Z}) \delta\tau, \quad (l)$$

où C^τ est la chaleur reçue par rayonnement par l'élément ϖ , le principe de dualité apparaît immédiatement.

. En résumé, le principe de la conservation de l'énergie (106) pourra s'écrire en groupant deux à deux les termes présentant une corrélation entre eux :

$$\boxed{\frac{D}{Dt} (U + L) = \left(\frac{DC^\tau}{Dt} + \frac{DW^\tau}{Dt} \right) + \left(\frac{DC^\tau}{Dt} + \frac{DW^\tau}{Dt} \right)}. \quad (m)$$

(*) Voir au bas de la page précédente.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

- Barbette (Édouard)*. Sur la détermination des racines incommensurables d'une équation algébrique à coefficients réels. Liège, 1924; extr. in-8° (pp. 141-143). [30.225]
- Buttgenbach (H.)*. Minéralogie du Congo belge. Bruxelles, 1925; in-8° (183 p., cartes). [31.110]
- Cornet (J.)*. Le contact de la craie de Maisières avec la Meulière de Maisières. Liège, 1925; extr. in-8° (6 p.). [30.219]
- Le cénomanien dans la région de Péronnes-lez-Binche. Liège, 1923; extr. in-8° (10 p.). [30.213]
- Faille à jeu multiple et alternatif dans le crétacique à Cuesmes. Liège, 1924; extr. in-8° (11 p.). [30.212]
- Les Failles de la carrière Caillaux à Ciply. Liège, 1924; extr. in-8° (10 p.). [30.211]
- Le Maestrichtien de Hornu. Liège, 1924; extr. in-8° (8 p.). [30.217]
- Le pléistocène de la tranchée Duquesnoy entre Bois-du-Luc et Trivières. Liège, 1924; extr. in-8° (6 p.). [30.215]
- Le pléistocène et le crétacique à Asquillies. Liège, 1924; extr. in-8° (7 p.). [30.214]
- Le sondage de Haine-Saint-Pierre (1924). Liège, 1924; extr. in-8° (5 p.). [30.218]
- Le sondage de Haine-Saint-Paul (1923). Liège, 1924; extr. in-8° (6 p.). [30.216]
- La faille des Herbières. Liège, 1925; in-8° (16 p.). [30.228]
- Les failles de la carrière Caillaux à Ciply. Liège, 1924; extr. in-8° (10 p.). [30.232]
- La Haine, l'Escaut et le Dôme du Mélantois. Liège, 1925; extr. in-8° (11 p.). [30.227]
- Le Maestrichtien de Hornu. Liège, 1924; in-8° (8 p.). [30.230]
- Le sondage de Haine Saint-Pierre. Liège, 1924; extr. in-8° (5 p.). [30.231]

- Davenport (Chas.-B.)*. Chromosomes, Endocrines and Heredity. Washington, 1925; extr. in-8° (pp. 492-498, pl.). [30.210]
- Genetics and Eugenics. By W.-E. Castle. Washington, 1925; extr. in-4° (1 p.). [30.209]
- Regeneration of ovaries in Mice. Philadelphie, 1925; extr. in-4° (12 p.). [30.208]
- Duesberg (J.)*. Les effets de la force centrifuge appliquée à l'œuf de *Ciona intestinalis*. Bruxelles, 1925; extr. in-8° (2 p.). [30.206]
- Duret (H.)*. Traumatismes cranio-cérébraux. Paris, 1920; 3 vol. in-8° [31.120]
- Edwards (D.-L.)*. Spectroscopic parallaxes of B. type Stars (Third paper). Second list of 100 parallaxes. Sidmouth, 1925; extr. in-8° (pp. 439-444). [30.207]
- Goethghebuer (Dr M.) et Bastin (F.)*. Contribution à l'étude des *Sepsidae* de Belgique. Bruxelles, 1925; extr. in-8° (8 p., pl.). [30.226]
- Commémoration du centenaire de la naissance du général Ibanéz de Ibero. Paris, 1925; in-8° (23 p., portr.). [30.233]
- Jollivet-Castelot (F.)*. La révolution chimique et la transmutation des métaux. Paris, 1925; in-16 (360 p., fig.). [31.127]
- Lockyer (William J. S.)*. The spectrum of Φ persei (type BoPE). Sidmouth, 1925; extr. in-8° (pp. 580-607, pl.). [30.224]
- Majima (Riko)*. Untersuchungen über den Japanlack. Tokyo, 1924; in-8° (150 p., pl.). [31.112]
- Marie Victorin (Frère)*. Les Lycopodiniées du Québec et leurs formes mineures. Montréal, 1925; in-8° (117 p., pl.). [31.111]
- Martens (Pierre)*. Le cycle du chromosome somatique dans les phanérogames, II, *Listera ovata*. Louvain, 1925; extr. gr. in-8° (pp. 127-214, pl.). [30.550]
- Ruiz (Mariano N.)*. Nueva teoria cósmica. Mexico, 1925; in-8° (253 p.). [31.126]
- Vandendries (René)*. Les résultats acquis au sujet de la sexualité des basidiomycètes. Liège, s/d., extr. in-8° (7 p.). [30.222]
- Wait (W. E.)*. Birds of Ceylon. Londres, 1925; in-8° (496 p., pl.). [31.128]
- Wilson (Edwin B.) et Luyten (Willem J.)*. The frequency distribution of some measured parallaxes and of the parallaxes themselves. Washington, 1925; extr. in-8° (pp. 270-285, fig.). [30.223]

Séance du samedi 10 octobre 1925.

M. Fr. Swarts, *directeur de la Classe.*

Sont présents : MM. Ch. Lagrange, J. Deruyts, Léon Fredericq, A. Gravis, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max Lohest, A. Demoulin, A. Rutot, V. Willem, P. Stroobant. Ch. Julin, E. Marchal, J. Cornet, J. Bordet, L. Crismer, Edm. van Aubel, *membres* ; G.-A. Boulenger, J. Verschaffelt, G. Chavanne, *associés* ; Th. De Donder, V. Grégoire, P. Fourmarier, P. Bruylants, *correspondants*, et le *Secrétaire perpétuel*.

Absences motivées : MM. Lecoinge, Nolf, de Hemptinne, *membres* ; Dony, *correspondant*.

M. le Directeur notifie à la Classe le décès de M. J. Massart, membre de la Section des Sciences naturelles et vice-directeur de la Classe. Il exprime les très vifs regrets que cause à tous les membres de l'Académie la mort de ce distingué confrère, qui a toujours pris une part si active aux travaux de la Classe.

M. Marchal accepte d'écrire pour l'*Annuaire de l'Académie* la biographie de M. Massart.

CORRESPONDANCE.

Le Comité organisateur de la célébration du centenaire de la première application des travaux scientifiques de Chevreul prie l'Académie de se faire représenter à cette solennité, le 11 octobre.

Le Comité de la manifestation organisée à l'occasion du LXXV^e anniversaire de M. Ch. Richet sollicite la souscription de l'Académie.

M. Ledent demande à pouvoir déposer un pli cacheté relatif à l'influence des vitamines dans les milieux de culture. — Le dépôt en est accepté.

L'Université de Bruxelles et le jury central font connaître qu'ils n'ont pas délivré cette année de diplôme légal avec la plus grande distinction de docteur en sciences chimiques. L'Université de Louvain annonce qu'elle a délivré ce diplôme à M. Ph. Lauwers.

L'Académie yougo-slave (Zagreb) propose à l'Académie l'échange de publications. — Cet échange est accepté.

HOMMAGES D'OUVRAGES.

La Haine, l'Escaut et le Dôme du Mélantois, par J. Cornet, et cinq autres brochures, par le même.

— Remerciements.

COMITÉ SECRET.

M. A. Rutot est élu directeur pour l'année 1926. M. Rutot remercie ses confrères et prend place au bureau.

La Classe prend connaissance des candidatures aux places vacantes, présentées par les sections.

FONDATION DE POTTER.

(Prix triennal de Biologie végétale. 2^e période, 1922-1924.)

Se ralliant à la proposition du jury, la Classe décide d'attribuer le prix à M. R. van den Dries, pour ses travaux sur la sexualité des Basidiomycètes.

COMMISSION DE LA FONDATION DE POTTER.

Sur la proposition de la Commission, la Classe décide que M. Marchal remplacera M. Massart comme membre de cette Commission.

RAPPORTS.

Compte rendu sommaire de la troisième session de l'Union astronomique internationale tenue à Cambridge du 14 au 22 juillet 1925,

par P. STROOBANT, membre de l'Académie.

La troisième session de l'Union astronomique internationale s'est ouverte à Cambridge le 14 juillet 1925.

La séance d'inauguration a eu lieu au *Senate House* sous la présidence du chancelier de l'Université, lord Balfour, qui, au nom de celle-ci, a souhaité la bienvenue aux membres du Congrès.

Le Prof^r W.-W. Campbell, président de l'Union, se félicite du nombre considérable d'astronomes venus de divers pays pour assister à la réunion qui a lieu dans la célèbre Université, et rappelle les grands noms de Newton, Adams et Clerk-Maxwell qui l'ont illustrée. Le Dr Jeans, au nom de la *Royal Society*, dont il est secrétaire, et de la *Royal Astronomical Society*, dont il est président, et Sir Frank Dyson, astronome royal d'Angleterre, ont également prononcé des discours de bienvenue aux étrangers et adressé des remerciements à l'Université de Cambridge et au secrétaire général de l'Union, le Prof^r A. Fowler.

Après cette séance inaugurale, les membres de l'Union ont été reçus par le Prof^r A.-C. Seward, vice-chancelier de l'Université à la *Master's Lodge*, Downing College.

La première assemblée générale a eu lieu dans la grande salle de la *Arts School*, le mercredi 15 juillet à 10 heures du matin. Dans son discours d'ouverture, le président W.-W. Campbell a montré l'utilité de l'Union astronomique pour les travaux qui exigent une coopération internationale.

Depuis la session de Rome, en 1922, la Norvège, l'Espagne,

la Suisse et le Portugal ont été reçus comme membres de l'Union, et la Suède a annoncé officiellement son adhésion. Les nations représentées à l'Union astronomique internationale sont actuellement au nombre de vingt-deux; ce sont : l'Australie (1922), l'Afrique australe (1922), la Belgique (1920), le Brésil (1922), le Canada (1920), le Danemark (1922), l'Espagne (1922), les États-Unis (1920), la France (1920), la Grande-Bretagne (1920), la Grèce (1920), la Hollande (1922), l'Italie (1921), le Japon (1920), le Mexique (1921), la Norvège (1922), la Pologne (1922), le Portugal (1924), la Roumanie (1922), la Suède (1925), la Suisse (1923) et la Tchécoslovaquie (1922). A la session de Cambridge, dix-huit de ces pays avaient envoyé des délégués. La Chine et l'Égypte étaient également représentées. Les séances ont été suivies par environ deux cents délégués et invités, dont huit pour la Belgique : MM. P. Stroobant (Académie royale de Belgique et Observatoire royal), J. Delvosal, E. Delporte et H. Vanderlinden (Observatoire royal), E. Merlin (Université de Gand) et de Roy, respectivement président et membres du Comité national belge d'Astronomie; J. Cox (Université de Bruxelles) et G. Lemaître (Université de Louvain), invités.

Sur la proposition du Comité exécutif, une Commission de neuf membres chargée de préparer la liste des présidents et des membres des diverses Commissions de l'Union, pour la période 1925-1928, a été nommée par l'assemblée générale; elle se composait de MM. Abetti, Ascara, Fabry, Kamienski, Nijland, Schlesinger, Stewart, Stroobant et Turner.

En vue de l'assemblée de Cambridge, le Prof^r A. Fowler, secrétaire général de l'Union, a publié un recueil ne comportant pas moins de cent vingt-neuf pages et renfermant le rapport du Comité exécutif et ceux préparés par les présidents des diverses Commissions de l'Union. Cet ouvrage, d'un grand intérêt, donne un tableau de l'activité dans la plupart des branches de l'astronomie durant les trois années qui se sont écoulées depuis la session de Rome.

Les propositions présentées par divers Comités nationaux ont ensuite été discutées par l'assemblée générale.

Les États-Unis avaient demandé que le Prof^r Van Rhijn et les autres membres du Comité des aires choisies (*Selected Areas*) envisagent sa réorganisation sous les auspices de l'Union astronomique.

Le Prof^r Van Rhijn fait remarquer que, sans doute, il y aurait grand avantage à ce que ce Comité fût incorporé à l'Union, mais, comme il y a des Allemands qui en font partie, cela ne lui paraît pas possible avant que tous les pays soient admis à adhérer à l'Union; la question a donc été ajournée.

Après une assez longue discussion, une Commission spéciale de douze membres a été désignée pour étudier et faire rapport, à la dernière assemblée générale de la session, sur le nom à donner au nouveau jour astronomique commençant à minuit et sur l'heure du commencement du jour julien.

Les autres propositions ont été renvoyées aux Commissions compétentes; c'est ainsi que la proposition de la Belgique relative aux limites des constellations, après un intéressant exposé de M. Delporte, a été soumise à la Commission n° 3 (notations, unités, etc.).

Les diverses Commissions ont tenu leurs séances du 15 au 20 juillet, et les rapports concernant leurs travaux et leurs décisions ont été communiqués à l'assemblée générale du 21 juillet (*).

La Commission des notations (n° 3) a complété la liste qui avait été adoptée à Rome, relativement à certains éléments se rapportant au système solaire et à l'astronomie stellaire; cependant, en ce qui concerne l'angle de position et la distance des composantes des étoiles doubles, un accord avec la Commission n° 26 est désirable.

On trouvera dans une note spéciale la liste définitive des

(*) Certains renseignements concernant les décisions de diverses Commissions ont été empruntés à un article de la revue *The Observatory* (août 1925).

notations recommandées. La Commission a reconnu la nécessité de publier tous les trois ans une liste complète des institutions astronomiques, des observatoires et des astronomes. Cette liste serait dressée par ordre alphabétique des localités et renfermerait les indications bibliographiques relatives aux instruments. Le président de la Commission se mettra en rapport avec l'éditeur de l'*Index generalis* pour la réalisation pratique de ce vœu.

En ce qui concerne les unités (chaleur, longueur d'onde et pression) et l'économie des publications, la Commission se rallie d'une manière générale aux propositions de la section américaine de l'Union.

La Commission a considéré l'importance de la revision des limites des constellations du ciel boréal et a chargé une Commission spéciale, formée de quelques membres de l'Union, de présenter un projet, qui sera soumis à la Commission, pour être communiqué à la prochaine session de l'Union astronomique internationale. Cette Commission est, dès à présent, formée de Miss Mary Proctor et de MM. Bigourdan, Casteels, Delporte, John Duncan, Knobel et R.-K. Young.

Les changements effectués aux limites des constellations seront subordonnés à la conservation de la désignation actuelle des étoiles variables.

La Commission des Éphémérides (n° 4) a demandé que tous les astronomes fissent usage des positions données dans le catalogue d'Eichelberger (*Astronomical Papers*, vol. X, part. I), donnant les positions de 1,504 étoiles fondamentales pour l'équinoxe 1925,0. Dans le cas où d'autres positions seraient choisies, il conviendrait de donner l'écart : position adoptée moins position du catalogue. En ce qui le concerne, Sir Frank Dyson a fait des réserves quant à l'application générale de ce principe; mais cependant il est d'accord pour l'emploi de ce catalogue dans les déterminations de l'heure.

A la Commission de Bibliographie (n° 5), M. Knobel a émis le vœu de voir la *Royal Astronomical Society* donner une liste

complète des publications astronomiques ainsi que des abréviations pour les références. A ce sujet, M. Baillaud a communiqué une liste d'abréviations qu'il a fait préparer à l'Observatoire de Paris. Il serait à souhaiter que dans chaque pays on fasse le catalogue des publications astronomiques qui y ont paru. MM. Stroobant et Fortheringham ont insisté sur la nécessité de publier un catalogue méthodique des travaux publiés.

Il a été décidé que dans les télégrammes astronomiques (commission n° 6), on donnera les positions moyennes rapportées à l'équinoxe du commencement de l'année.

La Commission de l'Astronomie dynamique (n° 7) a accepté, en principe, deux propositions présentées par M. Innes et relatives à la question de l'uniformité de la vitesse de rotation de la Terre.

Sir Frank Dyson a présenté à la Commission de l'Astronomie méridienne (n° 8) un rapport remarquable sur l'état des observations fondamentales. Il remarque notamment que trop peu d'observatoires effectuent régulièrement des déterminations de position du Soleil, de la Lune et des planètes.

La Commission a recommandé l'adoption d'une liste d'étoiles fondamentales comprises entre $+ 25^{\circ}$ et $- 25^{\circ}$ de déclinaison qui seraient observées au méridien d'une manière aussi continue que possible. Elle insiste aussi sur l'utilité de l'étude de la variation de la réfraction aux différentes heures du jour et dans les diverses parties du ciel.

La nécessité de nouvelles déterminations de déclinaisons fondamentales a conduit l'Observatoire de Leyde à proposer qu'elles soient obtenues par les azimuts des étoiles à leur plus grande digression. Des observations seraient effectuées à l'équateur, au nord et au sud de ce cercle. L'Observatoire de Leyde fournirait l'observateur muni d'un instrument spécial. Un subside annuel de 250 livres sterling, pendant trois ans, a été accordé par l'Union astronomique au Prof^r de Sitter pour réaliser ce projet.

Il a été annoncé à la Commission que les Observatoires de

Greenwich, du Cap et de Washington coopéreraient avec les astronomes allemands pour l'observation des étoiles de comparaison à employer lors de la prochaine opposition d'Eros, en 1930-1931. M. Strömgren a distribué aux membres du Congrès une éphéméride de (433) Eros, calculée par G. Witt et s'étendant du 1^{er} octobre 1930 au 5 mai 1931; l'astéroïde passera du nord au sud de l'équateur le 27 janvier; sa déclinaison sera comprise entre $+47^{\circ} 44'$ (2 novembre) et $-26^{\circ} 26'$ (18 mars 1931). Une première liste d'étoiles fondamentales a aussi été publiée.

Une intéressante communication a été faite à la Commission des Instruments (n° 9), relativement à la construction des miroirs de télescope, par le Prof^r Ritchey. Des travaux dus à MM. Ch. Fabry, de la Baume Pluvinel et Nüsl ont également été présentés.

Le D^r Ch.-E. St. John a rédigé un rapport extrêmement intéressant sur la physique solaire (Commission n° 12) et dans lequel il montre d'abord le développement des observatoires et des installations créés dans ce domaine au cours de ces dernières années; il indique aussi comment est organisée la coopération des observatoires pour l'étude des divers phénomènes solaires.

Il donne également un tableau très complet des recherches entreprises et des tableaux publiés pendant ces dernières années, concernant les taches, les protubérances, les flocculi, etc., la radiation solaire et la corrélation entre l'activité solaire et certains phénomènes terrestres.

La Commission a insisté pour qu'un observatoire de physique solaire fût établi au Japon, afin de combler la lacune existant dans cette région du globe terrestre entre l'Inde et la Californie. On s'est mis d'accord pour que des observations complémentaires du Soleil fussent faites d'une manière aussi continue que possible quand des tempêtes magnétiques se développent ou quand on peut en attendre le retour par suite de la rotation synodique de vingt-sept jours; un service d'information devrait

être organisé dans ce but. On a adopté une proposition de M. Deslandres demandant que des observations soient organisées dans divers pays, afin de contrôler les résultats annoncés par Abbot sur la variation de la radiation solaire et spécialement pour établir l'existence d'une relation possible avec les éléments météorologiques. Un crédit annuel de 100 livres sterling a été accordé à M. Deslandres pour la publication des clichés de la couche supérieure de l'atmosphère solaire pris à Meudon, et de 40 livres sterling à l'Observatoire d'Arcetri pour la réduction et la publication des observations visuelles de protubérances. Un sous-comité a été créé au sein de la Commission dans le but d'étudier les problèmes relatifs aux éclipses.

La Commission des Étalons de longueur d'onde et Tables de spectres solaires (n° 14) a fixé la spécification pour la production de l'étalon de premier ordre de longueur d'onde, la raie du cadmium à λ 6438,4696.

Les raies du néon, dont les longueurs d'onde sont 6929,466 ; 7173,938 ; 7245,165 et 7535,785 sont adoptées comme étalons de second ordre auxquels on pourra joindre plus tard la raie du cadmium λ 5154.

Le spectre général du Soleil devra être comparé à celui du centre du disque, spécialement dans la région des grandes longueurs d'onde.

Les recherches sur la rotation solaire (Commission n° 15) ont été continuées notamment aux Observatoires du Mont Wilson, de Cambridge, de Kodaikánal et de Meudon. Au premier de ces observatoires on a trouvé, pour la vitesse linéaire équatoriale, comme moyenne des cinq années 1914-1918 : 1,936 km./sec., et pour les six années 1919-1924 : 1,903 km./sec. Pour s'assurer de la réalité des changements de la vitesse de rotation du Soleil, St. John annonce que le Snow telescope sera réinstallé tel que Adams l'a utilisé, afin de comparer les résultats ainsi obtenus à ceux fournis par le télescope-tour. St. John signale aussi la possibilité de l'influence d'un changement de polarité magné-

tique sur la direction des vapeurs circulant autour d'elle, ce qui peut affecter la vitesse normale de rotation observée.

A la Commission pour l'Observation physique des planètes (n° 16) on a recommandé l'organisation de mesures photométriques des planètes et des satellites, des observations micrométriques des taches planétaires et l'étude de l'ombre de la Terre, pendant les éclipses de Lune, au point de vue photographique et spectroscopique.

Miss Blagg, qui a poursuivi le travail de la nomenclature lunaire (Commission n° 17), a adressé diverses propositions relatives aux noms et aux désignations des détails de la surface de notre satellite.

La Commission des Longitudes par télégraphie sans fil (n° 18) a préparé une détermination comprenant le globe entier et basée sur une chaîne formée de quelques observatoires choisis et effectuée à l'aide d'instruments munis du micromètre impersonnel.

Les étoiles des *American Ephemeris* serviront à la détermination de l'heure. Les signaux seront envoyés par Bordeaux, Honolulu, Saïgon et Annapolis; ce seront des signaux rythmiques permettant la méthode des coïncidences. Les opérations commenceront le 1^{er} octobre 1926, dureront deux mois et seront précédées d'expériences faites pendant quelques jours.

Le rapport de la Commission de la Variation des latitudes (n° 19) renferme des résultats provisoires pour les trois dernières années, fournis par le Service international, par l'Observatoire de Greenwich et par celui de Washington, ainsi que de nouvelles valeurs pour la période 1910, 0 à 1924, 0. Des observations ont été commencées à Rio-de-Janeiro. Un subside annuel de 10,000 francs pour les trois prochaines années a été accordé au Service international. On a émis le vœu de voir rétablir la station de Gaithersburg (États-Unis). Il a été demandé que les observatoires qui font des observations méridiennes fondamentales ajoutent à leur programme la détermination des déclinaï-

sons des étoiles du Service international des latitudes pour lesquelles on n'aurait pas de positions récentes.

Le rapport de M. le Prof^r Leuschner, président de la Commission pour les observations de position et le calcul des éphémérides des petites planètes, des comètes et des satellites (n° 20), renferme beaucoup d'indications intéressantes sur les travaux effectués dans divers pays. A. C. D. Crommelin a publié un catalogue donnant les orbites des comètes observées de 1894 à 1925, complétant ainsi celui de Galle. Ce travail a été publié par la *British Astronomical Association* sous les auspices de l'Union astronomique internationale, qui a accordé un subside pour cette publication. Le président répartira ultérieurement entre divers observatoires les travaux relatifs aux petites planètes.

La Commission des Étoiles filantes (n° 22) demande que les observatoires qui possèdent l'outillage nécessaire photographient chaque année les Perséides, les Orionides et les Geminides et que les sociétés qui possèdent des observations de météores les publient sans délai. Elle émet le vœu que le bureau central météorique soit rétabli.

M. le Prof^r Turner donne dans son rapport relatif à la Commission de la Carte du ciel (n° 23) l'état actuel de la publication du catalogue astrographique. M. Baillaud espère que le travail sera terminé en 1933 dans les observatoires français. Quelques membres de la Commission se mettront en rapport avec l'Observatoire de Potsdam au sujet de la continuation du catalogue de la zone attribuée à cet établissement. Il a été décidé que des démarches seraient faites pour faire activer le travail aux Observatoires de Tacubaya et de Sydney. Un crédit annuel de 14,000 francs pour trois ans a été demandé.

Le rapport présenté par le Prof^r F. Schlesinger décrit les progrès réalisés dans la détermination des parallaxes stellaires (Commission n° 24). Il est recommandé que les mesures de parallaxes trigonométriques soient faites autant que possible,

en vue des déterminations spectroscopiques et dynamiques. Il est très important d'introduire dans les programmes d'observation les étoiles faibles à grands mouvements propres. D'autre part, on doit choisir des étoiles qui permettent de déterminer les erreurs systématiques relatives et absolues des résultats trigonométriques. Les observateurs qui déterminent les parallaxes spectroscopiquement sont priés de vérifier le degré d'exactitude de la méthode dans des cas extrêmes, par exemple les étoiles des types A et B et les géantes des types K et M.

Il y a lieu de continuer à déterminer les mouvements propres relatifs d'étoiles faibles se trouvant dans le même champ que des étoiles de Boss, principalement dans l'hémisphère austral. On attire l'attention sur l'importance de la détermination de la magnitude et de l'indice de coloration des étoiles faibles comprises dans les programmes des parallaxes. On annonce que des déterminations de parallaxes vont commencer prochainement à Johannesburg (M. Alden), à Lembang (D^r Voûte) et au Cap (D^r Jones).

M. F. H. Seares a donné un important exposé des recherches effectuées pendant ces trois dernières années en photométrie stellaire (Commission n° 25); il considère successivement ce qui est relatif aux magnitudes, échelles et catalogues, aux équations de couleur et à la comparaison des échelles, à la couleur des étoiles et à la photométrie spectrale. On a constaté que l'échelle de la *Durchmusterung* de Potsdam est pratiquement la même que l'échelle photovisuelle du Mont Wilson, jusqu'à la 6^e grandeur. Il y a lieu de mentionner les recherches effectuées au Mont Wilson (*Contrib.* n° 287) sur la couleur moyenne des étoiles; celle-ci augmente avec la magnitude et avec la latitude galactique.

Un certain nombre de décisions d'ordre pratique ont été prises en vue des déterminations systématiques de magnitudes stellaires.

H. Spencer Jones et J. Halm ont communiqué leurs recherches, effectuées à l'Observatoire du Cap, dans le but de déter-

miner une relation entre les diamètres des images stellaires et les magnitudes photographiques correspondantes basées sur un système photométrique correct.

Seares et Van Rhijn ont fait connaître les résultats qu'ils ont obtenus relativement à la distribution des étoiles sur la sphère suivant la magnitude photographique et la latitude galactique. Ils ont formé une table donnant le logarithme du nombre d'étoiles par degré carré et plus brillantes que la magnitude photographique m ($\log. Nm$) et aux différentes latitudes galactiques. Ils en ont déduit que les nombres totaux d'étoiles pour le ciel entier jusqu'à la 20^e grandeur visuelle et jusqu'à la 21^e grandeur photographique sont respectivement 1 000 000 000 et 890 000 000 (*).

Un bureau central pour tout ce qui concerne les étoiles doubles (Commission n° 28) est établi à Lick Observatory; on envisage la création d'un bureau secondaire pour l'hémisphère austral à l'Union Observatory, Johannesburg. Un subside de 6,000 francs a été accordé à R. G. Aitken pour la préparation de l'extension du catalogue d'étoiles doubles de Burnham.

La Commission des Étoiles variables (n° 27) a approuvé le projet d'organisation pour l'observation des étoiles variables à courte période, présenté par le Comité national du Canada. Le Prof^r Mascart et ses collaborateurs de l'Observatoire de Lyon ont préparé une liste détaillée d'étoiles variables avec les étoiles de comparaison.

La Commission a demandé le renouvellement du subside annuel de 1,200 francs accordé par l'Union astronomique internationale au Prof^r Th. Banachiewicz, directeur de l'Observatoire de Cracovie, pour la publication de ses éphémérides d'étoiles variables à éclipses. La Commission a adopté le système de notation Chambers-André-Nijland; elle demande que

(*) *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. XI, pp. 358-364, juin 1925.

les observateurs isolés fassent paraître leurs observations toujours dans les mêmes publications et qu'elles soient accompagnées de références pour les étoiles de comparaison.

Le Prof^r H. N. Russell a envoyé un plan de recherches sur les étoiles variables; le Prof^r Nijland a communiqué des listes d'étoiles variables qui demandent une attention spéciale (principalement des variables irrégulières), un sous-comité a été chargé d'organiser la coopération entre les observateurs qui participeront à cette étude; le Prof^r E. S. King a rédigé une notice sur les méthodes photographiques pour l'observation des étoiles variables.

La Commission des nébuleuses et des amas stellaires (n° 28) a émis le vœu de voir publier un nouveau catalogue des nébuleuses les plus brillantes et les plus étendues, classées suivant un mode descriptif simple. La formation d'une bibliographie des nébuleuses a été confiée à un comité de trois membres : Hubble (Amérique), Reynolds (Grande-Bretagne) et un troisième qui sera chargé de réunir ce qui a paru dans les autres pays. Un schéma de classification des nébuleuses présenté par Hubble a été discuté. Les observateurs sont invités à désigner les objets par les numéros des catalogues N. G. C. ou I. C. La Commission remercie M^{me} Roberts-Klumpke, qui offre le réflecteur de 20 pouces d'Isaac Roberts pour la photographie des nébuleuses.

La Commission de Classification spectrale des étoiles (n° 29) a décidé de ne pas apporter actuellement de modification au système de Draper, en attendant que l'on ait étudié diverses suggestions qui ont été faites pour l'emploi d'indices composés.

W. S. Adams, dans son rapport, passe en revue les recherches effectuées durant ces dernières années relativement aux divers types spectraux. Adams, Joy et Merrill ont formé une liste de spectres typiques des étoiles géantes et des étoiles naines du type M. La Commission a approuvé une proposition du Dr Wright d'organiser une coopération pour l'observation con-

tinue du spectre des *Novae* dans les premiers stades de leur évolution. Elle attire l'attention sur l'importance de publier des spectrogrammes typiques obtenus dans divers observatoires. On annonce la publication d'une liste de lignes spectrales présentant de l'intérêt au point de vue astrophysique par H. N. Russell (*).

W. W. Campbell, dans son rapport sur les vitesses radiales stellaires (Commission n° 30), signale que l'on connaît actuellement les vitesses radiales de 2,600 étoiles plus brillantes que 5^m,5 et 1,600 dont les magnitudes sont comprises entre 5,0 et 9,0. Un catalogue général sera publié prochainement par Voûte. Le troisième catalogue de binaires spectroscopiques, récemment publié (**), renferme 1,054 étoiles dont on a reconnu la variabilité de vitesse radiale; les éléments orbitaux de 248 d'entre elles ont été déterminés. Un sous-comité, composé de Frost, Moore et Spencer Jones, est chargé de former un petit catalogue de deux ou trois douzaines d'étoiles types pour les vitesses radiales; ces étoiles étalons devraient appartenir à divers types et être bien distribuées sur le ciel. La section américaine de la Commission propose la création d'une station centrale pour la coordination de tout ce qui concerne les vitesses radiales stellaires et les binaires spectroscopiques.

La Commission de l'heure (n° 31), sur la proposition de son président, le Prof^r R. A. Sampson, approuve le rapport de M. Bigourdan, secrétaire général et directeur du Bureau de l'Heure, à Paris. Celui-ci rend compte notamment des recherches sur l'enregistrement photographique de l'heure à 0^s,001. Un subside de 50,000 francs par an est accordé au Bureau de l'Heure pour les prochaines années, jusqu'en 1928.

Diverses modifications aux signaux horaires entrерont en

(*) *Contributions from the Mount Wilson Observatory*, n° 288. (ASTROPH. JOURNAL, vol. LXI, 1925.)

(**) *Lick Observatory Bulletin*, n° 355.

vigueur à partir du 1^{er} janvier 1926. On ne conservera que les signaux dits internationaux (automatiques) et les signaux rythmés ou en vernier, nommés aussi signaux scientifiques. Ils seront émis simultanément par la station de la Tour Eiffel et par celle de Lafayette, probablement à 8 h. 0 m. et à 20 h. 0 m. Pour les signaux internationaux, les trois traits d'une seconde de durée qui réunissaient les secondes 55-56, 57-58 et 59-60 seront remplacés par six points commençant respectivement aux secondes 55, 56, 57, 58, 59 et 60. Les signaux rythmés seront au nombre de 306 émis en 301 secondes et commençant toujours exactement à la même heure de temps solaire moyen. Le premier de ces signaux et ceux portant les numéros 62, 123, 184, 240 et 306 seront des traits d'environ une demi-seconde de durée, dont les débuts marqueront exactement le commencement d'une minute de temps moyen. Les autres signaux seront des points. Pour la réception de tous les signaux enregistrés, les mesures se rapporteront au début du signal.

A l'assemblée générale du 21 juillet le rapport de la Commission des Finances a été adopté ; celle-ci a demandé que l'unité de contribution fût à l'avenir exprimée à l'aide de l'étalon-or.

La composition des Commissions, préparée par le Comité exécutif, a été adoptée sans observation par l'assemblée, qui n'a cependant pas ratifié la proposition de supprimer la Commission n° 9 (Instruments astronomiques).

Lors de la création de l'Union astronomique à Bruxelles en 1919, 32 Commissions avaient été constituées.

A Rome, en 1922, les Commissions 2 (Réédition d'ouvrages anciens), 13 (Expéditions astronomiques), et 32 (Réforme du Calendrier) ont été supprimées ; de plus les Commissions 10 (Radiation solaire) et 11 (Spectro-Enregistreur des vitesses) ont été rattachées à 12, qui a pris le nom de Commission de Physique solaire, et la Commission 21 (Comètes) a été divisée en deux parties ; l'une, comprenant les observations physiques, a été rat-

tachée à la Commission 16 et l'autre, relative aux observations de position et au calcul des éphémérides, a été réunie à la Commission 21; de sorte qu'il n'existe plus de Commission destinée spécialement à l'étude des comètes.

A Cambridge la suppression de la Commission 1 (relativité) a été décidée; par contre, deux Commissions nouvelles ont été constituées, une relative à la Statistique stellaire et l'autre se rapportant à la Parallaxe solaire; elles sont désignées respectivement par les numéros 33 et 34.

Les changements assez nombreux survenus dans l'organisation des Commissions, nous ont engagé à donner un tableau des vingt-sept Commissions existant actuellement et le nom du président de chacune d'elles.

COMMISSIONS DE L'UNION ASTRONOMIQUE INTERNATIONALE.

1925.

3. Notations, unités et économie des publications. P. Stroobant, Uccle (Bruxelles).
4. Éphémérides. Eichelberger, Washington.
5. Analyse de travaux et bibliographie. B. Baillaud, Paris.
6. Télégrammes astronomiques. E. Strömberg, Copenhague.
7. Astronomie dynamique et tables astronomiques. Andoyer, Paris.
8. Astronomie méridienne (y compris l'étude de la réfraction). Dyson, Greenwich.
9. Instruments astronomiques. Hamy, Paris.
12. Physique solaire. St. John, Mount Wilson.
14. Étalons de longueur d'onde et tables de spectres solaires. Babcock, Mount Wilson.
15. Rotation solaire. Newall, Cambridge (Angleterre).
16. Observations physiques de planètes, des comètes et des satellites. Phillips, Epsom (Surrey).
17. Nomenclature lunaire. H. H. Turner, Oxford.
18. Longitude par télégraphie sans fil. Gén. Ferrié, Paris.
19. Variation des latitudes. Kimura, Mizusawa.
20. Observations de position et calcul des éphémérides des petites planètes, des comètes et des satellites. Leuschner, Berkeley.
22. Étoiles filantes. Olivier, Charlottesville (Virginia).
23. Carte du ciel. H. H. Turner, Oxford.
24. Parallaxes stellaires et mouvements propres. Schlesinger, New Haven.

- 25. Photométrie stellaire. Seares, Mount Wilson.
- 26. Étoiles doubles. Aitken, Mount Hamilton.
- 27. Étoiles variables. Shapley, Cambridge, Mass. (États-Unis).
- 28. Nébuleuses et amas stellaires. V. M. Slipher, Flagstaff (Arizona).
- 29. Classification spectrale des étoiles. Adams, Mount Wilson.
- 30. Vitesses radiales stellaires. W. W. Campbell, Mount Hamilton.
- 31. Heure. Sampson, Édimbourg.
- 33. Statistique stellaire. Charlier, Lund.
- 34. Parallaxe solaire. Dyson, Greenwich.

Les membres du Comité national belge d'Astronomie font partie des Commissions dont le numéro est indiqué, dans la liste ci-dessous, à la suite de leur nom.

MM. Alliaume, 8 ; Delporte, 16 et 20 ; Delvosal, 9 et 23 ; De Roy, 27 ; Janne, 19 ; Merlin, 7 ; Philippot, 8, 13 et 31 ; Stroobant, 3, 5, 16, 20, 23 et 33 ; Vanderlinden, 25.

Au cours de l'assemblée du 21 juillet, on a communiqué une lettre de Sir Arthur Schuster, exposant qu'à la réunion du Conseil international de Recherches, qui s'est tenue à Bruxelles les 7, 8 et 9 juillet 1925, aucune majorité suffisante n'avait été réunie pour modifier les statuts du Conseil relativement à l'admission des nations.

Cette communication a amené les délégués de la plupart des nations représentées à Cambridge à donner lecture de déclarations concernant cet objet :

Les délégués des Etats-Unis d'Amérique, par l'organe de M. Brown, expriment avec insistance l'opinion que le jour est arrivé où l'on devra annuler la restriction de nationalité, afin d'assurer le succès de l'Union astronomique internationale, et les délégués ne sont pas d'avis de recommander aux Etats-Unis que leurs astronomes participent à un Congrès futur si les statuts ne permettent aux astronomes de tous pays d'y assister et de prendre part aux délibérations.

M. Cerulli, au nom de la délégation italienne, tient à déclarer que son opinion est qu'aucune réunion de l'Union astrono-

mique internationale ne puisse plus avoir lieu sans qu'elle soit complètement internationale.

M. Stroobant, au nom de la délégation belge, est d'avis de maintenir le point de vue adopté unanimement par le Comité national britannique le 27 février 1925, et par conséquent de demander au Conseil international de Recherches de ne pas s'opposer à l'admission des Puissances centrales quand elles seront membres de la Société des Nations.

M. Deslandres (France), M. Kamienski (Pologne), M. Nüsl (Tchécoslovaquie), M. da Costa Lobo (Portugal) et Parvulesco (Roumanie) font une déclaration identique.

La délégation du Canada, par l'organe de M. Stewart, estime qu'il aurait été préférable d'avoir déjà admis les Puissances centrales et les pays précédemment ennemis, et elle espère que leur admission ne sera plus retardée, celle-ci étant absolument nécessaire.

Le P. Rodés (Espagne) exprime le vœu que tous les efforts soient faits en vue d'assurer l'admission de toutes les Nations au sein de l'Union astronomique internationale, de sorte que la prochaine réunion internationale soit ouverte à tous.

M. Nagaoka déclare que le Comité national astronomique du Japon est d'avis que l'Union astronomique internationale doit être internationale au vrai sens du mot, sans aucune restriction.

A l'assemblée du 22 juillet, MM. Strömgren (Danemark) et von Zeipel (Suède) firent une déclaration analogue.

Il a été convenu que les communications émanant des divers pays seraient remises à Sir Frank Dyson, représentant de l'Union au Conseil international de Recherches.

La Commission spéciale qui avait été instituée au début de la session a proposé de maintenir le commencement du jour julien à midi; cette manière de voir a été ratifiée à une assez forte majorité par l'assemblée. La Commission n'est pas parvenue à un accord pour la désignation du nouveau temps astronomique commençant à minuit; on sait que la *Connaiss-*

sance des Temps et les *American Ephemeris* le nomment temps civil et le *Nautical almanac* anglais, temps moyen. Il est à souhaiter que l'on puisse s'entendre sur une expression unique, comme, par exemple, « temps universel », qui était déjà employée par Oppolzer, dont fait aussi usage actuellement le *Berliner astronomisches Jahrbuch* et qui a été adoptée par le Bureau central des Télégrammes astronomiques, lequel le désigne par U. T. (circulaire n° 76, Copenhague, 14 août 1925).

En attendant, les astronomes devront toujours définir clairement le temps dont ils font usage.

Sur l'invitation du gouvernement néerlandais, transmise par M. de Sitter, il est décidé que la prochaine session triennale se tiendra en Hollande.

M. le président Campbell prononce l'allocution de clôture de la session, dont il fait ressortir le grand succès; il est convaincu que tous les délégués sont d'avis que le Congrès, qui a duré neuf jours, n'a pas été trop long pour l'étude de tous les problèmes qui ont été posés devant l'Union. Il remercie le secrétaire général de l'activité qu'il a déployée durant ces trois dernières années et en particulier pendant la session qui vient de se terminer.

Les propositions de nominations présentées par le Comité exécutif pour les trois années prochaines ne donnent lieu à aucune observation. Sont élus : président, Prof^r de Sitter; vice-présidents, MM. Cerulli, Deslandres et Hirayama, pour trois ans, Eddington et Schlesinger pour six ans; secrétaire général, M. F. J. M. Stratton (Gonville et Caius College, Cambridge).

Enfin l'assemblée acclame les remerciements adressés au président sortant par Sir Frank Dyson.

Miss Cannon, puis le Prof^r Turner exprimèrent aussi leur gratitude au Comité d'organisation de Cambridge, pour les réceptions qui ont augmenté le charme du séjour dans la célèbre cité universitaire.

Les membres du Congrès ont été invités le 15 à une *Garden*

Party à l'Observatoire et à Madingley Rise par le Prof^r et Miss Eddington et par le Prof^r et Mrs Newall. Ils ont eu ainsi l'occasion de visiter les installations de l'observatoire de l'Université et de l'observatoire de physique solaire. Des réceptions ont eu lieu les soirs des 15, 16 et 17 juillet au St. John's College, au Sidney Sussex College et au Queen's College. Ce dernier jour des séries de photographies et de dessins astronomiques ont été projetés de 5 à 6 1/2 heures, dans le grand auditoire de l'école de botanique, successivement par MM. Luplau-Janssen, Turner, Slipher, Butler, Slocum, Hertzprung, Shapley et Evershed. M. J. Comas Solà eut l'occasion de montrer aussi à certains de ses collègues quelques-unes de ses photographies stéréoscopiques.

L'après-midi du samedi 18, la plupart des membres du Congrès allèrent à Ely, petite localité située au nord de Cambridge, où une visite de l'antique cathédrale avait été organisée. Le lundi soir, les membres de l'Union furent invités à une séance de la *Cambridge Philosophical Society*, au cours de laquelle le Prof^r Sir J. J. Thomson fit une conférence sur la nature de la lumière, et le Prof^r A. S. Eddington parla de la constitution interne des étoiles.

Le mardi 21, à 3 heures, le grade de docteur en sciences, *honoris causa*, fut décerné avec le cérémonial traditionnel aux présidents Baillaud, Campbell et de Sitter, ainsi qu'aux professeurs H. Nagaoka, de Tokyo, et F. Schlesinger, de New-Haven.

Dans la soirée du 21 eut lieu, dans le Hall du Trinity College, un banquet auquel les membres de l'Union avaient été invités. Ce dîner, présidé par Sir J. J. Thomson, master of Trinity College, fut ordonné suivant des traditions que les siècles n'ont pas altérées, et qui diffèrent si complètement de ce qui existe sur le continent. Tous les invités qui ont assisté à cette soirée en garderont certainement le plus agréable souvenir.

La plupart des membres de l'Union se rendirent ensuite à Londres pour assister à la célébration du 250^e anniversaire de

la fondation de l'Observatoire de Greenwich, où une *Garden Party*, à laquelle assistèrent Leurs Majestés le Roi et la Reine d'Angleterre, fut offerte l'après-midi du jeudi 23. Le soir eut lieu une *conversazione* à la *Royal Society*, où la bienvenue fut souhaitée aux étrangers par le président de la Société et par Lady Sherrington. Les invités eurent l'occasion d'examiner des appareils et des instruments nouvellement inventés, ainsi que des pièces historiques, tel le petit télescope construit par Newton lui-même, et qu'il a offert à la Société Royale en 1671. Le lendemain eut lieu au Savoy Hotel un déjeuner où furent conviés un certain nombre des membres de l'Union; il fut présidé par l'honorable W. C. Bridgeman, premier lord de l'Amirauté.

D'autre part, la *British Astronomical Association* et la *Royal Astronomical Society* organisèrent des séances spéciales, respectivement le mercredi 22, à 6 heures, et le vendredi 24, à 4 heures.

Enfin, les astronomes qui s'étaient rendus à la réunion de Cambridge furent invités par MM. Turner et Knox-Shaw à passer la journée du 25 à Oxford et à visiter l'Observatoire de l'Université et l'Observatoire Radcliffe.

M. MENGES. — *Sur la force pondéromotrice.*

Rapport de MM. Th. De Donder et Ch.-J. de la Vallée Poussin.

Dans la Note soumise à notre examen, M. Charles L. R. E. Menges remarque que la formule (621), page 174 de la *Théorie mathématique de l'Électricité, Introduction aux Équations de Maxwell*, par Th. De Donder (Gauthier-Villars, 1925), est identique (*) à la formule qu'il obtient page 79 de son ouvrage : *Nouvelles Vues Faraday-Maxwelliennes*, publié en

(*) Les quelques termes additionnels qui figurent dans (621) proviennent d'une plus grande généralité des équations de Maxwell adoptées par Th. De Donder.

janvier 1924, chez le même éditeur. M. Menges en conclut : « le travail de M. De Donder confirme de la façon la plus décisive la vérité de ma formule ». M. Menges a remarqué, avec justesse, que la force mécanique qui découle directement des équations de Maxwell *n'est pas identique*, en général, à la force mécanique définie, *a priori*, par H.-A. Lorentz (*); il y a donc lieu de ne pas les confondre et de les désigner par des symboles *différents*; M. Menges les identifie; d'où des contradictions. Celles-ci n'existent pas, bien entendu, dans l'œuvre de Lorentz.

Les rapporteurs, tout en faisant les réserves précédentes, estiment que la Note de M. Menges présente un certain intérêt qui justifie sa publication dans le *Bulletin* de la séance.

La Classe décide l'impression de ce travail dans le *Bulletin*.

M. CONSTANT PEETERS. — *Étude physico-chimique des eaux ferrugineuses. Procédés de stabilisation.*

Rapport de M. O. Dony-Hénault.

Le mémoire assez étendu (vingt pages dactylographiées) que Constant Peeters, directeur du laboratoire de chimie et de biologie clinique et d'anatomopathologie à l'hôpital de Bruges, soumet à la Classe, discute avec beaucoup de détails la question, d'une importance scientifique assez secondaire en somme, de savoir si le fer se trouve présent dans les eaux minérales ferrugineuses de Spa sous forme ionisée ou sous forme de composé colloïdal.

La seconde thèse a été défendue notamment par M. Poskin en 1913, par MM. Henrijean et Kopaczewski en 1924. M. Peeters conclut, au contraire, à la nature ionisée du composé fer-

(*) Dans l'ouvrage de Th. De Donder, cette force mécanique, par unité de volume, de Lorentz, est donnée par la formule (612), page 172.

reux présent. Il a étayé ses conclusions d'une série d'expériences qui, dans l'ensemble et à quelques détails près, paraissent bien faites, et il a appliqué à la « sélection » de la nature colloïdale tous les moyens ordinairement employés qui se trouvaient à sa disposition : cône de Tyndall, dialyse, diffusion, floculation, etc.

Nous signalerons aussi que la note de M. Peeters est parfaitement présentée dans la forme. Si nous devons entrer dans tout le détail des expériences, nous aurions peut-être certains doutes à émettre; par exemple, si des ions de fer sont présents en quantité notable dans l'eau minérale de Spa, il nous paraît difficile d'admettre que celle-ci soit optiquement vide au cône de Tyndall; il nous paraît plutôt, après les expériences de notre regretté maître Walter Spring, qu'il s'agit d'une question d'intensité d'éclairement, mais nous préférons ne pas entrer dans cette question de détail, parce qu'il nous semble que la communication de M. Peeters, quelques soins qu'il ait pu mettre à ses expériences, ne cadre guère par son caractère avec celles de nos publications ordinaires.

Que le fer soit présent dans l'eau minérale, comme M. Peeters l'affirme, sous forme de bicarbonate ferreux ionisé et maintenu en solution par l'acide carbonique libre, c'est une chose qui nous paraît éminemment probable et tout à fait conforme à ce qu'on sait jusqu'ici; il est, d'autre part, difficile d'admettre que, même en présence d'acide carbonique libre, l'hydrolyse de ce sel n'engendre pas au moins une certaine concentration de micelles d'hydrate ferreux colloïdal, et si cette concentration reste faible, c'est sans doute parce que la concentration du carbonate ferreux elle-même est en somme très faible aussi. Les deux théories antagonistes se rejoignent donc par la base et la publication de M. Peeters ne me paraîtrait digne d'une insertion que si, parmi les méthodes employées pour cette identification, il en existait une nouvelle qui vaudrait d'être signalée; tel n'est pas le cas.

Quant à la seconde partie de la note, qui a pour but l'étude de la stabilisation de l'eau minérale par l'addition de différents

agents tels que tartrates alcalins, sans méconnaître l'intérêt pratique de ces procédés, nous pensons qu'ils touchent de trop près à l'industrie des eaux minérales et à leur emploi thérapeutique pour que la Classe puisse prendre la responsabilité de leur publication. Il y a donc lieu de déposer ce travail aux archives.

Avis de M. L. Crismer.

Je me rallie entièrement à l'appréciation et aux conclusions du rapport de M. O. Dony-Hénault.

Se ralliant à l'avis des rapporteurs, la Classe décide de déposer ce travail aux archives.

M. A. MONOYER. — *Anatomie du Cocos botryophora Mart.*

Rapport de M. A. Gravis.

L'histoire de l'Anatomie végétale met en évidence le rôle prépondérant des recherches qui ont été faites sur la structure des Monocotylées, et notamment sur celle du stipe des Palmiers. Les botanistes les plus éminents ont contribué, par des travaux de plus en plus approfondis, à corriger les erreurs du début et à établir un schéma de plus en plus fidèle. Cette question est restée à l'ordre du jour, comme le témoignent des publications récentes.

M. le docteur A. Monoyer apporte une contribution de réelle importance : il a fixé principalement son attention sur l'accroissement diamétral de certaines régions du stipe du *Cocos botryophora* Mart. Ses vues originales s'appuient sur des observations rigoureuses qui sont clairement exposées dans un mémoire que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie.

M. Monoyer y décrit l'histologie, le parcours des faisceaux et les tissus de formation tardive, trop négligés jusqu'ici. L'accroissement diamétral du *Cocos botryophora* se produit en trois temps : il faut, en effet, distinguer l'accroissement primaire qui accompagne la différenciation des tissus sous le méristème ; l'accroissement postprimaire qui se manifeste d'une

façon très particulière par l'étirement transversal des cellules du parenchyme fondamental; l'accroissement résultant de la formation d'un réseau radicifère constitué de massifs libéro-ligneux spéciaux unissant les tissus conducteurs des racines à ceux de la tige. L'exécution de ce travail a présenté de grosses difficultés qui ont été surmontées d'une façon très heureuse.

Je prie l'Académie d'accueillir le mémoire de M. Monoyer dans le prochain fascicule des *Mémoires* in-8°

Se ralliant à la proposition du rapporteur, la Classe décide l'impression de ce travail dans les *Mémoires* in-8°.

CONSEIL INTERNATIONAL DE RECHERCHES.

La Classe détermine la nature des modifications aux statuts, qu'elle charge ses délégués de défendre à la réunion prochaine du Comité exécutif.

TRAVAUX A L'EXAMEN.

Recherches sur la circulation sanguine et la ventilation pulmonaire chez les Scorpions, par M. Dubuisson; présenté, avec rapport favorable, par M. Willem. — Impression dans le *Bulletin*.

Anatomie du Cocos botryophora Mart, par M. A. Monoyer; présenté, avec rapport favorable, par M. Gravis. — Impression dans les *Mémoires* in-8°.

Contribution à l'étude des composés organo-magnésiens. Le Cyanure de Benzoyle, par M. De Coster; présenté, avec rapport favorable, par M. Bruylants. — Impression dans le *Bulletin*.

La structure de l'ammoniaque solide, analysée par les rayons X, par M. J. De Smedt; présenté, avec rapport favorable, par le comte A. de Hemptinne. — Impression dans le *Bulletin*.

Théorie cosmogonique basée sur les effets de la pression de radiation, par M. Delaey. — Renvoi à M. Stroobant.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

ASTRONOMIE. — Notations et unités adoptées par l'Union astronomique internationale,

par P. STROOBANT, membre de l'Académie.

L'Union astronomique internationale a créé dans son sein, en 1919, une Commission chargée d'établir un système de notations aussi rationnel et aussi homogène que possible, en tenant compte des usages consacrés par le temps.

Cette Commission était primitivement composée de MM. Bigourdan, B. Boss, Deslandres, Dyson, Frost, Turner et Stroobant, président; certains membres ont été nommés à la suite de l'adhésion de nouveaux pays à l'Union, d'autres ont été remplacés notamment lors des sessions de Rome en 1922 et de Cambridge en 1925; elle est actuellement constituée de la manière suivante : MM. Bigourdan, Castillo, Chant, Gautier, Grabowski, Horn d'Arturo, Leuschner, Schlesinger, Strömgren et Stroobant, président.

Nous avons présenté un premier projet en 1920, qui fut modifié après consultation des autres membres de la Commission; la majeure partie des notations proposées furent adoptées au Congrès de Rome. Celui-ci admit également la proposition de M. de Gramont faite à cette époque, ainsi que le système d'abréviations comportant trois lettres, préconisé par MM. Hertzsprung et Russell. Des unités de longueur proposées par la Commission furent aussi adoptées.

A la suite de l'examen des notations qui eut lieu alors, un certain nombre de points avaient été laissés en suspens; après de nouvelles correspondances avec les membres de la Commission et des séances que celle-ci tint à Cambridge et auxquelles assistèrent d'autres membres de l'Union, notamment MM. Crom-

melin et Merton, il a été dressé une liste qui peut être considérée comme définitive. Il est certain que les notations indiquées ne sont en réalité que des recommandations, et, ainsi que nous avons pu nous en convaincre au cours de cette longue préparation, bien des astronomes ne se résoudront que difficilement à renoncer à l'emploi de certaines lettres ou de certains signes dont ils ont acquis l'habitude pour représenter telle ou telle quantité.

Nous avons joint à cette liste de notations l'indication des diverses abréviations adoptées par l'Union astronomique internationale et dont il est à souhaiter que l'usage se répande de plus en plus.

NOTATIONS.

La Terre.

a	Demi-grand axe de l'ellipse méridienne.
b	Demi-petit axe de l'ellipse méridienne.
$\alpha = \frac{a-b}{a}$	Aplatissement.

Coordonnées géographiques.

L	Longitude terrestre, comptée de 0° à 180° ou de 0 h. à 12 h. vers l'Ouest, de 0° à -180° ou de 0 h. à -12 h. vers l'Est.
φ	Latitude géographique, positive au nord de l'équateur, négative au sud.
φ'	Latitude géocentrique.
ρ	Rayon terrestre, a étant pris pour unité.

Coordonnées horizontales.

A	Azimut, compté de 0° à 360° , dans le sens S-W-N-E.
h	Hauteur au-dessus de l'horizon réel.
z	Distance zénithale.
R	Réfraction.

Coordonnées équatoriales.

- H Angle horaire de 0° à 360° ou de 0 h. à 24 h., dans le sens rétrograde.
 α Ascension droite, de 0° à 360° ou de 0 h. à 24 h., dans le sens direct.
 δ Déclinaison, de 0° à 90° , positive au nord de l'équateur, négative au sud.

Coordonnées écliptiques.

- λ Longitude céleste de 0° à 360° , dans le sens direct.
 β Latitude céleste de 0° à 90° , positive au nord de l'écliptique, négative au sud.
 Δ Distance d'un astre au centre de la Terre en unités astronomiques.
 σ Distance d'un astre au centre de la Terre, accourcie.
B Latitude du Soleil.
S Distance Soleil-Terre accourcie, $S = R \cos B$.
 ε Obliquité de l'écliptique.
 t Temps sidéral.
 t_m Nouveau temps astronomique moyen ou temps universel (U. T.) commençant à minuit moyen.
 t_v Temps vrai.
 p Parallaxe.
 p_0 Parallaxe horizontale équatoriale du Soleil, à la distance moyenne du Soleil à la Terre.

Astronomie solaire.

- φ Latitude héliographique, positive au nord de l'équateur solaire, négative au sud.
 ξ Vitesse angulaire diurne, de rotation du Soleil.
 l Longitude héliocentrique de 0° à 360° dans le sens direct.
 b Latitude héliocentrique de 0° à 90° , positive au nord de l'écliptique, négative au sud.
 r Rayon vecteur, exprimé en unités astronomiques.
 s Rayon vecteur, projeté sur le plan de l'écliptique, exprimé en unités astronomiques, $s = r \cos b$.
M Anomalie moyenne.

v	Anomalie vraie.	
E	Anomalie excentrique.	
u	Argument de la latitude.	
a	Demi-grand axe de l'orbite.	
P	Durée de la révolution sidérale.	
n	Moyen mouvement.	
e	Excentricité de l'orbite.	
i	Inclinaison du plan de l'orbite.	
Ω	Longitude du nœud ascendant.	
ω	Angle compté dans le plan de l'orbite à partir du nœud ascendant jusqu'au périhélie.	
ϖ	Longitude du périhélie (ou, en général, du périastre).	
T	Temps du passage au périhélie.	
q	Distance périhélie.	
$\Omega^e i^e$	Longitude du nœud et inclinaison rapportées à l'écliptique.	} Satellites.
$\Omega^a i^a$	Ascension droite du nœud et inclinaison rapportées à l'équateur terrestre.	
$\Omega^0 i^0$	Longitude du nœud et inclinaison rapportées au plan de l'orbite de la planète.	
$^* \Omega^p i^p$	Longitude du nœud et inclinaison rapportées au plan invariable du système solaire.	
Dans le cas où l'on considère plusieurs corps célestes, les éléments de chacun d'eux seront affectés d'un indice au rang du satellite, en sorte que, par exemple, Ω_3^e représente le nœud par rapport à l'écliptique du 3^e satellite dans le système de Jupiter ou dans celui de Saturne, etc.		
d	Diamètre apparent d'un astre à une distance égale à l'unité de longueur (1).	
$\odot$	Longitude du Soleil.	
$\lrcorner$	Longitude de la Lune.	
Ω	Longitude moyenne du nœud ascendant de l'orbite lunaire.	

(1) Nous avons jugé nécessaire, pour éviter un double emploi regrettable, de remplacer la notation s , qui était proposée pour le demi-diamètre, par d , qui désigne le diamètre apparent. Cette notation est conforme à celle employée en astronomie stellaire pour représenter les petites distances angulaires célestes.

$k = \sqrt{f}$	Constante de Gauss, dont le logarithme est $\overline{2},2355814414$.
m	Masse d'un astre.
m_0	Masse du Soleil.

Astronomie sidérale.

G	Longitude galactique comptée de 0° à 360° , dans le sens direct à partir de α Cygni.
g	Latitude galactique de 0° à 90° , positive vers le pôle boréal de la voie lactée.
π	Parallaxe annuelle.
r	Distance d'une étoile, définie par $r = 1''/\pi$ (Parsec).
μ	Mouvement propre d'une étoile.
μ_α	Composante du mouvement propre en ascension droite.
μ_δ	Composante du mouvement propre en déclinaison.
W	Vitesse linéaire d'une étoile.
W_0	Vitesse linéaire du Soleil dans l'espace.
V	Vitesse radiale, positive quand la distance augmente.
V'	Vitesse radiale, corrigée pour le mouvement du Soleil.
γ	Vitesse radiale du centre de gravité d'un système.
P	Période de révolution d'un système (en années pour les doubles visuelles, en jours pour les doubles spectroscopiques).
T	Instant du passage au périastre.
i	Angle du plan de l'orbite avec le plan tangent à la sphère.
Ω	Angle de position de la ligne d'intersection du plan de l'orbite avec le plan tangent.
ω	Angle compté dans le plan de l'orbite, de 0° à 360° , du nœud vers le périastre, dans le même sens que les anomalies.
n	Moyen mouvement angulaire annuel (pour les doubles visuelles), positif si l'angle de position augmente, négatif dans le cas contraire.
a	Demi-grand axe de l'orbite d'une étoile double, exprimé en secondes d'arc.
p	Angle de position, compté de 0° à 360° du point N vers l'Est.

<i>d</i>	Distance, en secondes d'arc.
<i>m</i>	Magnitude apparente.
<i>M</i>	Magnitude absolue.

Chacune de ces lettres peut recevoir les indices *v*, *pg* ou *pv* respectivement pour visuelle, photographique ou photovisuelle.

<i>c</i>	Indice de coloration.
----------	-----------------------

Les constellations seront désignées exclusivement par leur nom latin.

Abréviations des noms latins des constellations.

Propositions de MM. HERTZSPRUNG et RUSSELL.

(Rome 1922.)

And	Andromeda.	Cnc	Cancer.
Ant	Antlia.	Col	Columba.
Aps	Apus.	Com	Coma.
Aql	Aquila.	CrA	Corona Australis.
Aqr	Aquarius.	CrB	Corono Borealis.
Ara	Ara.	Crt	Crater.
Arg	Argo.	Cru	Crux.
Ari	Aries.	Crv	Corvus.
Aur	Auriga.	CVn	Canes Venatici.
Boo	Bootes.	Cyg	Cygnus.
Cae	Caelum.	Del	Delphinus.
Cam	Camelopardalis.	Dor	Dorado.
Cap	Capricornus.	Dra	Draco.
Car	Carina.	Equ	Equuleus.
Cas	Cassiopeia.	Eri	Eridanus.
Cen	Centaurus.	For	Fornax.
Cep	Cepheus.	Gem	Gemini.
Cet	Cetus.	Gru	Grus.
Cha	Chamaeleon.	Her	Hercules.
Cir	Circinus.	Hor	Horologium.
CMa	Canis Major.	Hya	Hydra.
CMi	Canis Minor.	Hyi	Hydrus.

Ind	Indus.	Psc	Pisces.
Lac	Lacerta.	Pup	Puppis.
Leo	Leo.	Pyx	Pyxis.
Lep	Lepus.	Ret	Reticulum.
Lib	Libra.	Scl	Scluptor.
LMi	Leo Minor.	Sco	Scorpius.
Lup	Lupus.	Set	Scutum.
Lyn	Lynx.	Ser	Serpens.
Lyr	Lyra.	Sex	Sextans.
Men	Mensa.	Sge	Sagitta.
Mic	Microscopium.	Sgr	Sagittarius.
Mon	Monoceros.	Tau	Taurus.
Mus	Musca.	Tel	Telescopium.
Nor	Norma.	TrA	Triangulum Australe.
Oct	Octans.	Tri	Triangulum.
Oph	Ophiuchus.	Tuc	Tucana.
Ori	Orion.	UMa	Ursa Major.
Pav	Pavo.	UMi	Ursa Minor.
Peg	Pegasus.	Vel	Vela.
Per	Perseus.	Vir	Virgo.
Phe	Phœnix.	Vol	Volans.
Pic	Pictor.	Vul	Vulpecula.
PSA	Piscis Austrinus.		

Propositions de M. A. de Gramont.

(Rome 1922.)

Les lettres capitales A, B, C sont utilisées à la fois pour désigner les raies de Fraunhofer, les types spectraux dans la classification de Harvard et les symboles chimiques. Afin d'éviter des confusions possibles, en astrophysique, les conventions suivantes devraient être adoptées :

I. Les raies de Fraunhofer seraient désignées par leurs symboles ordinaires placés entre crochets.

II. Dans les travaux d'astrophysique, les lettres désignant les éléments chimiques seraient soulignées en manuscrit et imprimées en *italiques*.

III. Les lettres désignant les divers types stellaires ne subiraient aucune modification.

Exemple :

[A] représente la raie tellurique (λ 7594, 4).

A ou A représente l'Argon.

A représente les étoiles à hydrogène.

UNITÉS.

a) Longueurs :

1° Le kilomètre pour les dimensions des corps célestes, l'expression des vitesses (par seconde), etc.;

2° La distance moyenne du Soleil à la Terre, ou unité astronomique, pour le système solaire;

3° Le parsec (distance correspondant à une parallaxe annuelle de 1'') pour l'univers stellaire. L'année de lumière peut être prise comme terme de comparaison dans les exposés élémentaires.

b) Magnitude ou grandeur stellaire absolue; magnitude d'une étoile, ramenée à la distance de 10 parsecs.

c) Unité de chaleur. Le joule ou la calorie dans les cas où cette dernière unité serait plus appropriée.

d) Unité de longueur d'onde. L'angström international.

e) Unité de pression. Le bar, c'est-à-dire 10^6 dynes par centimètre carré.

f) Système d'unités. Le système C. G. S. toutes les fois qu'il peut être utilisé.

ÉCONOMIE DES PUBLICATIONS.

Les propositions du Comité national américain (*) semblent être de nature à pouvoir être généralement adoptées. Celles qui concernent la composition typographique des formules ont été suggérées par la *London Mathematical Society*.

(*) Reprint and Circular series of the National Research Council. (*Proceeding of the National Academy of Sciences*, juin 1920, vol. VI, n° 6, pp. 349-396.)

BIOLOGIE. — Notes éthologiques sur divers Collemboles,

par VICTOR WILLEM, membre de l'Académie.

Le groupe des Collemboles est actuellement l'objet des études d'un certain nombre de spécialistes, qui se préoccupent surtout de leur spécification et de leur distribution géographique. J'estime, pour ma part, que les caractères que l'on choisit pour l'établissement des espèces ne prendront une importance biologique que pour autant qu'on en déterminera le rôle dans la vie des insectes décrits; je pense aussi que des listes faunistiques n'ont qu'une signification toute provisoire, préparant l'explication par l'éthologie, de la répartition des Collemboles dans les stations repérées. C'est pour cela que je me suis depuis longtemps préoccupé de déterminer, dans la mesure du possible, les comportements et les mœurs des formes dont je parvenais à récolter un nombre suffisant d'exemplaires. L'étude des Collemboles « marins » que j'ai rencontrés dans le Boulonnais m'a jusqu'ici fourni quelques résultats; j'ajoute aujourd'hui, à mes publications précédentes sur ce sujet, des observations analogues concernant d'autres formes de Collemboles.

1. — *Archisotoma Besselsi* (Packard).

Mon ami, M. SOLLAUD, alors préparateur de la station zoologique de Wimereux, m'avait signalé la présence d'un Isotomien sur les terrains saumâtres de l'embouchure de la Slack (Ambleuse); mais je ne suis parvenu à le rencontrer qu'en avril 1925. Entretemps, R. DENIS, en possession d'exemplaires récoltés par M. SOLLAUD, a rapporté ce Collembole à *Archisotoma Besselsi* (Packard).

Nous avons actuellement de cette espèce une description due surtout aux données successives de LINNANIEMI ⁽¹⁾, FOLSOM ⁽²⁾ et R. DENIS ⁽³⁾. Or, il est curieux — et même symptomatique — que les naturalistes descripteurs n'aient pas remarqué le dimorphisme sexuel, si apparent, présenté par le Collembole en question; et que, tout en notant les longueurs relatives des articles antennaires et en signalant les soies « olfactives », si exiguës, que portent les antennes; en discutant la répartition des bothrio-



FIG. 1. — *Archisotoma besselsi*.
Têtes du mâle (A) et de la femelle (B),
vues de profil; $\times 65$.

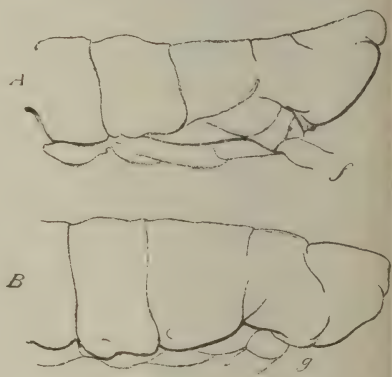


FIG. 2. — *Archisotoma besselsi*.
Abdomens du mâle (A) et de la femelle (B).
vus de profil; $\times 65$.

triches sur les segments postérieurs de l'abdomen, ils n'aient pas remarqué que le mâle et la femelle diffèrent très visiblement par le développement des antennes et par la forme de l'extrémité du corps. Le mâle adulte, en effet, avec une tête relativement moins développée, possède des antennes beaucoup plus

(1) W. M. (AXELSON) LINNANIEMI, *Die Apterygotenfauna Finlands* (II). (ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICAE, 1912, t. XL, n° 5, p. 119.)

(2) J. W. FOLSOM, *Collembola from the Crocker Land Expedition, 1913-1917*. (BULLETIN OF THE AMER. MUSEUM OF NAT. HISTORY, 1919, p. 277.)

(3) R. DENIS, *Note sur les Aptérygotes*. (ANNALES DE LA SOC. ENTOM. DE FRANCE, 1923, XCII, p. 221.) — *Sur la faune française des Aptérygotes* (cinquième note). (BULLETIN DE LA SOC. ZOOLOGIQUE DE FRANCE, 1924, t. XLIX, p. 562.)

fortes que les femelles (fig. 1); et la partie postérieure de son abdomen, plus aplatie, concave vers le haut, présente une figure fort différente de l'abdomen de la femelle (fig. 2).

J'ai souvent assisté, en observant des agglomérations d'individus dont je parlerai plus loin, aux manœuvres préliminaires de l'accouplement. Un mâle, qui circule entre des femelles immobiles, se place tout contre l'une d'elles et cherche à la saisir : s'il reste à sa gauche, par exemple, il contourne extérieurement, de son antenne droite recourbée, la base de l'antenne droite de la femelle, tout en tapotant vivement le côté droit de la tête de sa conjointe; souvent aussi son antenne gauche intervient et accroche, du côté interne, l'antenne gauche de la femelle. Et la maintenant ainsi plus ou moins, le mâle glisse son abdomen sous celui de la femelle et le tord en hélice, de façon que les orifices génitaux viennent plus ou moins en contact. Quelquefois j'ai vu la femelle sollicitée, relever fortement son abdomen, semblant ainsi se prêter aux tentatives du mâle, dont les tortillements compliqués se répètent et se prolongent. Mais je n'ai jamais assisté à la phase finale de l'accouplement, la jonction précise des deux orifices sexuels et l'émission du sperme : la femelle se dérobaît par un saut, ou bien le mâle, après quelques essais infructueux d'accouplement, quittait la première femelle pour passer à une voisine.

PHOTOTROPISME, GÉOTROPISME, AGGLOMÉRATIONS. — A la mi-avril 1925, cet Isotomien se rencontrait par milliers sur la slikke, en des taches où la vase, perforée de tubes de *Nereis diversicolor*, était couverte d'un gazon court et dense de *Vaucheria* (*dichotoma*?); des individus, sautant au soleil, se répandaient aussi sur le rebord voisin du petit talus du schorre. Je l'ai retrouvé, en aussi grand nombre, à la même place en septembre; mais la plupart des individus étaient des immatures, de couleur générale grisâtre; et en raison de leur taille minime, du développement du gazon feutré de *Vaucheria*, un observateur non prévenu aurait

pu, sans s'en douter, écraser des centaines de l'Isotomien. D'autres points de la même station, des places du talus argileux du schorre, quoique couverts d'un duvet abondant de *Vaucheria*, ne recélaient pas de Collembote.

Les exemplaires capturés et quelque peu secoués dans les tubes qui servent à les transporter se dirigent ordinairement vers la lumière et surtout vers le haut : comportement souvent qualifié de géotropisme négatif et de phototropisme positif. Laissés en repos dans des récipients contenant des plaques de *Vaucheria*, les individus se rassemblent dans les régions supérieures, de préférence lorsqu'elles sont obscures ; ils forment là des agglomérations plus ou moins serrées, analogues à celles que j'ai décrites pour *Actaletes* et revues pour *Anurida* ⁽¹⁾. Des chocs du récipient désagrègent ces amas, qui se reforment bientôt, d'autant plus rapidement que les individus dispersés par les secousses se sont moins éloignés du groupement résiduel, qui sert de noyau de reconcentration, et, d'autre part, d'autant plus vite que l'éclairage est moins intense et que l'intervalle écoulé depuis la désagglutination a été court. Semblables amas ont, quelques heures après l'agglutination, un substratum d'excréments émis par les Collembotes qui les constituent : des masses ovoïdes ou cylindriques de vase, de petits rouleaux d'un bon dixième de millimètre de diamètre et de $1\frac{1}{2}$ dixième de millimètre de longueur.

Projetés à la surface de l'eau, ils sautent inlassablement, même les tout petits exemplaires. Submergés accidentellement,

(1) V. WILLEM, *L'habitat et les allures du Collembote marin, Actaletes*. (BULLETINS DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE [Classe des Sciences], novembre 1920.) — *Les Collembotes marins de Wimereux*. (TRAVAUX DE LA STATION ZOOLOGIQUE DE WIMEREUX, 1925, t. IX.)

Des individus, circulant après avoir mangé ou avoir longuement sauté (*Actaletes*, p. 533), s'immobilisent dès qu'ils viennent en contact avec d'autres et contribuent ainsi à former des agglomérations plus ou moins nombreuses, dont les constituants, serrés de plus en plus les uns contre les autres, deviennent peu sensibles aux excitations extérieures.

ils agitent leur furca, comme le fait souvent *Actaletes* en semblables circonstances.

Petit à petit, les individus se localisent en grand nombre dans des anfractuosités du gâteau de vase, analogues aux fissures naturelles du sol de la slikke ou aux anciens tubes de *Nereis*, où, dans la station originelle, on peut souvent rencontrer des amas d'exuvies. Enfin, après une journée environ, ils disparaissent dans des fissures étroites et deviennent invisibles, au point qu'on ne soupçonnerait plus la présence de Collemboles dans un bloc qui en est pour ainsi dire farci. Pour les en faire sortir, il faut des secousses prolongées, ou encore un éclaircissement intense, l'exposition à la lumière solaire.

Mais ces allures ne persistent guère chez des individus que je conserve dans des tubes avec un gazon de *Vaucheria* ⁽¹⁾ : à mesure que se prolonge le séjour des Collembolles dans mes petits terrariums, soustraits aux vicissitudes des marées et à des agitations intempestives, leur comportement devient moins caractéristique : ils continuent tout un temps à former des agglomérations dans les régions élevées qui leur sont accessibles, mais elles sont moins denses, les individus ne se touchant guère ; et ces amas se localisent, soit à l'ombre, au plafond des cavités creusées dans la vase, soit à la lumière, dans les régions supérieures du récipient en verre.

L'apparition rapide de boules excrémentitielles dans ces amas montre que les composants sont des individus qui ont précédemment mangé, qui sont repus, et que l'immobilisation qui donne

(1) Chaque terrarium était constitué par un tube en verre, de 15 centimètres de longueur et de 2 $\frac{1}{2}$ centimètres de diamètre, fermé par un bouchon de liège ; il contenait environ 2 centimètres cubes de vase très humide, traversée de filaments de *Vaucheria*. L'Algue, exposée à la lumière, s'y développe en longs filaments ; j'y vois, en outre, se multiplier des Foraminifères (*Rotalia* et une *Spiroloculina* à coque en mosaïque). *Archisotoma* y prospère et se reproduit : les œufs sont pondus en paquets de quinze à vingt, et les jeunes arrivent à l'état adulte en sept à huit semaines. Au moment où je rédige ces notes, cinq mois après leur capture, les cultures paraissent aussi prospères qu'au début.

naissance aux agglomérations a, comme cause principale, l'état de satiété alimentaire de l'individu. Et cela explique aussi le fait que les agglomérations se dissocient d'ordinaire plus ou moins rapidement, selon l'état de réplétion alimentaire des Collemboles.

Et petit à petit encore, après trois ou quatre semaines de claustration tranquille, les agglomérations ne se forment plus guère : les individus s'immobilisent presque isolément, parmi les filaments de *Vaucheria* qui rampent sur la paroi du verre. Mais le comportement ordinaire réapparaît, pour peu que le récipient soit soumis, au cours des manipulations, à des secousses répétées.

Ce sont là en somme des allures qui rappellent beaucoup celles d'*Actaletes* et d'*Anurida*, et apparaissent ainsi communes aux Collemboles exposés aux balancements des marées. Ces comportements nous font comprendre quelque peu comment l'éclairage solaire ou la faim, par une atmosphère tranquille, à la mer descendante, chasse les Collemboles de leurs retraites, à la recherche de leur nourriture ; comment la satiété les fait plus ou moins promptement disparaître dans des anfractuosités sombres et se cantonner dans les régions supérieures de ces cavités, où se conserveront probablement, à mer montante, une certaine quantité d'air ; comment l'agitation de l'atmosphère et de l'eau qui accompagne le reflux accélère la retraite des individus non rassasiés, et comment les retardataires, en cas de surprise, peuvent encore trouver une protection suffisante contre l'asphyxie, en se serrant dans de petits creux, où de l'air reste adhérer à leur cuticule.

RÉGIME ALIMENTAIRE. — Le régime alimentaire de mes Collemboles est resté pour moi assez longtemps mystérieux, parce que je partais d'une idée préconçue trop simpliste. La multiplication de l'*Isotomien* en une région particulière de la slikke me paraissait liée à la présence sur le sable vaseux d'un gazon court et dense de *Vaucheria* ; et cette impression se trouvait immédiate-

ment affermie par l'examen de la coloration du liquide sanguin et des taches pigmentaires du Collembole, qui rappelait singulièrement la teinte vert sombre particulière de l'Algue. Et il semblait rationnel de penser que *Archisotoma*, muni de pièces buccales du type masticateur, tout comme *Sminthurus* et *Orchesella*, par exemple, qui broutent des *Pleurococcus*, se nourrit des filaments délicats de *Vaucheria*.

Mais l'examen de mes sujets, logés dans des tubes à la surface interne desquels s'allongeaient des filaments *Vaucheria*, n'a confirmé cette présomption que dans une certaine mesure.

Fréquemment de petits groupes d'Istomiens se localisent à la surface de la vase mouillée : chacun des individus circule assez lentement, agitant rapidement la tête dans le sens vertical, comme s'il picorait ; et rien, cependant, d'immédiatement perceptible, aucun filament d'Algue ne distingue la région nue, ainsi visitée pendant un certain temps. Mais si j'arrive à dériver sur la paroi transparente un peu du liquide qui mouille en ce point la vase, j'y vois nager des infusoires plus ou moins nombreux et des bactéries.

D'autre part, des Collemboles qui circulent, mais plus rapidement, avec des manœuvres analogues, sur la paroi de verre mouillée, permettent l'observation de la bouche par le microscope : l'animal plonge dans l'eau les appendices terminaux de sa lèvre inférieure, et le jeu rapide des extrémités des mandibules et des maxilles indique une sorte d'écumage, de léchage de la surface du liquide. Il est rare que la lèvre supérieure vienne en contact durable avec le liquide, et qu'il se forme un ménisque correspondant à tout le pourtour de l'orifice buccal : dans ce cas, l'animal relève la tête, aspire toute la gouttelette, ainsi entraînée, dans la cavité buccale ; les organes externes buccaux redeviennent ainsi secs, pour recommencer la manœuvre ordinaire ⁽¹⁾.

(1) On voit souvent aussi des individus, recourbés en U et couchés sur un côté, se lécher activement la furca, le retinacle, le tube ventral et les pattes.

L'animal récolte de la sorte des particules d'argile. Je l'ai vu aussi dissocier et absorber, par parcelles ténues, un excrément ancien. A moins de supposer que ces manœuvres, qu'on voit durer longuement, ne conduisent qu'à faire absorber des quantités considérables de liquide par des animaux qui vivent déjà dans une atmosphère saturée d'humidité, il faut bien admettre qu'ils hument en même temps et les infusoires de l'eau et les microorganismes adhérant aux particules de vase.

Mais il arrive qu'un Collembole circulant ainsi suive un filament de *Vaucheria*, qui reste alors encadré entre les extrémités de ses pièces buccales; celles-ci, dans leur mouvement rapide, raclent continuellement la membrane cellulaire, mais sans l'entamer. *Archisotoma* se montre donc incapable de déchirer, au moyen de ses mandibules dentées, une membrane de *Vaucheria* et partant de se nourrir de filaments intacts. Mais si l'on a préalablement écrasé des filaments de cette algue, on voit les manœuvres buccales malaxer les tubes crevés et en absorber le contenu. Et un petit amas de filaments hachés devient le point de concentration de Collemboles circulants, et, dès le lendemain, s'accumulent en ce point des excréments de plus en plus nombreux. Le résultat est encore plus frappant, si l'on présente aux Collemboles un mélange de filaments de *Vaucheria* (préalablement roulés sur du papier à filtre), hachés avec un peu de vase : la pâtée ainsi obtenue attire rapidement les Isotomiens, qui l'attaquent avidement et en absorbent les portions fluides ou ténues.

Ainsi se comprennent les relations entre *Vaucheria* et *Archisotoma*, dans la station où j'ai recueilli mes exemplaires : le Collembole trouve un élément important de subsistance dans les filaments de l'Algue que blessent les mouvements de l'eau, et il se multiplie, en conséquence, aux points où prospère l'Algue.

Mais *Vaucheria* ne constitue pas nécessairement sa nourriture essentielle. Le succès obtenu avec une pâtée de vase et de *Vaucheria* saumâtre m'incite à varier les essais; et je constate

que les résultats sont sensiblement les mêmes avec les filaments d'une *Vaucheria* de nos eaux douces. De même, le suc de gros *Spirogyra* déchirés est mangé assez avidement. Aussi, la pellicule qui se forme sur le lait bouilli à l'air, mélange de globules graisseux et d'albumines, est absorbée copieusement, pourvu qu'elle soit d'abord incorporée dans la pâte de vase et de *Vaucheria* : un petit amas de ce hachis, ainsi que l'auréole d'excréments qui l'entoure bientôt, sont, pendant plus de deux semaines, le point de concentration de Collemboles qui arrivent à se repaître de pellicule lactée pure, puis d'un mélange de cette crème et de beurre ⁽¹⁾. Finalement, je nourris des *Archisotoma* de la Slack au moyen de fragments de foie ou de glande génitale de Planorbe et de Limnée, dans un tube dont la vase a été progressivement dessalée par lavage à l'eau douce.

Au moyen de ces données expérimentales, on comprend quelle aubaine peut constituer, pour les *Archisotoma* de la Slack, dans leur station normale, un cadavre de Mollusque ou d'Annélide. On se rend compte, d'autre part, qu'*Archisotoma besselsi* puisse ne pas être partout tributaire de *Vaucheria*. En fait, on a signalé cette espèce en Finlande, en Norvège, dans les régions arctiques, sur la côte du Massachusetts, sous les pierres d'un rivage sablonneux, sous des fucus rejetés par le flot ⁽²⁾; LINNANIEMI l'a rencontrée sur les rives d'un lac, en Finlande, loin de la côte. Mais les auteurs ne précisent pas assez les conditions d'habitat de ces stations, pour qu'on puisse les comparer avec celles que j'ai étudiées ci-dessus.

(1) La consistance plus grande de semblables pâtées permet d'analyser davantage le mécanisme de la préhension : d'infimes portions du mélange sont chaque fois attirées dans la bouche par le jeu rapide d'adduction et de rétraction des extrémités des mandibules et des maxilles, agissant alternativement à droite et à gauche ; puis la tête se relevant, il se produit un jeu, longitudinal, de va-et-vient des deux mandibules, qui se prolonge et dont le rôle consiste sans doute en friction masticatrice des deux plaques dentées, l'une contre l'autre

(2) Dans le Boulonnais, la dessiccation rapide, sur les plages de sable, de la laisse des marées y rend impossible l'existence d'*Archisotoma*.

D'ailleurs, il faut se garder d'exagérer la portée d'expériences du genre de celles que je viens de rapporter : elles n'ont que la valeur d'une première approximation, parce qu'elles laissent de côté des facteurs qui n'apparaissent pas au premier abord, mais qui peuvent avoir tout autant d'importance pour la limitation de l'aire géographique d'une espèce.

L'examen d'autres Collemboles va nous fournir quelques nouveaux points de comparaison.

2. — *Folsomia fimetaria*.

J'ai vu pulluler cette espèce, depuis deux ans, dans une masse de sable très mouillé où nous élevons des Pélobates. J'ignore comment le Collembole a été introduit dans le terrarium, qui n'a reçu, dès le début, que du sable blanc ; petit à petit, il y est apparu de rares Diatomées, sur la face exposée à la lumière, de petits Nématodes, et tout récemment, des *Chaetogaster*, amenés vraisemblablement avec les Linnées et Planorbes dont on gavait les Pélobates. Les Collemboles se tiennent surtout dans les fosses où s'enfuit le Crapaud ; sur les surfaces découvertes du terrarium, ils se dispersent au moindre souffle d'air : il a donc fallu les observer dans de petits cristallisoirs, contenant du sable mouillé et couverts de plaques de verre. Ils ont continué à se développer et à se multiplier dans ceux-ci, de façon intéressante. Les œufs sont à peu près sphériques, de couleur orange très pâle, d'environ $\frac{1}{8}$ de millimètre de diamètre, et pondus les uns contre les autres en groupes de 14 à 18 ; leur coque est mince, transparente, couverte de tubercules ponctiformes. Il m'a paru que le développement de ce Collembole, entre deux générations successives, dure environ deux mois, en été ; je n'ai pu compter le nombre des mues subies au cours de ce développement.

Il a été facile, au moyen de ces élevages, de reconnaître que les Collemboles primitifs avaient trouvé leur subsistance dans les excréments de Pelobates. Ils s'attaquent aussi bien aux

excréments d'autres Batraciens, ainsi qu'à ceux de Lézards, pourvu qu'ils soient très mouillés.

D'autre part, je les nourris depuis plusieurs mois de Limnées ou de Planorbes extraits de leurs coquilles. On les voit, sur ces matériaux mous, picorer d'un mouvement pendulaire longitudinal de tout le corps, qui projette le museau en avant et lui fait décrire ensuite un trajet de retour sur la surface attaquée. Les antennes sont maintenues relevées, droites et raidies, éloignées de la proie : une pose qui semble indiquer que les organes sensoriels antennaires n'interviennent pas dans l'appréciation de l'aliment absorbé. Des Collemboles sont massés sur cette proie ; et d'autres forment une large auréole autour d'elle, exécutant les mêmes mouvements de préhension sur le sable et récoltant ainsi le sang et les substances liquéfiées qui fluent du cadavre.

Le fragment de mollusque doit être humide et exposé sur un substratum mouillé. Mes *Folsomia*, en effet, évitent le sable qui n'est pas mouillé ; et quand de l'eau ne remplit plus tous les interstices des grains de sable du petit terrarium, ils se cantonnent dans les creux, où l'atmosphère est plus saturée d'humidité qu'ailleurs, et ils enfouissent en outre la tête dans les petites anfractuosités du sol. D'autre part, ils se montrent extrêmement sensibles aux mouvements de l'air ambiant : un souffle, très léger, les fait sauter violemment, s'éloigner de leur proie et se réfugier dans des creux. Si le récipient qui les loge reste découvert, même dans une chambre très calme, ils abandonnent les régions convexes ou planes du terrarium et se rassemblent dans les creux et les rigoles. Sensibilité à l'agitation de l'air et recherche de l'humidité concourent donc au même résultat ; et il est bien possible que le premier facteur, apparemment une forme de sensibilité tactile, ne soit que la traduction adaptative d'une sauvegarde contre la dessiccation.

Semblable fuite dans les creux du terrain donne lieu à des rassemblements d'individus ; mais ils ne sont pas compacts comme les agglomérations d'*Actaletes* ou d'*Archisotoma* ; je n'ai

jamais vu les individus s'immobiliser au contact d'autres et former des groupes où tous les constituants se touchent et se serrent de plus en plus.

La manière dont mes *Folsomia* se répartissent dans les terrariums me paraît être conditionnée avant tout par les conditions d'humidité, sans intervention visible d'un « phototropisme », comme chez les autres espèces. A une lumière diffuse modérée, mes exemplaires se distribuent à peu près uniformément dans les irrégularités du sable, sans marquer de préférence apparente pour les versants plus sombres des replis de la surface. Vient-on cependant à projeter sur eux la lumière solaire directe, même avec interposition d'une couche d'un centimètre d'une solution saturée d'alun, ils se mettent à sauter vivement : cette réaction est immédiate. *Folsomia finetaria*, dont les yeux paraissent complètement disparus, est donc sensible encore au rayonnement solaire.

3. *Podura aquatica* L.

Des exemplaires de cette espèce, tout comme ceux d'*Anurida* et d'*Archisotoma*, manifestent, quand ils se trouvent dans un récipient nouveau, soumis à des secousses, ce qu'on appellerait du phototropisme positif et du géotropisme négatif. Ces manifestations cessent quand les Podures sont habituées à leur milieu et qu'elles n'y sont plus troublées.

Placées dans un aquarium, elles évitent les surfaces sèches et se tiennent dans les régions très humides, de préférence au bord de l'eau ; elles s'aventurent facilement sur les feuilles flottantes, marchent assez aisément sur la surface de l'eau, supportées par les ménisques de leurs gros ongles, mais cherchent d'ordinaire, souvent par des sauts vigoureux, à s'en échapper. Lorsque, par suite d'une manœuvre malheureuse, le corps se trouve mouillé partiellement, le Collembole se livre à des con-

torsions assez peu avantageuses, témoignant qu'il n'est pas habitué, comme *Actaletes*, à résister au clapotis des eaux.

Son régime alimentaire a beaucoup de points de ressemblance avec celui des deux formes précédentes. Je n'ai jamais vu des Podures attaquer une feuille vivante; mais elles font disparaître les feuilles pourrissantes et ramollies, d'*Hydrocharis*, par exemple. — Circulant sur un lacis de *Vaucheria* et de *Spirogyra*, elles promènent leurs mufles à la surface de l'eau et récoltent, au moyen de leurs mandibules et maxilles, de très petits microorganismes végétaux, par exemple *Scenedesmus*, mais négligent des Protophytes de la taille de *Cosmarium*; il arrive qu'elles capturent en même temps un Infusoire : alors la tête est relevée et il se produit un mouvement de mastication prolongé. — Elles attaquent avidement les zooglées de *Bacillus subtilis* qui se forment à la surface des infusions de foin et absorbent en même temps les Colpodes qui y fourmillent (*). Elles peuvent absorber, du même mouvement de la tête et des pièces buccales, du sang de *Planorbis corneus* rassemblé dans la cupule d'un fragment de coquille, ou répandu sur du sable. — A défaut d'autre nourriture, mes captifs se sont attaqués à des fragments de foie de Limnée; mais cette alimentation, lorsqu'elle a été exclusive, a eu, dans mes expériences, une influence néfaste : pour une raison que je n'ai pu déterminer, les Podures qui ont absorbé ce genre d'aliment sont toutes mortes après quatre ou cinq jours, et le contenu noirâtre de l'intestin, gonflant par absorption d'eau, a fait éclater la cuticule externe du cadavre le long de la ligne médiane dorsale. — Enfin, j'ai vu *Podura* attaquer avidement le revêtement, préalablement mouillé,

(*) Ceci m'explique la rencontre de Podures à la surface d'égouts d'eaux ménagères, sans trace de plantes chlorophylliennes. Dans les conditions ordinaires, on voit *Podura aquatica* pulluler, non point tant à la surface de certaines eaux stagnantes, — surtout celles qui sont couvertes de *Lemna*, en raison de leur pollution, — mais plutôt sur les atterrissements des bords, où croupissent des algues et des feuilles pourrissantes.

de Protococcacées couvrant l'écorce de platanes. Et les individus qui s'amassent sur un fragment d'écorce, en négligeant les autres matériaux alimentaires du terrarium, prennent des allures curieuses : ils enfoncent la tête dans la couche de *Protococcus* et mangent, semble-t-il, sans discontinuer, émettent de gros excréments pâteux ; ils se déplacent à peine, ne sautent plus, et deviennent presque insensibles aux excitants, secousses, agitations de l'air, qui font sauter vigoureusement les individus ordinaires.

4. *Isotomurus palustris* (Müll.).

J'ai rencontré récemment cette grande forme de Collembole dans les anfractuosités de petites plages de *Vaucheria*, tapissant une vase noirâtre, sur les bords d'un étang plus ou moins saumâtre, dans un polder près de Philippine (Flandre zélandaise). L'algue formait là, entre de grosses tiges d'*Aster tripolium*, en un feutrage épais, fortement imprégné d'eau, des mamelons spongieux percés de conduits verticaux, d'où la moindre compression faisait sourdre de l'eau.

Dans ce feutrage, lâche et flexible, de *Vaucheria*, s'observait une forte proportion de Cyanophycées et de Diatomées ; on y voyait grouiller des Paramécies et d'autres Ciliates, quelques Rotifères, de petits Nématodes, des Oligochètes et des larves de Diptères.

J'ai fait sur les allures et le régime alimentaire de l'*Isotomurus* des constatations analogues à celles que j'ai rapportées pour *Archisotoma* et *Podura* : même « phototropisme » chez les individus inquiétés ; même régime alimentaire, comportant de tout petits organismes, végétaux et protozoaires, vivant entre les filaments de *Vaucheria* du feutrage initial ; d'autre part, mes sujets peuvent passer immédiatement de cette alimentation à l'absorption des dépôts à *Scenedesmus*, provenant d'aquariums d'eau douce, qui sont utilisés par mes *Podura*. Et je note que

de telles proies minimes suffisent à l'alimentation de ce Collembole de grande taille : jamais, en plusieurs journées d'observations régulières, je ne l'ai vu attaquer des filaments de *Vaucheria*.

D'autre part, les mêmes sujets, auxquels je présente un morceau d'écorce verdie de platane, s'attaquent immédiatement au revêtement de Protococcacée, qui a été fortement mouillé, et s'en repaissent longuement. Cette constatation est intéressante, à mon sens : elle vient en concordance avec le fait qu'*Isotomurus* — de même que *Isotoma viridis* — se rencontre non seulement au voisinage d'eaux saumâtres ou douces, mais aussi dans le terreau humide et sous les pierres ; il est vraisemblable que ces Collemboles trouvent là des *Protococcus*, tout comme *Orchesella*, qui s'en nourrit dans les mêmes stations terrestres. Et l'on voit ainsi *Isotomurus*, exemple de Collembole de grande taille, établir le passage entre le régime d'*Archisotoma* et *Podura*, et celui d'autres Collemboles, tels *Orchesella* et *Allacma fusca*, qui se repaissent essentiellement de Protococcacées, comme *Machilis*.

Le même Collembole n'aborde que très temporairement les Zooglées de *Bacillus subtilis* et refuse des fragments dissociés de *Planorbis corneus*.

Conclusions générales.

I. — Nous avons vu que les formes étudiées ci-dessus recherchent une atmosphère très humide ; et de plus, quand elles circulent sur un substratum mouillé, elles évaginent presque constamment leurs vésicules exsertiles et les maintiennent en contact avec l'eau superficielle : de sorte qu'il y a échange presque continu, au travers de la cuticule mince de ces organes, entre le liquide sanguin et l'eau ambiante. Cette manœuvre se pratique, de manière presque constante, même dans une atmosphère saturée d'humidité (comme celle d'un tube

bouché, renfermant de l'eau), par des Collemboles qui, en même temps, absorbent par la bouche une quantité notable d'aliments aqueux : elle ne paraît donc pas nécessitée là par une simple absorption d'eau et semble impliquer une respiration, qu'on peut qualifier d'aquatique, chez ces Insectes aériens.

Semblable besoin d'un milieu aquatique caractérise beaucoup d'autres formes, la généralité des Podurides, beaucoup d'Isotomiens, les plus archaïques, semble-t-il, des phylums de Collemboles ⁽¹⁾. Et c'est à ces groupes qu'appartiennent les Collemboles marins, qui proviennent tous, évidemment, de formes « aquatiques » d'eau douce. Je trouve dans la *Faune des Aptérygotes de Finlande*, de LINNANIEMI, qui comporte beaucoup de renseignements sur la distribution géographique de Collemboles, que nombre d'espèces, notamment d'Isotomiens, peuvent se rencontrer à la fois sur les mares d'eau douce et sur le rivage de la mer. Par exemple, *Podura aquatica* a été récolté, exceptionnellement, sous des Fucus pourrissant au bord de la mer ⁽²⁾; ou encore *Isotoma viridis*, β -*principalis*, s'observe non seulement dans l'humus humide des bois, mais aussi, le long des côtes, sous des morceaux de bois et des Fucus rejetés ⁽³⁾.

J'ai fait quelques essais pour vérifier dans quelle mesure nos *Podura aquatica* peuvent s'acclimater à l'eau de mer. Pour cela, j'ai ajouté progressivement à l'eau qui imprègne le sable sur lequel vivent nombre d'exemplaires, du sel marin. Après une

⁽¹⁾ D'autres sont moins exigeants et quelques-uns, comme certains Entomobryides, qu'on trouve sous des écorces sèches, comme *Allacma fusca*, qui s'élève à plus de 1 mètre de hauteur sur les troncs de hêtres dont l'écorce est couverte de Pleurococcus, s'accommodent longtemps d'une atmosphère sèche. Il faudrait voir si la cuticule, chez ces formes, est plus épaisse; si la possession de soies nombreuses et d'écailles est en rapport avec une diminution de l'évaporation; si les deux glandes dorsales d'*Allacma* ne servent pas à enduire d'une substance protectrice la cuticule superficielle.

⁽²⁾ Page 10. L'auteur ne précise pas assez, à mon gré, les conditions de salure des stations.

⁽³⁾ Page 164.

quinzaine de jours, le liquide atteint à peu près la salure de l'eau de mer, et la plupart des Collemboles sautent encore activement et semblent résister au changement du milieu; mais ils meurent généralement dans l'espace des quelques jours suivants. La même expérience, faite avec *Folsomia fimetaria*, a donné les mêmes résultats négatifs. Bien avant que le liquide mouillant le sable du petit terrarium n'eût atteint la salure de l'eau de mer, les Collemboles restaient rassemblés dans la zone la plus éloignée du point où se faisait l'addition progressive de NaCl; tous avaient d'ailleurs délaissé les proies et cessé de manger. J'ai arrêté l'expérience et essayé de sauver les survivants, par une dessalure rapide du sable; mais les Collemboles, s'ils ont regagné de leur activité, ont refusé de s'alimenter et sont morts en l'espace d'une quinzaine de jours. Je n'ai pas persévéré dans des essais de ce genre, qui ne me paraissent pas avoir d'intérêt particulier en ce moment.

II. — Il résulte aussi des observations relatées précédemment que nombre de Collemboles, possesseurs de mandibules dont la surface malaire dentée semblerait impliquer un rôle triturateur et broyeur ⁽¹⁾, se nourrissent d'aliments fluides, ou de pâtes comportant des particules très fines et molles, telles que des

(1) La partie distale d'une mandibule typique (fig. 3) présente une extrémité allongée, creusée en cuilleron garni de dents ventralement, servant manifestement à racler des surfaces et à rassembler des parcelles alimentaires, conjointement avec les extrémités des maxilles. Plus proximale, elle porte une plaque courbée en croissant, couverte de petits prismes serrés les uns contre les autres et rangés en lignes parallèles; à la pointe proximale du croissant se distingue une cupule, dont le bord porte une rangée de denticules; et contre le bord convexe de cette plaque, distalement, quelques crêtes transversales relativement robustes.

Cette armature de dents et de crêtes semble, en raison des observations rapportées ci-dessus et de sa structure, servir moins à broyer qu'à râper les parcelles recueillies, et cela, grâce à un mouvement longitudinal qui ferait frotter l'une contre l'autre les plaques, en regard, des deux mandibules. Cette manière de voir ferait comprendre l'évolution réductionnelle des mandibules, observée dans la série : *Anurida trioculata*, *A. maritima*, ... *Achorutes muscorum*.

Algues de taille minime, des zooglées de Bactéries, des Infusoires, des tissus animaux ou végétaux très mous, éventuellement en décomposition ⁽¹⁾. Ceci a été dûment constaté pour *Actaletes*, *Podura*, *Anurida*, *Archisotoma*, *Folsomia* et *Isotomurus*; il en est très probablement de même pour la généralité

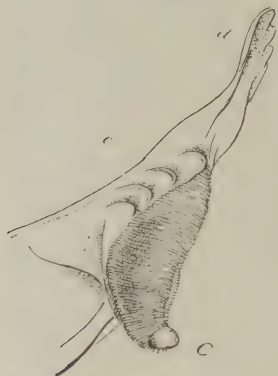


FIG. 3. — *Isotomurus palustris*.
Extrémité distale de mandibule, vue du côté
médial; $\times 275$.

d, dents terminales;
c, cupule dorsale de la plaque molaire;
C, crêtes ventrales.

des Podurides et peut-être pour nombre d'Isotomiens ⁽²⁾. *Isotomurus* établit la transition avec les Collemboles qui, de même que *Machilis*, se nourrissent de Protococcacées raclées sur les pierres humides ou sur les écorces; ce dernier régime est propre, semble-t-il, à des formes de grande taille ⁽³⁾.

Mais les aliments propres aux espèces de petite taille, s'ils présentent comme caractère commun une consistance fluide et molle, se différencient cependant, dans une certaine mesure, par d'autres qualités. C'est ainsi que *Folsomia fimetaria* refuse les microorganismes chlorophylliens, qui forment peut-être la base de l'alimentation de *Podura aquatica*; et cette dernière forme ne paraît pas pouvoir se nourrir exclusivement des matières animales en putréfaction que recherche *Folsomia*.

⁽¹⁾ Ceci explique le pseudo-parasitisme accidentel d'*Hypogastrura* sur des Chevaux atteints d'inflammation cutanée.

⁽²⁾ J'ai déjà signalé ailleurs qu'*Allacma fusca*, *Orchesella cincta* et *villosa*, de tailles plus grandes, mangent *Pleurococcus*, et que *Sminthurides aquaticus* attaque les feuilles de *Lemna*.

⁽³⁾ *Archisotoma besselsi* ne s'attaque pas à des enduits de Protococcacées.

Les régimes observés chez les Collemboles intercotidaux que j'ai eu l'occasion jusqu'ici d'étudier, sont du premier type considéré ici; et même le cas, si curieux au premier abord, d'*Actaletes*, qui s'attaque aux Astéries blessées et qui racle le mucus et l'épiderme d'Actinies, se rattache facilement aux exemples fournis par des formes ordinaires de Collemboles. Ainsi s'explique qu'on ne trouve, dans l'appareil digestif et spécialement dans les pièces buccales, aucune spécialisation particulière chez les Collemboles marins : leurs adaptations sont d'ordre « physiologique » encore.

III. — En fin de compte, je ne trouve chez les formes intercotidales qu'un caractère spécial, physiologique : un ensemble de comportements particuliers, qui les met à l'abri de l'enlèvement par les vagues, et dont l'élément le plus frappant, sinon le plus important et le plus efficace, est la tendance à s'agglomérer en amas qui se resserrent de plus en plus, après satiété alimentaire ou fatigue. Cette manière d'agir, je l'ai observée chez toutes les formes intercotidales que j'ai eu l'occasion d'étudier de près : *Actaletes*, *Anurida maritima*, *A. trioculata*, *Archisotoma besselsi*, et je ne l'ai pas rencontrée ailleurs, pas même chez *Isotomurus palustris*, ni chez des espèces qui vivent en masses, comme *Podura aquatica* et *Folsomia fimetaria*.

Des Podures, très repues, restent bien quelquefois immobiles et forment des groupements, dont les individus ne se touchent que rarement. Des fois, une excitation, telle que la chute inopinée d'un sauteur, met en mouvement un individu touché qui, après avoir quelque peu progressé, s'arrête dès qu'il bute des antennes contre un autre. De même, j'ai vu des exemplaires de *Folsomia*, au cours de la période où l'eau salée leur avait fait perdre beaucoup de leur vivacité, s'accumuler en amas, où ils ne touchaient pas l'extrémité d'appendices; souvent, l'un ou l'autre des sujets, mis en mouvement par un souffle, se déplaçait momentanément, puis, dès qu'il butait contre un voisin,

s'immobilisait, après l'avoir tapoté de ses antennes. Peut-on rapprocher cet acte, observé chez des individus mal portants et assoupis, de la tendance à l'agglomération et y voir l'esquisse du comportement si marqué chez les Collembolles intercotidaux ?

CHIMIE. — Sur le trimère du nitrile crotonique,

par P. BRUYLANTS, membre de l'Académie, et L. MATHUS.

Le trimère du nitrile crotonique a été obtenu à plusieurs reprises dans ce laboratoire, mais toujours en quantité extrêmement faible, de sorte qu'il n'a pas encore été possible d'établir sa structure.

Les résultats que nous avons obtenus au point de vue de sa constitution sont également incomplets; il n'est peut-être pas inutile de les publier, les faits acquis pouvant faciliter la tâche à ceux qui arriveraient à isoler ce produit par d'autres voies.

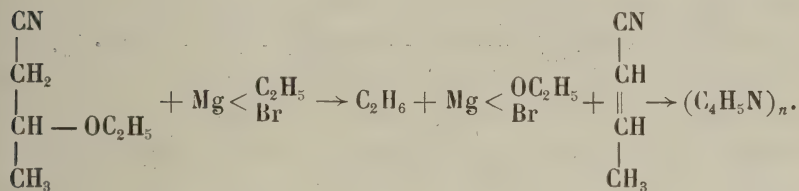
La grosse difficulté provient de ce qu'on ne prépare le trimère cristallin qu'avec de fort médiocres rendements, et aussi que sous l'influence de plusieurs réactifs il se transforme en produits visqueux, dont on ne peut extraire que très laborieusement de minimes quantités de composés bien définis.

Ce trimère a été obtenu la première fois par Van Genechten (*) en faisant réagir le nitrile β éthoxy-butyrique sur les organomagnésiens aliphatiques. La réaction s'accompagne d'une décomposition du magnésien qui se manifeste chez les termes peu carbonés par un dégagement gazeux très intense; le nitrile β éthoxy-butyrique, pour autant qu'on n'opère pas avec un excès de magnésien, est transformé dans ces conditions en nitriles crotoniques(les deux isomères géométriques), dont une fraction

(*) Thèse Louvain. Travail non publié.

subit les réactions de condensation en fournissant en petite quantité le trimère cristallin.

La réaction se fait donc de la façon suivante :



D'ailleurs dans les produits de cette réaction l'alcool a été mis en évidence sous forme de naphtyl-uréthane.

Le trimère a été obtenu également par Van Genechten aux dépens de la variété inférieure de nitrile crotonique (éb. 108°), tandis qu'aux dépens de la variété supérieure il n'obtenait qu'une masse incristallisable.

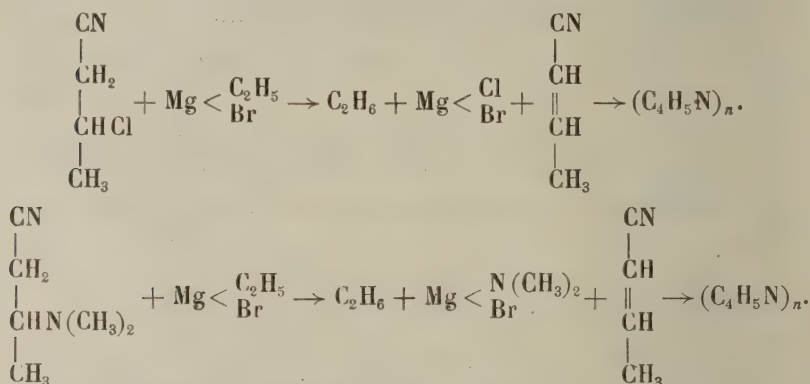
Plus tard De Booseré (*) l'a isolé dans les produits de la réaction des magnésiens sur le nitrile β chloro-butyrique, et l'un de nous (**) aux dépens du nitrile β diméthylamino-butyrique.

Il semble probable que tous les nitriles butyriques substitués en β fournissent le trimère crotonique. Dans un premier stade l'organo-magnésien réagit pour donner le mélange des nitriles crotoniques, et ceux-ci se polymérisent sous l'action du même réactif. En effet, si l'on prend une quantité équimoléculaire d'organo-magnésien et de nitrile β chloro-butyrique, il y a formation prépondérante des deux variétés de nitrile crotonique et relativement peu de produits de condensation; au contraire, avec le double de réactif magnésien on obtient surtout le trimère ou, plus exactement, des produits de condensation dont on peut

(*) *Bull. Soc. chim. Belg.*, 1923, 32, 43.

(**) *Ibid.*, 1923, 32, 264.

extraire le trimère. — Il en est de même avec le nitrile β diméthylamino-butyrique :



Voici, réunis en un tableau, les rendements très approximatifs des différents produits de la réaction avec divers nitriles susceptibles de fournir le trimère crotonique :

1^o Quantité équimoléculaire de magnésien éthylique et de nitrile.

	Produits spéciaux.	Nitriles crotoniques.	Trimère.	Goudrons.
Nitrile β chloro-butyrique . . .	2 % cétone 10 %	52 %	30 %	6 à 7 %
Nitrile β éthoxy-butyrique . . .	dipropényle	30 %	40 %	15 %
Nitrile β diméthylamino-butyrique.	—	40 %	40 %	20 %
Nitrile crotonique inférieur . . .	—	30 %	50 %	20 %
Nitrile crotonique supérieur . . .	—	30 %	50 %	20 %

2^o Quantité double de magnésien..

Nitrile β chloro-butyrique . . .	—	—	60 %	40 %
Nitrile β éthoxy-butyrique . . .	—	—	50 %	50 %
Nitrile β diméthylamino-butyrique.	—	—	—	—
Nitrile crotonique inférieur . . .	—	—	60 %	40 %
Nitrile crotonique supérieur . . .	—	—	60 %	40 %

Toutes ces réactions sont conduites à la façon habituelle. A l'exception de celles effectuées avec le nitrile crotonique supé-

rieur, le produit d'extraction à l'éther fournit déjà une petite quantité de trimère, lorsque la presque totalité de l'éther a été chassée. Le produit restant est une masse visqueuse de couleur jaune, qui, distillée sous pression de 11 millimètres, commence à passer vers 210° sous forme d'un liquide jaunâtre très visqueux dont la viscosité augmente et dont la coloration se fonce à mesure que la température s'élève. A 240° on arrête la distillation. Le produit désigné sous le nom de goudron dans le tableau précédent représente ce résidu de distillation. Il nous a été impossible d'en extraire un produit défini.

Le produit qui distille de 210° à 240° ne cristallise pas spontanément, mais au contact d'éther sec, il se prend lentement en une bouillie cristalline. Après filtration le liquide étheré résiduaire ne fournit plus de cristaux, que ce soit par évaporation lente ou rapide de l'éther à l'air libre ou dans le vide, soit qu'on le redistille dans le vide. Il n'y a ainsi que 5 % environ du produit obtenu par distillation dans le vide (210° à 240) qui passe à l'état cristallin; comme nous le montrerons plus loin on peut cependant encore en extraire, sous forme d'un produit de saponification, une minime quantité. Dans le tableau précédent on a compté comme trimère la fraction éb. 210° à 240°. Le produit cristallisé est rapidement lavé sur l'essoreuse, à l'éther sec; on obtient ainsi une poudre cristalline blanche qu'on purifie par cristallisations dans le benzène : après 5 à 6 recristallisations dans ce dissolvant on obtient le trimère sous forme de longues aiguilles soyeuses fus. à 173°-174°.

Ce produit est insoluble dans l'eau, relativement peu soluble dans l'éther, très soluble dans l'alcool et l'acétone, très soluble à chaud, mais beaucoup moins à froid, dans le benzène et le chloroforme.

Voici les résultats de deux combustions :

<u>S.</u>	<u>CO₂.</u>	<u>H₂O.</u>	<u>C %.</u>	<u>H %.</u>
0,1400	0,3776	0,9030	71.5	7.8
0,1566	0,4083	0,0998	71.2	7.51

Le dosage d'azote par la méthode Dumas a donné le résultat suivant :

S.	V.	H.	t.	N.
—	—	—	—	—
0,1694	29,3 cc.	753.0	10°	20.6

Les valeurs calculées pour le nitrile crotonique ou ses polymères sont : C% : 71.64; H% : 7.46; N% : 20.89.

C'est bien un trimère : voici les résultats d'une ébullioscopie dans le benzène.

Poids de benzène : 21^{gr}2.

S.	$\Delta t.$	M.
—	—	—
0,1363	0,046	203
0,2370	0,141	212
0,4491	0,264	214

Le poids moléculaire du trimère est 201.

D'après les résultats précédents le trimère du nitrile crotonique prend donc naissance à côté de produits très visqueux qui l'empêchent de cristalliser.

D'après les observations de Van Genechten, le trimère obtenu au moyen du nitrile crotonique, variété supérieure, ne cristalliserait pas; ce fait pourrait expliquer pourquoi aux dépens des nitriles β butyriques substitués on obtient une quantité moindre de trimère cristallin qu'avec la variété inférieure de nitrile crotonique.

En effet ces nitriles butyriques substitués fournissent simultanément les deux variétés du nitrile crotonique, et le trimère de la variété supérieure, étant un produit visqueux, générerait la cristallisation de l'autre.

Voici un tableau donnant les rendements en trimère cristallin par molécule-gramme de trois nitriles mis en œuvre.

	Nitrile β chloro-butyrique.	Nitrile crotonique inférieur.	Nitrile crotonique supérieur.
A	0,5 gr.	0,9 gr.	0 gr.
B	1,5	2,6	id.
C	0,9	1,8	id.
D	1,8	3,5	id.
E	2,6	4,4	id.

Dans les deux premières opérations, l'addition du nitrile au magnésien était très rapide; elle durait environ une demi-heure; dans l'essai A il y avait ébullition vive de l'éther; dans l'essai B on refroidissait constamment la masse en réaction.

Dans les trois dernières opérations l'addition était très lente et durait environ quatre heures; l'essai C a été fait en maintenant l'ébullition, l'essai D en refroidissant comme en B; enfin l'essai E a été fait dans un mélange réfrigérant dont la température a varié de -10° à 0° .

Après quatre mois de séjour sous excicateur, le produit de la réaction avec le nitrile crotonique supérieur renfermait cependant quelques cristaux; nous avons pu en extraire environ un demi-gramme (provenant de cinq moles mises en œuvre). Après quelques cristallisations dans le benzène, ces cristaux fondaient à 173° - 174° et cette température se maintenait après mélange avec les cristaux de trimère provenant de la variété inférieure ou du nitrile β éthoxy-butyrique. Il est donc probable qu'il s'est produit une isomérisation lente du trimère visqueux de la variété supérieure en trimère de la variété inférieure.

Il semble donc que les organo-magnésiens aliphatiques soient des réactifs polymérisants beaucoup trop énergiques pour la préparation de ce trimère; on ne peut pas s'adresser non plus à l'action du sodium, car, même en minime quantité, il polymérise les nitriles crotoniques à un degré encore beaucoup plus élevé;

le produit obtenu commence seulement à distiller vers 330° dans le vide de 11 mm. Il en est d'ailleurs de même lorsqu'on opère avec l'alcoolate de sodium sec.

La préparation du trimère cristallin est donc une opération fort coûteuse et très laborieuse; mettant en œuvre 720 gr. de nitrile β chloro-butyrique et 400 gr. de nitrile crotonique inférieur, nous n'avons pu obtenir que 26 gr. de trimère pur.

Constitution du trimère. — Les acides chlorhydrique, sulfurique et nitrique, lorsqu'ils sont assez concentrés, dissolvent le trimère à froid; par dilution il est reprécipité.

Le brome est absorbé par la solution chloroformique du trimère; il y a simultanément dégagement d'hydracide. En opérant avec une solution titrée de brome, on observe qu'il se produit une coloration persistante, lorsqu'il y a eu addition d'une molécule-gramme de brome pour une de trimère.

Après évaporation du chloroforme il reste un produit incolore, soluble dans l'éther, l'alcool et le chloroforme, insoluble dans l'eau, fus. à 130°-131°.

Le dosage de brome donne le résultat suivant :

S.	Ag. NO ₃ N ₁₀ .	Br. %.
—	—	—
0,2033	7,3 cc.	28,7

Un dérivé monobromé, produit de substitution d'un atome d'hydrogène et répondant à la formule $C_{12}H_{14}N_3Br$, exige 28.57 % de brome.

Nous concluons de cet essai qu'il n'y a plus de liaison oléfinique dans la molécule du trimère.

Le trimère ne possède ni réaction acide, ni réaction basique. En solution dans l'éther et soumis à l'action de HCl sec, il ne donne pas de chlorhydrate et, par évaporation du dissolvant, on le retrouve inaltéré.

L'iodure de méthyle et l'iodure d'éthyle ne s'additionnent

pas. L'acide picrique ne fournit pas de picrate; l'acide chloroplatinique est également sans action.

Le trimère ne subit l'action de l'acide nitreux ni en solution dans HCl, ni en solution dans l'acide acétique.

Le trimère peut être saponifié par l'acide chlorhydrique concentré : on met en présence 2 grammes de trimère et 60 centimètres cubes HCl concentré et l'on évapore lentement au bain d'eau. On observe alors la formation de cristaux enrobés dans un produit sirupeux brun. En reprenant par l'éther, le produit sirupeux se dissout et l'on obtient les cristaux parfaitement blancs; c'est du chlorure ammonique que l'on recueille en quantité correspondant approximativement à l'élimination d'un atome d'azote par molécule-gramme de trimère.

L'extrait éthéré abandonne par évaporation du dissolvant un produit cristallin, fus. vers 103° - 105° ; après deux recristallisations dans le benzène, il fond à 108° - 109° .

Ce produit est très soluble dans l'alcool, un peu moins dans le chloroforme et le benzène; il est relativement peu soluble dans l'éther, ce qui permet de le séparer du produit visqueux qui l'accompagne toujours.

Le dosage d'azote par la méthode de Dumas donne le résultat suivant :

<u>S.</u>	<u>V.</u>	<u>H.</u>	<u>t.</u>	<u>N %</u>
0,1700	17.3	768,1	11°5	12.5

La combustion fournit les valeurs que voici :

<u>S.</u>	<u>CO₂.</u>	<u>H₂O.</u>	<u>C %.</u>	<u>H %.</u>
0,1858	0,4456	0,1316	65.35	7.80
0,12.6	0,2910	0,0844	65.21	7.71

C'est donc un corps qui a la composition suivante :

$$C\% = 65.4; \quad H\% = 7.7; \quad N\% = 12.5.$$

Or, une cétone obtenue par saponification d'une fonction imine, et répondant donc à la formule $C_{11}H_{14}N_2CO$, exige :

$$C\% = 71.28; \quad H\% = 6.93; \quad N\% = 13.86; \quad O\% = 7.92.$$

Un acide provenant de saponification d'une fonction nitrile, et répondant à la formule $C_{11}H_{15}N_2COOH$, exige :

$$C\% = 63.43; \quad H\% = 7.27; \quad N\% = 12.72; \quad O\% = 14.54.$$

Le produit de saponification, fus. à 108° - 109° , est donc l'acide $C_{11}H_{15}N_2COOH$, et nous pouvons écrire le trimère sous la forme $C_{11}H_{15}N_2CN$.

La transformation du trimère en cet acide n'est pas quantitative; on obtient environ 30 % du rendement théorique en produit pur, fus. à 108° - 109° .

Nous avons encore pu obtenir cet acide, en minime quantité, en traitant par l'acide chlorhydrique concentré les fractions incristallisables de l'extract éthéré de la réaction, éb. 210° - 240° , dont on a extrait le trimère. On chauffe à l'ébullition, durant quelques heures, la solution fumante d'acide chlorhydrique avec ce liquide visqueux, tout en y faisant passer un courant d'HCl gazeux. On décante ensuite la couche huileuse, que l'on traite par une solution à 20 % de NaOH; une fraction assez notable entre en solution : en acidifiant celle-ci, l'acide se précipite sous forme d'une huile, encore incristalisable. Celle-ci est chauffée avec une solution de carbonate sodique qui n'en dissout qu'une partie : la solution acidifiée à nouveau laisse déposer une masse visqueuse qui se solidifie partiellement au contact de l'éther. On purifie les cristaux par cristallisations répétées dans le benzène; on obtient ainsi le même acide, fus. 108° - 109° .

L'acide $C_{11}H_{15}N_2COOH$ a été soumis à l'action oxydante du permanganate. Cette oxydation réalisée en solution alcaline est assez nette : 1 gramme d'acide $C_{11}H_{15}N_2COOH$, sous forme de

sel sodique, en présence de 2 grammes de Na_2CO_3 , en solution dans 150 centimètres cubes d'eau à la température de 35° à 40° , réagit avec 62 centimètres cubes de solution de KMnO_4 à 3 %; ceci correspond approximativement à la fixation de deux molécules-gramme d'oxygène pour une d'acide $\text{C}_{11}\text{H}_{15}\text{N}_2\text{COOH}$.

On filtre pour se débarrasser du bioxyde de manganèse; on concentre la solution alcaline et l'on traite ensuite par HCl ; on obtient ainsi un précipité qui, recristallisé de l'alcool à 60°G. L. , se présente sous forme de fines aiguilles extrêmement légères, fus. à $178^\circ\text{-}179^\circ$.

C'est un acide qui peut être assez exactement titré : avec le méthyl-orange, le virement n'est pas net; il est au contraire très net avec la phénolphthaléine, si l'on opère à l'ébullition et si l'on se sert de baryte caustique :

S.	$\text{Ba}(\text{OH})_2\text{N}_{10}$.	M.
0,1027	17.2 cc.	119 pour acide monobasique. 238 pour acide bibasique.

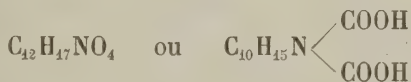
La combustion donne le résultat suivant :

S.	CO_2 .	H_2O .	C %.	H %.
0,0653	0,1441	0,0478	60,18	8,11

Le dosage d'azote Dumas y indique 5.42 % N.

S.	V.	H.	t.	N %.
0,0763	3,6 cc.	762,3	20°5	5.42

Ces résultats analytiques, combinés avec celui du titrage, concordent assez approximativement avec la formule d'un acide bibasique

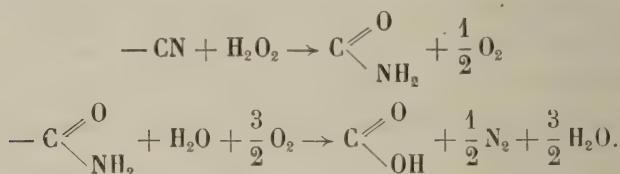


pour lequel on a

$$M = 239; \quad \text{C \%} = 60,25; \quad \text{H \%} = 7,11; \quad \text{N \%} = 5,85; \quad \text{O \%} = 26,77.$$

Ce résultat est difficilement explicable, à moins que le permanganate n'ait agi sur une fonction nitrile comme le fait l'eau

oxygénée pour fournir l'amide correspondante qui, à son tour, serait saponifiée avec élimination d'azote :



Faute de substance, il nous a été impossible d'étudier davantage cet acide, ainsi que la réaction d'oxydation qui lui donne naissance.

Nous avons ensuite soumis l'acide $\text{C}_{11}\text{H}_{15}\text{N}_2\text{COOH}$, fus. 108° - 109° , à l'action oxydante de l'acide nitrique D^e 1,30. 2 grammes d'acide sont traités par 20 centimètres cubes d' HNO_3 : la dissolution s'opère rapidement ; on évapore lentement au bain d'eau ; il se dégage des vapeurs nitreuses.

Il reste une masse visqueuse incristallisable, mais soluble pour sa plus grande partie dans les bases. Ce produit a été transformé en sel calcique, en le traitant par 50 centimètres cubes d'eau, en maintenant à l'ébullition et en ajoutant 2 grammes de CaCO_3 ; on filtre et évapore la solution du sel calcique : celui-ci est difficile à purifier, car sa solubilité dans l'eau n'est pas fort différente à chaud et à froid.

Il a donc été obtenu en évaporant sa solution aqueuse, puis en le séchant plusieurs heures à 120° .

La combustion donne le résultat suivant :

<u>S.</u>	<u>CO₂.</u>	<u>H₂O.</u>	<u>C %.</u>	<u>H % (*)</u>
0,1909	0,3052	0,0696	45.98	4.27.

Dosage de Ca :

<u>S.</u>	<u>CaO.</u>	<u>Ca %.</u>
0,1473	0,0320	15.5

(*) Il a été apporté une correction à la teneur en CO_2 déduite de la teneur en CaCO_3 du résidu.

Ce qui correspondrait à la composition $\text{CaC}_{10}\text{H}_{13}\text{O}_5$; mais nous avons reconnu ultérieurement que ce produit était impur et encore légèrement azoté.

Une nouvelle quantité de sel calcique a été préparée et l'acide en a été précipité : il fond alors à 177° . Une première recristallisation de l'eau bouillante élève le point de fusion à $190-191^\circ$, une seconde à 195° ; le produit est alors bien blanc et la fusion très nette; il se présente sous forme de petits cristaux mamelonnés et est totalement exempt d'azote.

La combustion donne le résultat suivant :

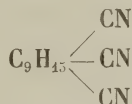
<u>S.</u>	<u>CO₂.</u>	<u>H₂O.</u>	<u>C %.</u>	<u>H %.</u>
0,1206	0,2608	0,1099	58.97	10.12

et répond donc soit à la formule $\text{C}_{10}\text{H}_{18}\text{O}_4$, soit à la formule $\text{C}_{10}\text{H}_{20}\text{H}_4$. A la première correspondent les valeurs que voici :

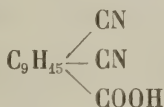
$$\text{C} \% = 59,40; \quad \text{H} \% = 8,91; \quad \text{O} \% = 31,68.$$

Pour nous rendre compte de la structure, admettons que les trois atomes d'azote, dans la molécule du trimère, appartiennent tous trois à des fonctions nitriles; malgré les difficultés de saponification, cela n'est pas invraisemblable, en raison de l'absence de propriétés basiques et de toute réaction avec les éthers haloïdes, l'acide nitreux, etc.

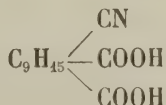
La formule du trimère serait alors



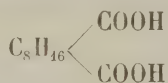
celle de l'acide résultant de saponification par HCl , fus. $108-109^\circ$,



celle de l'acide du même degré de carburation provenant d'oxydation manganique,



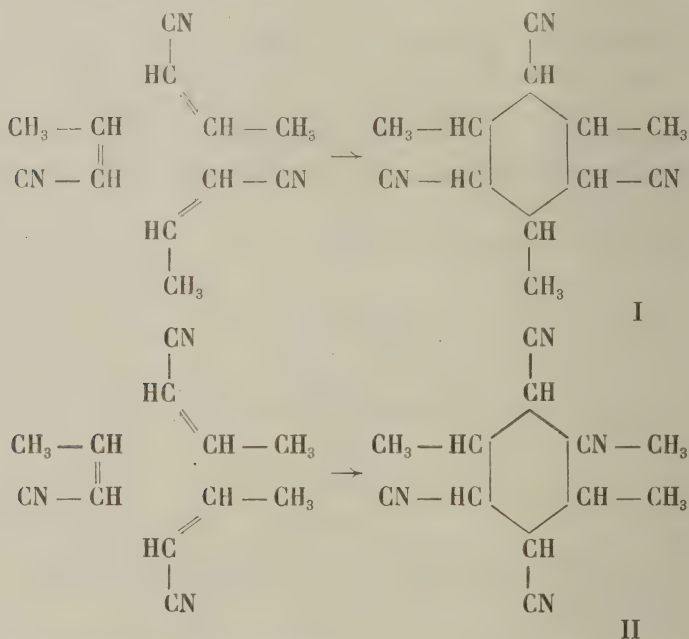
celle de l'acide d'oxydation nitrique,



Reste à résoudre la question la plus importante : celle de la structure du groupement C_9H_{15} : ici nous en sommes réduits aux hypothèses.

Si l'on songe au fait que ce groupement correspond aux trois radicaux hydrocarbonés C_3H_5 ou $\text{CH}_3 - \text{CH} = \text{CH} -$ du nitrile crotonique, on admettrait volontiers que la condensation s'effectue par saturation des trois liaisons éthyliques et formation d'un noyau hexaméthylénique, d'autant plus que le trimère est un corps parfaitement saturé.

Cette polymérisation pourrait s'effectuer d'après l'un des schémas suivants :



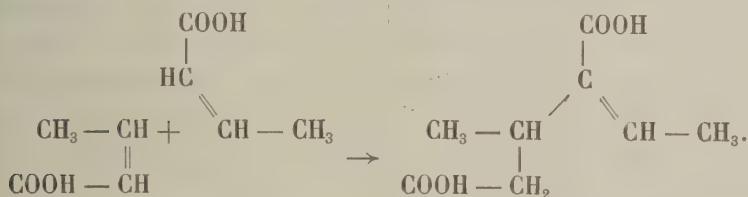
Cette hypothèse demanderait évidemment à être étayée sur bien d'autres faits que ceux que nous avons pu observer; nous

regrettons de n'avoir pas obtenu plus de matière pour la vérifier.

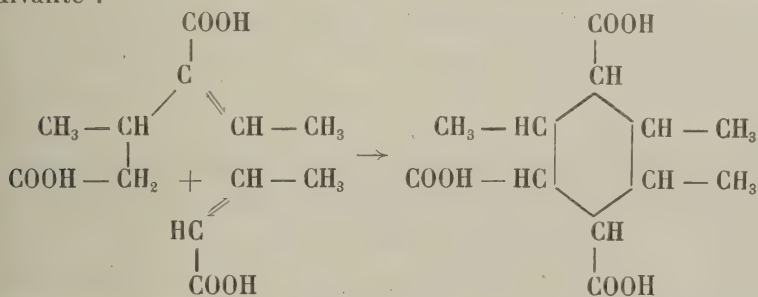
On pourrait objecter que cette formule ne rend pas bien compte de l'action du brome; il est vrai, en effet, qu'il n'y a pas dans cette formule d'atome d'hydrogène occupant une place privilégiée et qui serait plus facilement substituable que les autres.

On objectera peut-être aussi que ce noyau hexaméthylénique subirait aisément l'action des oxydants; on peut répondre que ces composés hexaméthyléniques hexasubstitués ne sont connus qu'en fort petit nombre et qu'ils sont insuffisamment étudiés à ce point de vue.

Remarquons encore que cette hypothèse est assez plausible, si l'on songe au mécanisme de la formation du dimère de l'acide crotonique, l'acide dicrotonique, qui provient de la condensation de son ester sous l'influence des alcoolates (*); dans ce cas également la polymérisation respecte les deux groupements fonctionnels et se réalise schématiquement comme suit :

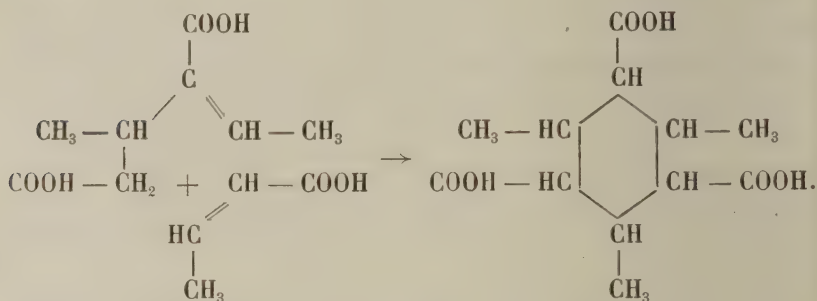


On pourrait, dès lors, imaginer la transformation en trimère correspondant (inconnu jusqu'à présent, mais dont le trimère que nous avons obtenu serait l'équivalent nitrilique) par la voie suivante :



(*) V. PECHMANN, *Ber.*, 33, 3323.

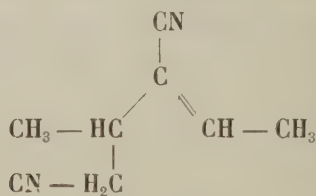
qui correspondrait à la forme II du trimère nitrilique, ou encore



qui correspondrait à la forme I du trimère nitrilique.

On remarquera cependant que cette transformation du dimère en trimère, exigeant la migration d'un atome d'hydrogène, s'effectuerait moins aisément que la condensation en dimère.

Mais le fait sur lequel il y a surtout lieu d'attirer l'attention est le suivant : dans les mêmes conditions, le nitrile vinylacétique, sous l'action des magnésiens aliphatiques, fournit comme produit principal, et le seul qui ait pu être complètement étudié jusqu'à présent, le nitrile dicrotonique, qui possède la structure de l'acide dicrotonique, c'est-à-dire



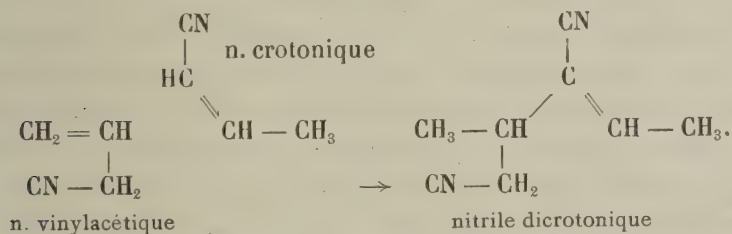
On peut se demander, d'une part, comment le nitrile crotonique ne fournit guère ce dimère et ne donne que des produits fortement condensés; dans aucun de nos essais nous n'avons obtenu de fraction distillant vers 130° sous 11 millimètres, point d'ébullition du nitrile dicrotonique, et, d'autre part, pour

quelle raison le nitrile vinylacétique fournit le dimère crotonique sans donner naissance au trimère crotonique (*).

Il nous est impossible de répondre à la première question; nous nous bornerons à remarquer la très grande sensibilité des nitriles crotoniques aux agents de condensation, alors que le crotonate d'éthyle et le nitrile vinylacétique fournissent comme produit principal de la réaction les dimères correspondants lorsqu'on les soumet à un agent de condensation aussi énergique que l'alcoolate de sodium.

Quant à la seconde question, l'interprétation nous en semble assez simple : il a été prouvé à différentes reprises que les réactifs magnésiens, comme tant d'autres, isomérisent le nitrile vinylacétique en crotonique : dès lors, la genèse du dimère aux dépens du nitrile vinylacétique s'interprète tout aussi bien qu'aux dépens des éthers crotoniques; il suffit d'admettre que la condensation s'effectue au cours de l'isomérisation et aux dépens d'une molécule de nitrile vinylacétique et d'une molécule de nitrile crotonique qui en dérive par isomérisation.

On aurait alors



C'est la seule explication plausible de ces faits contradictoires à première vue : sous l'action des mêmes réactifs, le nitrile crotonique fournit le trimère et des produits plus fortement condensés, tandis que le nitrile vinylacétique, quoique s'isomérisant en nitrile crotonique, dans la même réaction, ne fournit comme produit principal que le dimère, le nitrile dicrotonique.

(*) *Bull. Acad. roy. de Belg.*, 1923, 27.

Quant à savoir si, dans la condensation du nitrile vinylacétique, sous l'influence des magnésiens ou de l'alcoolate de sodium, il ne se produit pas de trimère crotonique, nous ne pouvons être affirmatifs.

L'un de nous, en collaboration avec J. Gevaert, a obtenu précédemment, à côté du dimère et en beaucoup moindre quantité, un produit fus. vers 150° , « mais peu nettement », et dont il ne disposait pas d'une quantité suffisante pour le soumettre à de nouvelles purifications ; d'après les résultats analytiques, c'est cependant un trimère et il cristallisait également du benzène en fines aiguilles (*).

En terminant cette discussion, remarquons que, dans l'hypothèse de la formule hexaméthylénique du trimère, on explique l'existence des variétés différentes obtenues aux dépens des deux isomères géométriques : on peut concevoir, en effet, une série d'isomères cis-trans.

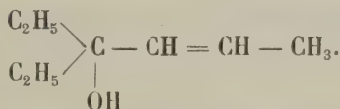
Les nitriles crotoniques fournissent donc, sous l'influence des réactifs magnésiens, une très faible quantité de trimère à côté de produits plus fortement condensés.

Nous ajouterons qu'il nous a été possible d'isoler, en proportion très minime, un autre corps, le diéthyl-propényl-carbinol. Nous n'aurions pu l'identifier si nous n'avions mis en œuvre une aussi grande quantité de nitrile. Aux dépens de six molécules-gramme de nitrile crotonique, variété inférieure, et de bromure d'éthyl-magnésium, nous avons isolé 9 grammes d'un produit qui, à la première distillation, bout de 145° à 160° . On l'a fractionné et analysé la fraction la plus importante 150° - 154° .

<u>S.</u>	<u>CO₂.</u>	<u>H₂O.</u>	<u>C %.</u>	<u>H %.</u>
0,1488	0,4052	0,1705	74.27	12.7

(*) P. BRUYLANTS et J. GEVAERT, *Bull. Acad. roy. de Belg.*, 1923, 36. — Voir aussi note au bas de cette page.

Le poids moléculaire déterminé par ébullioscopie dans le benzène est 125. Ces chiffres correspondent suffisamment à ceux qu'exige l'alcool tertiaire :



C'est un liquide incolore, d'odeur fort agréable, légèrement piquante.

Ce produit a été obtenu en soumettant le résidu d'extraction éthérée à l'entraînement à la vapeur d'eau, avant de le distiller dans le vide.

Louvain. Laboratoire de Chimie générale
de l'Université.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — Sur la force pondéromotrice,

par M. CHARLES-L.-R.-E. MENGES *).

Dans le travail très remarquable de M. Th. De Donder, professeur de physique mathématique à l'Université de Bruxelles, sur la *Théorie mathématique de l'Electricité, Introduction aux Equations de Maxwell*, qui vient de paraître chez Gauthier-Villars et C^{ie}, Paris, j'ai remarqué avec vive satisfaction la formule (621), page 174, exprimant la force mécanique ou pondéromotrice. A part quelques termes additionnels résultant de considérations très connues sans intérêt ici, la formule est développée dans un sens essentiellement identique à l'équation

$$\Xi = \int \left\{ \rho \mathbf{E}_x + \frac{1}{c} [\mathbf{I} \cdot \mathbf{B}]_x + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} [\mathbf{D} \cdot \mathbf{B}]_x \right\} d\tau, \quad (1)$$

page 79 de mon ouvrage NOUVELLES VUES FARADAY-MAXWELLIENNES, publié en janvier 1924 chez le même éditeur.

Mais entendons-nous bien, mon but ici n'est pas du tout une réclamation de priorité. On pourrait très bien soutenir que l'équation que j'ai donnée n'était alors déjà pas nouvelle, ce

(*) Présenté par MM. De Donder et Ch.-J. de la Vallée Poussin.

qui ne diminue en rien la force démonstrative de l'explication dans mon ouvrage. L'essentiel ici est que le travail de M. De Donder confirme de la façon la plus décisive la vérité de ma formule, *donc aussi les déductions qui en découlent*.

Il est bien évident que la combinaison des équations fondamentales de Maxwell qui impliquent la formule (1) — comme il résulte de la démonstration de M. De Donder et de la mienne — avec la formule de Lorentz :

$$\Xi = \int \left\{ \rho E_x + \frac{1}{c} [\mathbf{I} \cdot \mathbf{B}]_x \right\} d\tau \quad (2)$$

donne des résultats qui ne peuvent être vrais que pour le cas où les deux formules (1) et (2) soient identiques. Ce qui est le cas lorsque le terme avec $\frac{\partial}{\partial t}$ est nul, c'est-à-dire quand il n'y a *pas d'ondes électromagnétiques, pas de lumière*.

Tout l'échafaudage de formules résultant de la dite combinaison dans la théorie de Lorentz s'écroule. Ce que l'on croyait démontré pour la lumière *dans le sens qui entre en compte ici* est dépourvu de tout fondement.

Ceci n'empêche pas que les travaux de Lorentz contiennent beaucoup de choses admirables et de très réelle valeur; mais il faut un triage soigné en écartant ce qui a surtout été remarqué par son étrangeté.

Ce qui a disparu est remplacé dans mon ouvrage. Toutes les difficultés des meilleures théories électromagnétiques dont H. Poincaré s'est tant occupé, sans arriver à leur solution, n'existent pas selon ce que j'ai établi.

Naturellement, les deux formules (1) et (2) ne constituent pas la démonstration complète. Il faut tenir compte de tout ce qui s'y rattache. Ce n'est pas ici l'endroit pour démontrer; mais je crois devoir signaler à l'Académie des Sciences les résultats nouveaux de haute importance scientifique qui, conjointement avec ce qui découle d'autre part de mon étude, réfutent les théories einsteiniennes.

PHYSICO-CHIMIE. — La structure de l'ammoniaque solide,
analysée par les rayons X (*),

par J. DE SMEDT, professeur de physique à Louvain (**).

L'ammoniaque utilisée pour cette recherche a été obtenue en traitant une solution par une première distillation, dont les produits, après avoir passé par la chaux vive, furent liquéfiés dans un récipient refroidi. Le liquide recueilli fut distillé une seconde fois sous pression réduite.

L'appareil dans lequel les röntgenogrammes ont été exposés, est le même que celui qui a servi à M. W. H. Keesom et à l'auteur dans la recherche sur le N^2O et le CO^2 solidifiés (***).

L'irradiation des cristaux a été faite en deux expositions, afin d'éviter les raies dédoublées, observées sur les films de N^2O et CO^2 et provenant de l'absorption des rayons X par l'éprouvette cristalline et l'air liquide. Un petit écran en nickel, installé entre le diaphragme et le cylindre cristallin, masquait aux rayons X la moitié, suivant la longueur du tube, des cristaux. De la sorte on obtient sur un côté du film les raies de diffraction non dédoublées, tandis que l'autre côté reçoit les lignes parasites. Celles-ci cependant, étant interceptées par une feuille de plomb, n'impressionnent pas le film. Pendant une seconde irradiation, l'écran a été tourné de 180° et la feuille de plomb recouvrit la partie du film impressionnée pendant la première

(*) Le réseau de l'ammoniaque solide vient d'être publié aussi par MM. H. MARK et E. POHLAUD, dans la *Zeitschrift für Kristallographie*, 1925, Bd LXI, p. 532. Une analyse de ce travail se trouve à la fin du présent article.

(**) Présenté par le M. comte de Hemptinne.

(***) *Proc. Sect. Sciences of the Kon. Ak. Wet.* Amsterdam, 1924, vol. XXVII, p. 839.

exposition. J'ai obtenu avec ce procédé quatre films très intenses présentant des raies très fines et d'un noircissement uniforme.

La longueur d'onde employée est celle de $C_u K\alpha$, les lignes β étant absorbées par un filtre de nickel. Le rayon intérieur de la chambre photographique mesure $27^{mm}3$.

Le tableau I contient, dans les colonnes successives : les intensités observées; le rayon a des anneaux d'interférence en millimètres; les valeurs de $10^3 \overline{\sin^2 \frac{\varphi}{2}}$ auxquelles sont appliqués les termes de correction suivant Kolkmeier et Byl; les quotients de $10^3 \overline{\sin^2 \frac{\varphi}{2}} : 0.0226$ et finalement les indices des plans réticulaires correspondants.

Tableau I.

Intensités.	a	$10^3 \overline{\sin^2 \frac{\varphi}{2}}$	$\overline{\sin^2 \frac{\varphi}{2}} : 0.0226$	h. k. l.
4	13.3	46.0	2.03	110
10	15.6	66.1	2.92	111
8	17.9	88.6	3.92	200
6	19.9	110.5	4.88	210
4	22.0	137.0	6.05	211
6	25.2	181.	8.00	220
2	26.7	203	8.96	300-221
2	28.2	225	9.95	310
6	29.7	249	11.00	311
1	31.2	273	12.05	222
1	32.3	294	12.98	320
6	33.7	316	13.97	321
2	37.6	386	17.05	410-322
1	40.1	429	18.94	331
2	42.6	480	21.22	421

La quatrième colonne montre clairement que les différentes valeurs de $\overline{\sin^2 \frac{\varphi}{2}}$ ont un diviseur commun, dont les quotients oscillent étroitement autour de valeurs entières, répondant à la condition fondamentale de diffraction par les plans réticulaires d'un cristal rubrique, exprimée par l'équation

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{\lambda^2}{4d^2} (h^2 + k^2 + l^2).$$

Dans cette équation le facteur $\frac{\lambda^2}{4d^2}$ prend la valeur 0,0226. On en déduit pour l'arête du cube élémentaire

$$d = \frac{1.54 \times 10^{-8}}{2\sqrt{0.0226}} = 5.12 \text{ \AA}.$$

D'autre part, d'après une détermination de E. C. Mc. Kelvy et C. S. Taylor (*), la densité de l'ammoniaque à 185° est 0,836. Il faut donc que le cube élémentaire contienne un nombre X de molécules NH³, tel que la densité calculée, $D = \frac{xM}{d^3N}$ (M poids moléculaire, N nombre d'Avogadro : 6,062 × 10²³), prenne la valeur 0,836. Cette relation donne X = 3,99, soit, à une très grande approximation, 4.

Le calcul des paramètres des différents atomes, à placer dans le cube élémentaire, paraît à première vue illusoire, à cause de l'incertitude si l'hydrogène avec un seul électron disperse les rayons X. Cependant l'intensité des rayons, dispersés par les atomes d'azote, sera tellement prépondérante, qu'on pourra calculer les intensités des raies en ne tenant compte que des atomes d'azote.

L'absence de la raie 100 et la présence de la ligne 110 ne laissent comme possible qu'une seule distribution des atomes N, notamment celle avec les coordonnées suivantes, dans

Sc. Papers Bur. of Standards, 1923, n° 465.

lesquelles $\frac{d}{360}$ a été choisi comme unité de longueur et où q doit être différent de 90 :

q	q	q
$180 + q$	$-q$	$180 - q$
$180 - q$	$180 + q$	$-q$
$-q$	$180 - q$	$180 + q$

Il est à noter cependant qu'en négligeant les atomes H dans le calcul des facteurs de structure, il n'y a pas moyen de déterminer la valeur convenable de q d'une façon univoque. En effet, dans ce cas, les intensités calculées avec le paramètre q sont exactement les mêmes que celles obtenues en remplaçant q par $90 - q$, $90 + q$ et $180 - q$. Quatre groupements des atomes N dans le cube élémentaire sont donc également possibles. Ces différents systèmes de coordonnées donnent cependant aux atomes N les mêmes positions relatives et finalement la même structure cristalline.

Le tableau II comprend les intensités observées en regard des intensités calculées avec la valeur $q = 15$, qui me semble donner la meilleure concordance.

Les résultats obtenus par MM. H. Mark et Pohland dans le travail précité concordent essentiellement avec la structure décrite. Quelques écarts cependant sont à noter et à discuter.

1° Ces auteurs, n'ayant pas éliminé la raie Cu K β , n'ont pu observer la raie 110 α qui coïncide sensiblement avec 111 β . Sa présence cependant confirme bien la structure proposée.

2° MM. Mark et Pohland trouvent pour longueur de l'arête 5,49 Å, qui ne donne que 0,810 pour la densité de l'ammoniaque.

Ils se sont basés, pour l'admettre, sur une mesure de la densité, qu'ils ont faite au point de fusion de l'ammoniaque (-77°) et qui a donné comme résultat 0,80. Comme les röntgenogrammes ont été exposés avec des cristaux à la température de l'air liquide, il est plus logique d'admettre la valeur 0,836 de

MM. Kely et Taylor. Celle-ci, en effet, a été effectuée à -185° . Il faudrait en conclure que l'ammoniaque possède un notable

Tableau II.

h. k. l.	Observations.	$q = 10$	Calc. $q = 15$	$q = 20$
100	—	0	0	0
110	4	16	30	55
111	10	195	174	144
200	8	100	90	70
210	6	33	48	65
211	4	10	20	33
220	6	93	68	36
300-221	2	22	40	51
310	2	28	54	66
311	6	123	77	36
222	1	37	23	14
320	1	9	18	30
321	6	36	75	102
400	—	16	7	1
410-322	2	35	60	82
411-330	—	13	20	21
331	1	53	25	11
420	—	49	18	52
421	2	52	57	53

Dans le calcul des intensités il a été tenu compte du facteur de structure, du facteur de Lorentz et de la fréquence des plans dans le cristal.

coefficient de contraction, ce qui confirme une observation des auteurs. Ils ont remarqué, en effet, que le NH_3 , obtenu en un

bloc transparent à -77° , se fendille en menus morceaux en le refroidissant à la température de l'air liquide.

3° La valeur du paramètre q , que MM. Mark et Pohland admettent être 0,22 en prenant d comme unité, ou 79 avec l'unité $\frac{d}{360}$, est d'abord sujette à la remarque faite plus haut quant à la quadruple indétermination que les calculs laissent forcément persister. Ensuite elle ne me semble pas concorder avec les intensités observées sur mes films. Il y a lieu cependant de croire que mes films renseignent plus complètement sur les nuances de noircissement, puisqu'ils sont plus intenses. Ils portent en effet encore la ligne 421, alors que les films des auteurs s'arrêtent à 222. J'ai marqué dans la quatrième colonne du tableau II les intensités calculées avec $q = 10$. D'après ce tableau on voit que les intensités calculées pour 210, 211 et 321 sont trop faibles et celle de 420 trop forte.

4° Finalement, le travail de MM. Mark et Pohland contient une belle confirmation expérimentale de la structure trouvée. Ils ont observé le pouvoir rotatoire des cristaux d'ammoniaque sous le microscope polarisant. L'ammoniaque a, en effet, une structure analogue à celle de NaClO_3 , NaBrO_5 , qui présentent des cristaux dextrogyres et lévogyres.

CHIMIE. — Contribution à l'étude de la réaction
des composés organo-magnésiens sur les nitriles.
Le Cyanure de Benzoyle,

par A. DE COSTER (*).

A la demande de M. Bruylants j'ai étudié l'action de divers composés organo-magnésiens sur le cyanure de benzoyle; il était intéressant, en effet, de vérifier de quelle façon se comporterait le réactif de Grignard vis-à-vis des nitriles α cétoniques. Pour cette étude, le cyanure de benzoyle a été choisi de préférence, en raison de sa préparation aisée. Il s'obtient, avec de très bons rendements, aux dépens du chlorure de benzoyle et du cyanure mercurique.

1° Action du bromure de phényl-magnésium.

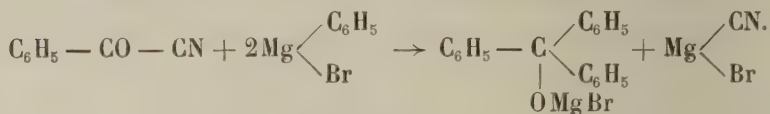
La réaction est menée à la façon habituelle; on met en œuvre une demi-molécule de réactif magnésien pour un quart de molécule de nitrile; celui-ci est dissous dans trois fois son poids d'éther.

La réaction est vive et, l'addition terminée, le liquide est séparé en deux couches; l'éther est fortement coloré en jaune.

La décomposition par l'eau est accompagnée d'un notable dégagement d'acide cyanhydrique. L'extrait éthéré est un produit jaune orangé assez visqueux, qui ne tarde pas à se prendre en une bouillie cristalline. Après essorage, on le purifie par cristallisation dans l'alcool; on obtient ainsi un produit cristallin blanc, fusible à 159°. Ce point de fusion est celui du triphé-

(*) Présenté par M. Bruylants.

nyl-carbinol et il se maintient après mélange avec celui-ci. Le rendement en triphényl-carbinol atteint 77%. La réaction se fait donc d'après le schéma suivant :



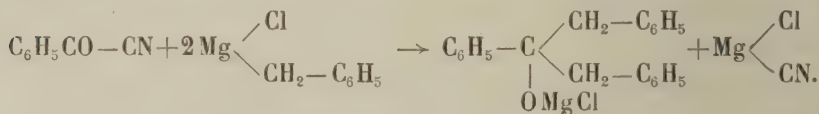
2° Action du chlorure de benzyl-magnésium.

La réaction est menée comme la précédente avec une quantité double d'organo-magnésien ; la réaction est vive.

L'addition de nitrile terminée, le liquide se sépare en deux couches ; la couche inférieure est visqueuse. Après décomposition par l'eau et extraction à l'éther, on obtient une huile jaune qui cristallise rapidement. La recristallisation dans l'alcool donne un produit incolore fusible à 86°-87°. C'est le dibenzyl-phényl-carbinol.

Aux dépens de 20 grammes de cyanure de benzoyle, j'ai obtenu 31 grammes de produit pur, fondant à 86°-87°.

Cette réaction peut donc être formulée comme la précédente :



3° Action du bromure d'éthyl-magnésium.

La réaction est conduite comme les précédentes, avec un essai de réactif magnésien ; on a mis en œuvre trois quarts de molécule-gramme de cyanure et une molécule et demie d'organo-magnésien.

La réaction est également très violente. Le traitement habituel fournit, comme extrait éthéré, une huile rougeâtre qui

après quelques jours cristallise partiellement. Onessore les cristaux, on les lave à l'éther pour éliminer la partie huileuse et on les purifie par cristallisations répétées dans le benzène à l'ébullition. On obtient finalement 13 grammes d'un produit cristallisé sous forme de paillettes blanches, fusible à 117°-119°. Le produit huileux, éliminé par essorage, est fractionné sous une pression de 15 millimètres; à côté d'une petite quantité de produit supérieur (éb. 160°-220°) on obtient la majeure partie, environ 35 grammes, distillant à 111°-113°. Ce produit est le diéthyl-phényl-carbinol.

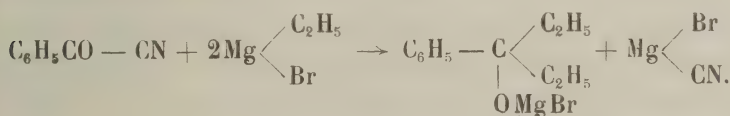
La combustion donne le résultat suivant :

S.	CO ₂ .	H ₂ O.	C %.	H %.
0,1695	0,4982	0,1551	80.1	10.2

Ce produit accuse les constantes suivantes :

$$D_{20}^{20} = 0,945; \quad D_{4}^{20} = 0,9831; \quad N_{D_{20}} = 1,5182.$$

Cet alcool a donc pris naissance, comme les précédents, d'après le schéma que voici :



Étude du produit cristallin, fusible à 117°-119°.

Ce produit est azoté; les dosages d'azote par la méthode Dumas donnent les résultats suivants :

S.	V.	H.	t.	N %.
0,2010	26,2 cc.	765	21°	15.08
0,1620	21,8	754	25°	14.98

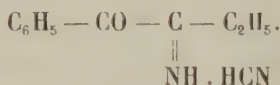
Combustion :

S.	CO ₂ .	H ₂ O.	C %.	H %.
0,1783	0,4580	0,1060	70.22	6.6

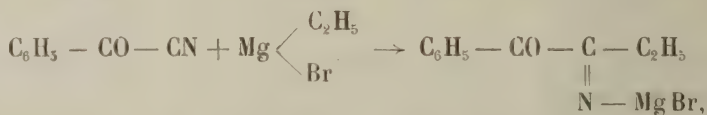
Ces résultats correspondent à la formule brute $C_{11}H_{12}ON_2$, qui exige

$$C\% = 70.24; \quad H\% = 6.38; \quad N\% = 14.89.$$

Lorsqu'on chauffe ce produit avec de l'eau, il se dégage de l'ammoniaque; le dégagement d'ammoniaque est encore plus sensible en présence de bases. Chauffé avec l'acide chlorhydrique dilué, il dégage de l'acide cyanhydrique. Ces deux faits, combinés avec les résultats de l'analyse élémentaire, permettent de considérer ce corps comme le cyanhydrate de la cétimine, produit normal de la réaction suivant le schéma de Blaise-Moureu :



Le produit d'addition azoto-bromo-magnésien formé dans le premier stade :



est décomposé par l'eau en fournissant la cétimine; celle-ci s'additionne à l'acide cyanhydrique, produit d'hydrolyse du cyanure de magnésium, qui provient lui-même de la réaction simultanée qui donne naissance au carbinol tertiaire.

Ce cyanhydrate de cétimine a été transformé en chlorhydrate; on le dissout, à cet effet, dans l'éther anhydre et l'on sature la solution d'acide chlorhydrique sec; on obtient un précipité cristallin qui, lavé l'éther, fond à 137° - 139° .

Deux dosages titrimétriques par la méthode de Volhardt y indiquent 18.07 et 18.28 % de chlore; la valeur calculée est 17.97 %.

De cette étude on peut donc conclure que le cyanure de benzoyle, et par analogie les autres nitriles α cétoniques, se

comportent vis-à-vis des réactifs magnésiens comme les chlorures acides, en échangeant le radical nitrilique contre le groupement hydrocarboné du magnésien; la réaction se continue ensuite avec la cétone formée.

Cette réaction rappelle aussi celle des nitriles α aminés, dont le groupement nitrilique est le plus souvent remplacé par le radical alkyle ou aryle du composé organo-magnésien.

Dans un cas cependant on observe, comme réaction accessoire, la formation du produit d'addition normal azoto-bromo-magnésien qui, sous l'action de l'eau, se transforme en cétimine.

A ce point de vue, la réaction que nous avons étudiée peut être rapprochée de celle qu'on observe avec le nitrile α ester le plus simple, le cyano-formiate d'éthyle: dans ce cas aussi on obtient les deux produits: l'alcool tertiaire qui résulte de l'élimination du groupe nitrilique, la cétone-alcool tertiaire qui résulte de l'action normale des magnésiens sur les deux fonctions nitrile et ester.

La réaction du bromure d'éthyl-magnésium sur le cyanure de benzoyle nous paraît intéressante, car elle établit nettement la différence d'aptitude des deux groupements fonctionnels de la molécule.

Louvain. Laboratoire de Chimie générale
de l'Université.

**BIOLOGIE. — Recherches sur la circulation sanguine
et la ventilation pulmonaire chez les Scorpions,**

par M. DU BUISSON, docteur en sciences ⁽¹⁾.

Ce que nous savons du mécanisme de la circulation sanguine et de la ventilation pulmonaire chez les scorpions repose sur le travail classique de BLANCHARD ⁽²⁾.

L'expiration pulmonaire, d'après cet auteur est assurée par la contraction simultanée des piliers musculaires, qui compriment tout le contenu du préabdomen. Mais, en plus de ce qu'il expose explicitement sur cette expiration, on peut inférer de l'explication qu'il donne du retour, au cœur, du sang des lacunes entourant chaque poumon (poches pulmonaires), un autre facteur de ventilation, auquel il ne fait pas allusion : il prétend que les ligaments hypocardiques (unissant le cœur à la paroi dorsale des lacunes pulmonaires) exerceraient sur ces poches, non seulement une traction au cours de la systole ventriculaire, mais aussi une pression lors de la diastole. Or, semblable action sur le contenu des poches sanguines devrait s'exercer en même temps sur l'air des poumons qui y baignent et produire des compressions et des décompressions rythmiques de ces poumons, contribuant à l'expiration et à l'inspiration pulmonaires.

D'autre part, si l'on s'en rapporte aux observations de mon

⁽¹⁾ Présenté par M. Willem.

⁽²⁾ BLANCHARD, *Organisation du règne animal, classe des Arachnides*, 1855.

professeur, M. V. WILLEM, sur des Araignées ⁽¹⁾, dont les poumons ont la même structure que les organes homologues des Scorpions, le mécanisme de la ventilation pulmonaire serait, chez ces derniers, tout autre que celui que suggère BLANCHARD.

D'après M. V. WILLEM, la systole cardiaque détermine une chute de pression dans la cavité péricardique, dans les veines pneumocardiaques et dans les lacunes qui coiffent chaque poumon ; l'aspiration du sang qui en résulte porte sur le contenu des veines, sur celui des lacunes pulmonaires et, en outre, sur celui des lamelles pulmonaires ; de cette succion périodique résulte une diminution d'épaisseur des lamelles sanguines et un élargissement des fentes aériennes qui les séparent. Les périodes de systole et de diastole cardiaques retentissent ainsi sur l'ensemble des lamelles pulmonaires ; l'air interposé entre ces lamelles se trouve alternativement décomprimé et comprimé : il en résulte une ventilation des espaces aériens interlamellaires.

En outre, il existe une ventilation du vestibule pulmonaire, assurée par le jeu de muscles particuliers, dont il sera question plus loin.

L'antagonisme entre les deux explications précédentes m'a inspiré le désir de reprendre, sur des Scorpions, animaux de taille relativement avantageuse, les observations et expériences que M. V. WILLEM a faites, avec grande difficulté, sur quelques Araignées. J'ai trouvé, au laboratoire Arago, à Banyuls-s/Mer ⁽²⁾, l'occasion d'étudier le *Buthus occitanus*. Ce Scorpion se prête assez bien à l'observation sur le vivant : on peut facilement le mettre en une sorte de catalepsie, qui l'immobilise sur le dos, sans contention, pendant un temps notable, dans une position

⁽¹⁾ V. WILLEM, *Observations sur la circulation sanguine et la respiration pulmonaire chez les Araignées*. (ARCHIVES NÉERLANDAISES DE PHYSIOLOGIE DE L'HOMME ET DES ANIMAUX. 1917, t. I, 2^e livraison, p. 226.)

⁽²⁾ Je saisis cette occasion pour remercier chaleureusement M. le Prof^r DUBOSQ de l'hospitalité bienveillante qu'il m'a accordée au Laboratoire Arago.

favorable à l'observation des poumons sous le microscope bino-
culaire. Pour obtenir cette immobilisation réflexe, il suffit ordi-
nairement de retourner brusquement le sujet sur le dos et,
ensuite, d'exercer une pression douce et continue sur le préab-
domen, au moyen d'une lame de verre; d'autres fois, il suffit
d'appuyer au moyen d'une pointe mousse sur la région voisine
des orifices génitaux.

I. — VENTILATION VESTIBULAIRE.

Sur un animal ainsi immobilisé, chaque poumon s'aperçoit
par transparence à travers les téguments (fig. 4). On distingue



FIG. 4. — **Troisième poumon droit de *Buthus*.** Le vestibule (v), les lamelles pulmonaires (L) et les grandes lacunes sanguines (cv et lv) sont vus par transparence.

s, stigmate;
st, bord postérieur du 4^e sternite préabdominal;
p, soie.

les lamelles qui le constituent (L), au moins aux endroits où
elles sont le plus rapprochées des téguments. Caudalement,
leurs bords libres s'alignent parallèlement dans le vestibule. En
arrière de chaque masse pulmonaire se voit un stigmate grand (s),

ovalaire, orienté obliquement par rapport à l'axe transversal du corps; il donne dans le vestibule.

Les stigmates sont ordinairement fermés; par contre, lorsque l'animal a été excité avant l'immobilisation, les orifices sont ouverts. Et alors, après un certain temps, un bourrelet arrondi, transversal, faisant partie de la paroi postérieure du vestibule et situé immédiatement sous la portion caudale du cadre stigmatique (fig. 2, *b*), vient, petit à petit, s'appliquer sous le bord



FIG. 2. — Coupe longitudinale (verticale) du 4^e poumon gauche.

- v*, vestibule;
- b*, bourrelet postérieur;
- m*, insertion postérieure du muscle rétracteur du bourrelet;
- w*, origine des 6^e et 7^e veines pneumocardiaques;
- u*, lacune dorsale du poumon;
- F*, foie.

antérieur du spiraculum et obture cet orifice. Semblable fermeture, très lente, progressant par saccades, est synchronique pour les huit orifices pulmonaires. Le jeu de ce bourrelet s'explique par l'existence d'un muscle que révèlent la dissection et les coupes microtomiques (*m*, fig. 2). Il s'insère sur le bourrelet, d'une part, et sur le bord caudal du sternite, d'autre

part, et sa contraction, rétractant le bourrelet, ouvre le stigmate. L'obturation de celui-ci est l'effet d'un autre mécanisme. Un muscle analogue a été observé chez *Pholcus* par M. V. WILLEM; celui-ci attribue le gonflement du bourrelet à l'augmentation de la pression du sang qui le gonfle, sous l'influence de la contraction de muscles abdominaux. J'ai constaté, chez *Buthus*, un mécanisme différent. On peut voir, chez un exemplaire fraîchement disséqué, que la paroi postérieure du vestibule, lorsqu'elle a été pincée et tirée en arrière, revient à la position d'occlusion dès qu'on la libère : l'élasticité de la portion ventrale du bourrelet, servant de charnière, paraît donc suffire à appliquer l'organe obturateur contre le biseau de la paroi ventrale du vestibule. L'intervention de la pression sanguine dans la fermeture du stigmate, chez le Scorpion, n'est sans doute que d'importance secondaire.

BLANCHARD n'a pas vu le bourrelet en question; il attribue la fermeture des stigmates à l'action des muscles latéraux transverses du préabdomen et leur ouverture à celle des muscles obliques; il n'en explique pas d'ailleurs plus nettement le mécanisme.

On se rend immédiatement compte que ces déplacements du bourrelet, perceptibles de l'extérieur, traduisent des mouvements de toute la paroi postérieure du vestibule, qui déterminent des variations dans le volume de cette cavité, et il en résulte, pendant le temps que le spiraculum se ferme ou s'ouvre, des expirations ou des aspirations d'air extérieur.

Une expérience, facile à réussir chez *Buthus*, démontre cette ventilation vestibulaire. Chez un sujet immobilisé, dont les stigmates sont à demi ouverts, on dépose, sur l'un de ceux-ci, une gouttelette d'eau qui adhère au cadre de l'orifice et l'obture; on voit alors une partie de cette gouttelette entrer et sortir d'un mouvement qui traduit les variations de capacité du vestibule, variations qui, d'ailleurs, suivent synchroniquement les mouvements du bourrelet.

II. — CIRCULATION SANGUINE ET VENTILATION INTERLAMELLAIRE.

a) *Système circulatoire.* — BLANCHARD nous a laissé de bonnes descriptions du système circulatoire du Scorpion, illustrées de figures qui, tout en étant fort bien gravées, ne sont pas toujours



FIG. 3. — Coupe transversale, un peu oblique, au niveau de la 2^e paire de poumons.

- c, cœur;
- v, ostiole;
- P, cavité péricardique;
- L, lamelles pulmonaires;
- u, lacune pulmonaire dorsale;
- vp, veine pneumocardique;
- sv, sinus sanguin ventral;
- n, chaîne nerveuse et, au-dessus, artère spinale;
- l, intestin;
- p, insertion ventrale du 4^e pilier musculaire;
- m, muscles dorsaux longitudinaux;
- t, téguments.

très claires. Aussi, j'ai dû revoir l'anatomie du système circulatoire de *Buthus* en recourant à des dissections et à des coupes microtomiques; j'ai reporté le résultat de mes études sur les dessins ci-contre, qui sont, je crois, plus explicites que ceux de BLANCHARD.

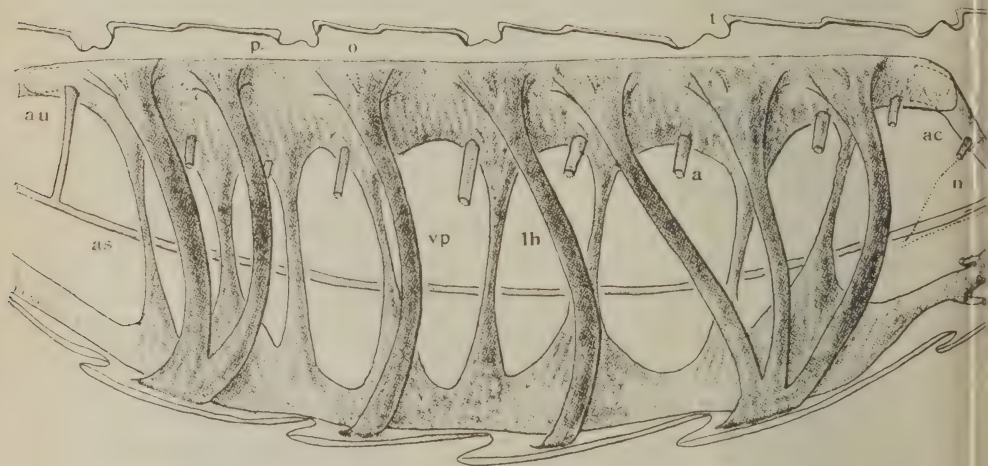


FIG. 4. — Schéma du système circulatoire de la moitié droite du pré-abdomen. (Vue latérale extérieure, par transparence.)

- t, tégument dorsal;
- p, péricarde; les limites du cœur n'ont été représentées qu'aux deux extrémités du péricarde, près des artères céphalique et uroïdale, en lignes pointillées;
- o, ostiole du cœur (en pointillé), vue au travers du péricarde;
- ac, artère céphalique;
- au, artère uroïdale;
- as, artère spinale;
- a, artère hépatique;
- vp, veine pneumocardiaque;
- lh, ligament hypocardiaque (au second plan);
- n, en pointillé : les limites de la masse nerveuse.

Le cœur de *Buthus*, situé dorsalement dans le préabdomen, est un organe musculaire relativement volumineux, muni de sept paires d'ostioles distribuées comme l'indique la figure 4. En diastole, il occupe à peu près toute la cavité péricardique. L'organe central de la circulation et le péricarde sont maintenus en

place par des tractus conjonctifs rayonnants, disposés comme le montre la figure 3. Les plus importants, à notre point de vue actuel, sont les « ligaments hypocardiques » qui partent de la paroi ventro-latérale du cœur et viennent aboutir, non pas sur la paroi de la poche pulmonaire, comme le dit BLANCHARD, mais se perdre dans les travées conjonctives de la lacune sanguine qui coiffe dorsalement le poumon (fig. 3). La figure 4 montre la disposition des sept paires de ces tractus conjonctifs.

LANKESTER ⁽¹⁾ avait cru d'abord qu'il existait, entre les fibres de ces ligaments, des espaces sanguins qui permettraient à du sang de la lacune pulmonaire de retourner dans la cavité péricardique; mais il a montré lui-même l'inexistence de semblables voies de retour. Moi-même, je n'ai constaté, sur aucune de mes coupes microtomiques, de liquide sanguin, ni entre les fibres des ligaments, ni entre les ligaments eux-mêmes et le tissu du foie qui les enserme étroitement; de plus, le passage des ligaments à travers le tissu du péricarde ne laisse aucune ouverture perméable au liquide sanguin. Le lecteur comprendra plus loin que l'absence de voies de retour du sang le long des ligaments est un détail de la circulation sanguine du Scorpion qui a une importance considérable pour la compréhension de la respiration pulmonaire.

A des intervalles réguliers, le cœur envoie dans le préabdomen huit paires d'artères (*a*, fig. 4) : les artères hépatiques de BLANCHARD.

Antérieurement, le vaisseau dorsal se prolonge en un conduit large : l'artère céphalique (*ac*, fig. 4), qui court dans la direction antéro-ventrale. Un peu au-dessus du collier nerveux péri-œsophagien, cette artère se bifurque en deux branches qui, appliquées sur le collier nerveux, viennent se réunir au-dessous de lui, formant ainsi un anneau fermé. De celui-ci partent, en

(1) LANKESTER, *Notes of Certain Points in the Anatomy and Generic Characters of Scorpions*. (TRANSACTIONS OF THE ZOOLOGICAL SOCIETY OF LONDON, I, 1885.)

avant, les artères céphaliques, latéralement les artères pédieuses et, en arrière, l'artère spinale (*as*, fig. 4 et 5), sorte d'artère récurrente, qui suit la chaîne nerveuse jusque tout près de l'extrémité caudale de l'abdomen.

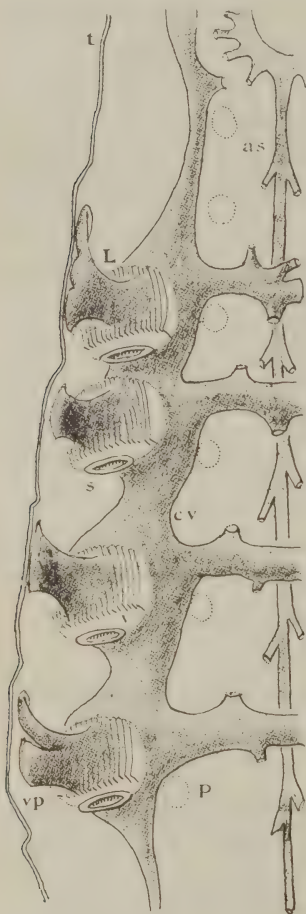


FIG. 5. — Vue, du côté ventral, de la moitié droite (partie ventrale) du système circulatoire.

(Les téguments sont supposés transparents.)

t, membrane d'articulation sterno-tergale, coupée longitudinalement;

L, lamelles pulmonaires du 1^{er} poumon;

s, stigmate du 2^e poumon;

v, vestibule du 3^e poumon;

vp, origine de la 7^e veine pneumocardiaque;

ov, conduit veineux longitudinal ventral;

as, artère spinale, vue à l'arrière-plan;

P, insertion ventrale des piliers musculaires.

Postérieurement, le cœur se rétrécit fortement et se prolonge en une artère : l'artère uroïdale (*au*, fig. 4), qui parcourt dorsalement toute la longueur du postabdomen. La partie antérieure de cette artère uroïdale communique avec l'artère spinale.

Toutes ces artères débouchent dans un système de petites

lacunes situées principalement, entre les lobes du foie et, à la partie ventrale du corps, dans le tissu conjonctif qui double les téguments et la couche musculaire longitudinale (fig. 3).

Les lacunes du préabdomen se déversent latéro-ventralement, et de chaque côté, en un gros conduit longitudinal qui se prolonge, en avant, pour jouer le même rôle dans le céphalothorax et, en arrière, dans le postabdomen. C'est ce conduit longitudinal qui s'élargit, à la hauteur de chaque poumon, en un sac qui coiffe dorsalement l'organe de la respiration, Ce dernier sac est la portion dorsale de la « poche pulmonaire » de BLANCHARD et de ce que j'ai appelé précédemment, de manière provisoire, la *lacune sanguine péripulmonaire*. Elle est, dans une certaine mesure, indépendante de la portion ventrale de la même poche péripulmonaire, en ce sens que le sang de cette partie dorsale, pour passer dans la portion ventrale, origine de la *veine pneumocardiaque*, doit traverser les lamelles du poumon.

Comme M. V. WILLEM l'a démontré chez *Pholcus*, il n'y a point, entre les deux parties de ce que l'on peut globalement appeler la lacune péripulmonaire, de communication périphérique, permettant au sang veineux, venant des lacunes ventrales, de passer dans l'origine de la veine pneumocardiaque en évitant les minces lamelles respiratoires. Ce fait important est démontré par les figures 2 et 3. Dans le dessin 2, représentant une section sagittale de la région pulmonaire, on voit la veine pneumocardiaque séparée du sinus pulmonaire dorsal, du côté antérieur, par une masse de tissu conjonctif dense et imperméable à un courant sanguin. La figure 3, une coupe transversale, montre l'interposition des espaces sanguins lamellaires entre la lacune efférente et la lacune afférente; nulle part, sur aucune coupe transversale, on ne trouve d'autre communication.

Nous verrons plus loin que cette disposition se confirme d'autre manière par la considération des pressions qui règnent dans les deux parties de la lacune. En fait, — on peut insister sur ce point, — tout le sang veineux du préabdomen n'a d'autre

voie de retour au cœur que le passage par les lamelles du poumon.

A la sortie de celle-ci, il est récolté par les veines pneumocardiaques. La figure 4 montre comment celles-ci sont réparties du côté droit du corps : trois veines desservent le premier poumon, une le deuxième, une le troisième et deux le quatrième. Ces conduits, appliqués tout contre les téguments, courent, de chaque côté, le long de la paroi latérale du corps et se jettent dans la cavité péricardique au niveau de chaque paire d'ostioles.

b) *Circulation sanguine.* — Il n'est pas possible d'apercevoir le cœur sur l'animal intact; il m'a donc fallu enlever une partie des téguments dorsaux, pour pouvoir en observer les pulsations. D'autre part, toute section des téguments entraîne des mouvements de défense du Scorpion, et du liquide sanguin est expulsé de la blessure, à la suite des contractions musculaires qui compriment le contenu du préabdomen; pour éviter semblable accident, qui vicierait toute observation, j'ai dû anesthésier, au moyen d'éther, l'animal en expérience. L'anesthésie était poussée jusqu'à résolution musculaire; l'examen de la circulation dans une patte, où elle est visible au travers des téguments, montrait que le rythme de propulsion ne s'en trouvait pas altéré.

J'ai généralement pratiqué une petite fenêtre dans les téguments dorsaux, sur la ligne médiane, au niveau de l'espace compris entre le 5^e et le 6^e tergite : je mettais ainsi à nu la région moyenne du cœur, à la hauteur des quatrièmes pylocardes. Cette opération entraîne la section des ligaments épicaudiques et l'ouverture du péricarde. Le jeu de la paroi dorsale du cœur, en ce point, s'en trouve quelque peu altéré. Ordinairement, les pulsations de l'organe central de la circulation persistent pendant une dizaine de minutes encore.

Ce cœur, comme celui de *Limulus* et celui des Araignées, se contracte en bloc : il faut donc renoncer à l'opinion, souvent

exprimée dans les traités classiques, que le cœur des Arthropodes, formé d'une série de « ventriculites », séparés par les étranglements des valvules, se contracterait par segments successifs.

Je n'ai rien remarqué de semblable chez le Scorpion. D'ailleurs, les ostioles ont leurs lèvres fort petites et les orifices sont obliques par rapport à l'axe transversal du cœur; de plus, les pylocardes d'une même paire ne sont pas situés en face l'un de l'autre. Ce sont là des dispositions qui rendent impossible la formation d'un voile transversal complet par le rapprochement des valvules.

J'ai observé couramment une soixantaine de pulsations par minute.

1. Si l'on dépose, sur une des ostioles, une goutte d'eau physiologique, colorée par de fines particules de carmin, on voit que le liquide est aspiré dans l'orifice au moment de la diastole cardiaque. L'emploi de carmin permet, chez les très jeunes individus, où la paroi du cœur est assez transparente, de se rendre compte du mouvement du contenu cardiaque lors de la systole. On voit que la plus grande partie de ce contenu est foulée dans la direction céphalique; on peut estimer que le tiers seulement du sang est dirigé vers la moitié postérieure du préabdomen et vers le postabdomen. Ceci est en concordance avec l'importance relative de l'artère céphalique, dont le calibre est de beaucoup supérieur à celui de l'artère uroïdale.

2. Après repérage soigneux, qui exige des dissections préalables précises, je perce, au travers des téguments d'un sujet anesthésié, un tout petit orifice qui me permet d'atteindre exactement une veine pneumocardiaque, la quatrième, par exemple. Il ne se produit pas d'hémorragie; au contraire, le sang de la veine se déprime sous l'orifice, formant là un ménisque concave. Si, ensuite, on dépose, sur l'orifice, une gouttelette d'eau, celle-ci pénètre dans la veine petit à petit, d'un mouvement saccadé dont le rythme est analogue à celui du

cœur. Cette constatation concorde avec une observation de M. V. WILLEM sur *Pholcus*, où les dépressions rythmiques des téguments minces recouvrant la veine pneumocardiaque dénotent dans celle-ci une aspiration variant avec les pulsations cardiaques. Chez le Scorpion, dont les téguments sont rigides, c'est le ménisque concave artificiel qui sert ici d'index. Sa courbure peut donner une idée de la valeur de la pression négative régnant dans la veine : elle est, de manière absolue, faible, puisqu'il n'y a pas succion d'air ⁽¹⁾.

Les observations qui précèdent montrent déjà ce qu'on était en droit d'attendre : que la circulation pulmonaire du Scorpion ressemble à celle qui a été observée chez les Araignées. Il se fait que, chez *Buthus*, le poumon est plus éloigné du cœur que chez les Araignées; mais, si les veines pneumocardiaques sont plus longues, elles sont de calibre plus fort, et certains poumons sont même desservis par des veines multiples, circonstance favorable à la propagation plus lointaine de la dépression péricardique.

La constatation de cette pression négative dans les veines pneumocardiaques montre l'inexactitude de la conception de BLANCHARD, qui expliquait le retour du sang pulmonaire au cœur par une compression de la poche pulmonaire, résultant du glissement du ligament hypocardique, lors de la diastole cardiaque. Cette conception frappe d'ailleurs immédiatement par son étrangeté, car elle exige que le ligament hypocardique, conjonctif, soit assez rigide pour transmettre, de l'une de ses extrémités à l'autre, la déformation du muscle cardiaque.

3. On peut acquérir, en employant la méthode expérimentale, des notions analogues sur la pression sanguine, en d'autres territoires du système veineux.

Dans le conduit veineux longitudinal, ventral, ainsi que dans les lacunes céphalothoraciques et postabdominales, j'ai constaté

(1) S'il y a ensuite introduction d'eau, c'est, partiellement, la conséquence de la convexité du ménisque formé par la partie extérieure de la gouttelette.

également une pression négative, moins accentuée que dans la veine pneumocardiaque. Il est surprenant de voir se transmettre la dépression péricardique si loin du cœur, au delà de la résistance constituée par les espaces sanguins des poumons. Je me suis demandé si cette pression négative constatée ainsi dans les grandes lacunes veineuses du corps ne provenait pas du relâchement du tonus des piliers musculaires par l'anesthésie : on a vu que la contraction des muscles du préabdomen, lors de l'excitation de l'animal, crée une pression interne plus ou moins forte qui expulse du sang par une blessure éventuelle; en temps normal, il se pourrait qu'un tonus de ces muscles, et des piliers en particulier, déterminât dans les parties centrales du système veineux une pression positive légère, qui disparaîtrait lors du relâchement de ce tonus par l'anesthésie. Je n'ai trouvé aucune confirmation de cette hypothèse probable dans la mensuration soigneuse, au microscope, du diamètre vertical du préabdomen avant et après l'anesthésie.

D'après les observations précédentes, les principaux faits de la circulation sanguine et de la ventilation vestibulaire, chez les Scorpions, concordent avec ceux que V. WILLEM a établis chez les Araignées. Mais le même observateur a vu, chez *Pholcus*, que les variations rythmiques de la pression du sang dans les lacunes pulmonaires déterminent un jeu particulier de ces lamelles, qui attirent l'attention sur des compressions et décompressions alternatives des fentes aériennes qui séparent les feuillets sanguins. Je n'ai pu remarquer de semblable mouvement des lamelles chez *Buthus*; chez cet animal, la translucidité des téguments n'est pas suffisante pour que des mouvements éventuels des lamelles pulmonaires puissent s'observer de l'extérieur.

D'ailleurs, chez mon Scorpion, les fentes aériennes des poumons sont plus étroites que chez *Pholcus*, et c'est là peut-être une raison pour laquelle les déplacements fort petits des parois des feuillets ne s'aperçoivent pas. Peut-être aussi, les parois des

lamelles sont-elles moins mobiles que chez *Pholcus*, en raison d'un plus grand développement des tractus conjonctifs qui réunissent les bords de ces feuillets à la paroi supérieure de la lacune sanguine dorsale du poumon (fig. 3), ainsi que d'une importance plus grande des colonnettes cellulaires qui séparent les fentes aériennes successives. D'autre part, le développement moindre des productions chitineuses, garnissant le revêtement cuticulaire des lamelles, qui maintiennent béantes les fentes aériennes et jouent, par leur élasticité, chez les Araignées, un rôle apparent dans la ventilation de ces espaces ⁽¹⁾, semble montrer aussi que, chez le Scorpion, la diffusion devrait intervenir pour une part plus grande dans le renouvellement de l'atmosphère interlamellaire. A ce point de vue, les poumons des Araignées paraissent morphologiquement plus perfectionnés que ceux des Scorpions. Mais ce n'est là qu'un point particulier; la comparaison des deux organes, au point de vue fonctionnel, devrait invoquer la considération des surfaces d'hématose, des épaisseurs de cuticule, données qu'il m'est difficile d'apprécier actuellement.

(1) WILLEM, *Mémoire cité*, p. 250, fig. 13.

Séance du samedi 7 novembre 1925.

M. Fr. Swarts, *directeur de la Classe.*

Sont présents : MM. J. Deruyts, Léon Fredericq, A. Gravis, A. Lameere, Ch. - J. de la Vallée Poussin, Max Lohest, A. Demoulin, V. Willem, P. Stroobant, Ch. Julin, É. Marchal, J. Cornet, J. Bordet, L. Crismer, E. van Aubel, *membres*; G.-A. Boulenger, G. Chavanne, *associés*; Th. De Donder, O. Dony, P. Fourmarier, *correspondants*, et le *Secrétaire perpétuel*.

Absences motivées : MM. Ch. Lagrange, Rutot, Lecointe et P. Nolf, *membres*; Brachet, *correspondant*.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre des Sciences et des Arts prie l'Académie de lui faire connaître si, parmi les membres de la Classe, il s'en trouve qui comptent assister au Congrès international de Géologie de Madrid (mai 1926) comme délégués officiels. — MM. Cornet et Fourmarier sont délégués.

Les Universités de Liège et de Gand font connaître qu'elles n'ont décerné, au cours de l'année académique écoulée, aucun diplôme légal de docteur en sciences chimiques avec la plus grande distinction.

M. Van den Dries remercie l'Académie du prix qu'elle lui a accordé.

La Bibliothèque de l'Université de Gratz demande à reprendre l'échange de publications. — Cette demande est accueillie.

La Société chimique indienne (Calcutta) propose l'échange de publications. — L'échange est accepté.

M. R. Mèlèse fait parvenir un pli cacheté dont il demande à l'Académie d'accepter le dépôt. — Accordé.

HOMMAGES D'OUVRAGES.

La Cinétique du Développement, par E. Fauré-Frémiet; présenté, avec une note bibliographique, par M. Brachet.

Anniversary volume dedicated to Professor Nagaoka.

Comment mangent divers Gastropodes aquatiques, par Paul Pelseneer.

Tables annuelles des Constantes et Données numériques de Chimie, de Physique et de Technologie. Rapport général pour l'année 1924.

• — Remerciements.

COMITÉ SECRET.

La Classe décide d'inscrire une candidature nouvelle aux places vacantes.

RAPPORTS.

De M. Stroobant, sur un travail de M. Delaey : *Théorie cosmogonique basée sur les effets de la pression de radiation*. — Se ralliant à la proposition du rapporteur, la Classe décide que ce travail sera renvoyé à l'auteur, pour l'engager à étudier la question au point de vue mathématique et à préciser sa théorie.

Du Secrétaire perpétuel, sur la réunion récente du Comité exécutif du Conseil international de Recherches.

FONDATION DE POTTER.

(Subventions.)

Se ralliant aux propositions de la Commission, la Classe accorde les subventions suivantes :

1,600 francs à M. Lequeux, pour la continuation de ses fouilles préhistoriques, à Spiennes.

132 fr. 50 à M. Goetghebuer, pour l'exécution d'une planche relative aux *Sepsidæ* de Belgique.

PRIX DE POTTER.

(2^e période : 1922-1924.)

Se ralliant aux propositions des jurys, la Classe décide qu'il n'y a pas lieu d'attribuer le Prix de Chimie; que le Prix de Géologie est accordé à M. Van Straelen, pour l'ensemble de ses travaux de Paléontologie, et que le Prix d'Astronomie est décerné à feu M. Philippot, pour l'ensemble de ses travaux.

TRAVAUX A L'EXAMEN.

Équations canoniques de la dynamique des électrons dans l'espace-temps, par M. Nuyens; présenté, avec rapport favorable, par M. De Donder. — Impression dans le *Bulletin*.

Étude cytologique sur les nodosités radicales des Légumineuses, par M^{lle} J. Terby; présenté, avec rapport favorable, par M. Marchal. — Impression dans les *Mémoires* in-8°.

NOTE BIBLIOGRAPHIQUE.

E. FAURÉ-FRÉMIET. — *La Cinétique du Développement.*

J'ai l'honneur de présenter à la Classe, au nom de son auteur, M. E. Fauré-Frémiet, sous-directeur du laboratoire d'embryogénie comparée au Collège de France, un livre qu'il vient de publier sous ce titre : *La Cinétique du Développement*. Cet ouvrage, très original et abondamment documenté, exprime remarquablement les tendances, les espoirs et les efforts d'un bon nombre d'embryologistes modernes, qui considèrent le développement des formes comme une véritable fonction de l'œuf, au sens physiologique du mot, et tentent, par les techniques expérimentales les plus diverses, de découvrir les lois qui la régissent.

Dans cette orientation nouvelle de la science, M. Fauré-Frémiet a publié une série déjà longue de travaux. Nul n'était mieux préparé que lui pour écrire ce livre, et nous devons le remercier d'avoir su mener à bien la tâche difficile qu'il avait entreprise.

A. BRACHET.

LECTURE.

GÉOLOGIE. — Observations préliminaires sur la schistosité dans les Alpes,

par P. FOURMARIER,

Correspondant de l'Académie, Professeur à l'Université de Liège.

J'ai montré dans plusieurs travaux antérieurs l'intérêt que peut présenter l'étude du clivage schisteux, ou schistosité, pour préciser le mode d'évolution des zones plissées de l'écorce terrestre ⁽¹⁾.

J'ai pu faire récemment quelques observations relatives à cette question, en parcourant le versant Nord-Ouest de la chaîne des Alpes entre Grenoble et le lac de Lucerne : ces observations confirment les conclusions que j'ai tirées de mes recherches en Ardenne et dans d'autres régions à plissements hercyniens ; bien que fort incomplètes encore, elles sont de nature, je crois, à intéresser les géologues, et c'est la raison qui me porte à en exposer brièvement les résultats.

1° J'ai fait observer que dans les terrains paléozoïques de l'Ardenne, le clivage schisteux est, en un point donné, d'autant plus parfait que les roches étaient, lors du plissement, recouvertes par une masse plus considérable de sédiments, c'est-à-dire

(1) P. FOURMARIER. *L'âge relatif de quelques modifications des terrains paléozoïques de la Belgique*. (BULL. ACAD. ROY. DE BELGIQUE, Cl. des Sciences, 1920.) — *Le clivage schisteux dans les terrains paléozoïques de la Belgique*. (PUBL. CONGR. GÉOL. INTERN., XIII^e session. Bruxelles, 1922. — *L'influence de la charge dans le développement du clivage schisteux*. (BULL. ACAD. ROY. DE BELGIQUE, Cl. des Sciences, 1924.)

qu'elles sont plus anciennes. C'est ainsi que dans la grande série concordante du Dévonien et du Carboniférien, le terrain houiller (Westphalien) ne montre pas de clivage schisteux ⁽¹⁾, si ce n'est exceptionnellement dans ses couches tout à fait inférieures; les schistes du Dévonien, et surtout du Dévonien inférieur, sont, par contre, très nettement clivés.

Dans les Alpes, bien qu'il s'agisse d'une zone de plissements beaucoup plus récents, j'ai noté une distribution du clivage tout à fait comparable à celle que je viens de rappeler pour l'Ardenne :

a) La Molasse miocène, bien qu'ayant subi les effets du dernier plissement de la chaîne alpine, n'est pas affectée par le clivage ; il est vrai que les roches qui la constituent et qui sont principalement des conglomérats, des grès, des psammites, ne se prêtent pas à la production de la schistosité; on a, d'ailleurs, l'impression très nette que ces terrains se sont déformés sous une charge relativement faible de sédiments.

b) Le Flysch (Éocène et Oligocène) a participé de manière plus intime aux grandes déformations alpines; tandis que la Molasse reste confinée à la bordure de la chaîne, le Flysch fait partie intégrante de celle-ci : il se rencontre non seulement dans les parties autochtones ou parautochtones, mais encore dans les massifs charriés de provenance plus ou moins lointaine ; il présente, de ce fait, un intérêt tout particulier, car, dans l'intérieur de la chaîne, il représente le terme le plus récent de la série plissée. Par sa composition lithologique globale, comportant essentiellement des schistes avec bancs de psammite et de grès et des intercalations de calcaires et de

(1) Il ne faut pas confondre avec la schistosité le feuilletage parallèle à la stratification que présentent beaucoup de nos schistes houillers ; ce feuilletage est dû à la disposition des éléments lors de la sédimentation ; il n'a rien à voir avec la schistosité telle que nous l'indiquons ici, résultant de l'orientation des éléments sous l'action des efforts orogéniques. Voir à ce sujet DAUBRÉE, *Études synthétiques de Géologie expérimentale*. — Paris, 1879.

conglomérats, le Flysch n'est pas sans présenter une certaine analogie d'ensemble avec le terrain houiller de la Belgique et des pays voisins.

J'ai constaté que le clivage schisteux n'est pas plus développé dans le Flysch que dans le Houiller belge; de part et d'autre, le feuilletage correspond à la stratification et n'est pas la conséquence des efforts tectoniques; très exceptionnellement, j'ai noté une tendance à la production d'un clivage grossier, oblique à la stratification, dans les schistes du Flysch, comme en Condroz dans les schistes du Houiller inférieur ou, dans les charbonnages du bassin de Sambre-Meuse, dans des schistes charbonneux très friables.

Mes recherches dans les Alpes ont cependant porté sur des parties très différentes quant à leur évolution tectonique : terrains autochtones des environs de Grenoble et de la Savoie (Thones, Saint-Jean-de-Sixt), massifs charriés des Préalpes bordières entre les lacs de Thoun et de Lucerne, grandes nappes des Préalpes (Le Biot, Les Gets, le Niesen).

c) Par contre, dans les mêmes régions, les schistes du Crétacique sont affectés par un clivage souvent grossier; les schistes du Lias, exploités en plusieurs endroits pour ardoises, montrent un clivage extrêmement net, comparable à celui du Dévonien inférieur de l'Ardenne (Martelange). Les roches schisteuses des formations plus anciennes : Triasique, Permien, Houiller, montrent également un clivage schisteux bien développé.

Il résulte de ces observations que l'influence de la charge, résultant de la masse des sédiments surincombants, sur le développement du clivage schisteux est aussi nette dans la partie des Alpes dont je me suis occupé, que dans les terrains paléozoïques de l'Ardenne.

2° Dans les Alpes, comme en Ardenne, la direction du clivage est sensiblement parallèle à la direction du plissement.

De façon générale, lorsque les plis sont nettement déversés vers l'avant-pays, le clivage incline vers l'arrière-pays.

C'est une disposition identique à celle que j'ai signalée en Ardenne, au versant Sud du synclinal de Dinant, où les plis sont également déversés vers le Nord ou le Nord-Ouest, c'est-à-dire vers l'avant-pays, et où le clivage incline vers le Sud ou le Sud-Est.

Dans la vallée de la Romanche, entre le massif cristallin de Belledonne et l'extrémité Nord-Est du massif cristallin du Pelvoux (Lautaret), le Triasique et le Liasique sont disposés en trois bandes synclinales de direction méridienne, séparées par des zones anticlinales où apparaissent les terrains cristallophylliens. Tout cet ensemble peut être regardé, en quelque sorte, comme un grand synclinal compliqué de plis secondaires. Dans le Lias bordant à l'Est le massif de Belledonne, se voient de très beaux plis fortement redressés ou déversés vers l'Est; le clivage bien développé se présente, de façon générale, avec une forte inclinaison vers l'Ouest, résultant d'une tendance à l'écoulement de la matière vers l'Est, c'est-à-dire vers l'axe du pli principal, tendance soulignée, d'ailleurs, par un léger déversement des plis dans cette direction ⁽¹⁾.

Entre le village de La Grave et le col du Lautaret, on observe, dans les mêmes formations, un déversement très marqué des plis vers l'Ouest, tandis que le clivage incline assez faiblement vers l'Est.

Il y a, par conséquent, dans l'ensemble de la coupe, une disposition symétrique de la schistosité soulignant le refoulement de la matière vers l'axe du pli principal. C'est là une disposition identique à celle que j'ai signalée en Belgique pour les synclinaux de premier ordre de Dinant et de l'Eifel où le Dévonien inférieur montre un clivage des plus caractérisés.

Le sens d'inclinaison de la schistosité et même la valeur de

(1) Cette coupe a été en partie figurée, d'après Lory, par DAUBRÉE (*Études synthétiques de Géologie expérimentale*, 1879, p. 396).

cette inclinaison paraissent ainsi obéir aux mêmes règles dans la partie des Alpes que j'ai étudiée, et en Ardenne.

On a souvent dit que le clivage des schistes est perpendiculaire à l'effort de poussée. Cette règle ne paraît pas exacte, tout au moins exprimée de cette manière, comme l'a fait observer Daubrée, dans son beau travail de 1879.

Dans l'idée que nous nous faisons de la production du plissement par des efforts tangentiels, c'est-à-dire sensiblement horizontaux, le clivage devrait être partout voisin de la verticale. Or, il n'en est rien et, en beaucoup d'endroits, il est plus proche de l'horizontale que de la verticale.

L'orientation des feuilletés est conforme au sens dans lequel la matière plastique des schistes tend à s'écouler, en provoquant une disposition parallèle des éléments de la roche, un étirement des fossiles, etc.

Elle suit en cela la disposition générale du déversement des plis secondaires auquel elle paraît intimement unie.

A ce point de vue, les Alpes et l'Ardenne conduisent à des conclusions identiques.

3^e Enfin, j'ai observé que les schistes des terrains mésozoïques des nappes charriées montrent un développement marqué du clivage, tandis que le Flysch, sur lequel ces nappes ont été refoulées, ne présente pas le phénomène de la schistosité.

Cette disposition est conforme à celle que j'ai signalée en Belgique, où les schistes du Houiller ne sont pas clivés, tandis que l'on observe une schistosité bien développée dans le Dévonien inférieur qui le recouvre suivant le grand charriage du Condroz.

Je conclus, dans un cas comme dans l'autre, que le charriage est postérieur à la production du clivage schisteux. En effet, le développement de la schistosité est fonction de la charge supportée; elle ne peut pas se manifester dans une masse de roches sans affecter également les terrains de même nature lithologique situés par-dessous. Si des schistes à clivage très développé

reposent par l'effet d'un charriage sur des schistes non clivés, il faut que le clivage s'y soit produit avant le charriage.

Il résulte de ces observations que, dans l'édification des zones plissées de l'écorce terrestre, la mise en place des grandes nappes est un stade plus récent que la production du clivage et, par suite, que la formation des plis secondaires; il paraît bien établi, en effet, que l'orientation du clivage est en rapport avec la forme actuelle de ces plis ⁽¹⁾.

Pour que le refoulement de masses considérables sur un substratum en place ne provoque pas dans celui-ci la formation du clivage schisteux, il faut vraisemblablement que la couverture ainsi ajoutée ait une épaisseur insuffisante. Aussi peut-on supposer que les grands charriages se sont manifestés dans les Alpes et en Ardenne alors que l'érosion avait déjà commencé son œuvre de destruction sur la ride de l'écorce terrestre résultant du plissement des terrains en profondeur.

Il semble résulter de ces observations concordantes dans des zones plissées d'âge bien différent, que la surrection de la chaîne n'est pas due à des mouvements épirogéniques postérieurs à son édification *complète* en profondeur. Les grandes dislocations dues aux efforts tangentiels s'achèvent alors que l'érosion est déjà en action sur la ride soulevée.

D'autres observations permettent de prétendre que la production des charriages n'est pas un phénomène de surface, mais qu'elle exige une certaine charge, probablement moindre, toutefois, que celle nécessitée pour la formation de la schistosité. Aussi lorsque l'érosion est trop avancée, le cheminement des nappes ne peut pas se continuer et des fractures d'un autre type prennent alors naissance.

(1) Cette manière de voir est confirmée, d'ailleurs, par l'observation directe. Là où des *klippes* ou fragments de grandes nappes reposent sur l'autochtone, on voit nettement que la surface de charriage coupe les plis du substratum. Tel est notamment le cas pour les lambeaux de terrains mésozoïques des Annes et de Sulens reposant sur le Flysch du synclinal du Reposoir.

PHYSIQUE-MATHÉMATIQUE.

Équations canoniques de la dynamique des électrons
dans l'espace-temps.

Note par MAURICE NUYENS (*).

1. Considérons un champ gravifique électromagnétique et désignons par $H_{\alpha\beta}$ les composantes de la force électromagnétique et par u^α les vitesses contravariantes de l'électricité. On a posé

$$H_{\alpha\beta} \equiv \frac{\partial \Phi_\alpha}{\partial x_\beta} - \frac{\partial \Phi_\beta}{\partial x_\alpha} \quad \text{et} \quad u^\alpha \equiv \frac{dx_\alpha}{ds}, \quad (1)$$

où Φ_α sont les composantes du potentiel électromagnétique.

Le théorème de l'impulsion et de l'énergie d'un tel champ a été obtenu par M. Th. De Donder; il l'a mis sous la forme (**)

$$\mathcal{F}_\alpha = \mathcal{U} A_\alpha + \sigma \sum u^\beta H_{\alpha\beta}; \quad (2)$$

σ représente le facteur de densité électrique et $\mathcal{U}$ est un facteur de densité massique d'origine électromagnétique. On a posé

$$A_\alpha \equiv \frac{du_\alpha}{ds} - \frac{1}{2} \sum_\beta \sum_\gamma g_{\beta\gamma, \alpha} u^\beta u^\gamma.$$

En considérant $x_1 \dots x_4$ et $u^1 \dots u^4$ comme deux groupes de variables indépendantes et en introduisant les fonctions

$$W \equiv \sqrt{\sum_\alpha \sum_\beta g_{\alpha\beta} u^\alpha u^\beta} \quad \text{et} \quad U \equiv \sum_\alpha u^\alpha \Phi_\alpha, \quad (3)$$

$\alpha, \beta = 1, 2, 3, 4,$

(*) Présenté par M. Th. De Donder.

(**) TH. DE DONDER. *Premiers Compléments à la Gravifique einsteinienne*, équation (20). Paris, Gauthier-Villars, 1922. — Voir aussi MÉMORIAL DES SCIENCES MATHÉMATIQUES : *Théorie des Champs gravifiques*, équation (190) (sous presse).

M. De Donder est arrivé à mettre les équations (2) sous la forme lagrangienne (*)

$$\mathfrak{F}_x \equiv \mathfrak{D}\tau \left[\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial W}{\partial u^\alpha} \right) - \left(\frac{\partial W}{\partial x_\alpha} \right) \right] + \tau \left[\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial U}{\partial u^\alpha} \right) - \left(\frac{\partial U}{\partial x_\alpha} \right) \right] = 0, \quad (5)$$

ou encore, en multipliant par $\delta x_1 \delta x_2 \delta x_3 \delta x_4$ et en intégrant,

$$\int \delta \tau^{(m)} \left[\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial W}{\partial u^\alpha} \right) - \left(\frac{\partial W}{\partial x_\alpha} \right) \right] + \int \delta \tau^{(e)} \left[\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial U}{\partial u^\alpha} \right) - \left(\frac{\partial U}{\partial x_\alpha} \right) \right] = 0. \quad (5)$$

En faisant jouer à la quatrième variable $x_4 \equiv t$ le rôle de la variable indépendante, c'est-à-dire, en partant des formules précédentes écrites avec les variables

$$x_\alpha \quad \text{et} \quad v^\alpha = \frac{dx_\alpha}{dt}, \quad \alpha = 1, 2, 3 \quad (6)$$

M. De Donder a introduit les variables canoniques et a trouvé les équations de la dynamique de l'électron sous forme hamiltonienne, $x_4 \equiv t$ jouant donc le rôle de variable indépendante.

Nous nous proposons de résoudre le même problème en conservant s comme variable indépendante.

2. Variables canoniques. — Introduisons les variables canoniques $p_x^{(e)}$ et $p_x^{(m)}$, en posant

$$\left. \begin{aligned} p_x^{(m)} &\equiv \left(\frac{\partial W}{\partial u^\alpha} \right) \\ p_x^{(e)} &\equiv \left(\frac{\partial U}{\partial u^\alpha} \right) \end{aligned} \right\} \quad \alpha = 1, 2, 3, 4 \quad (7)$$

(*) TH. DE DONDER. Voir équation (199) du fascicule cité ci-dessus. (*Mémorial des Sciences mathématiques.*)

Introduisons, en outre, les fonctions

$$\left. \begin{aligned} H^{(m)} &\equiv -W + \sum_{\alpha} p_{\alpha}^{(m)} u^{\alpha} \\ H^{(e)} &\equiv -U + \sum_{\alpha} p_{\alpha}^{(e)} u^{\alpha} \end{aligned} \right\} \quad \alpha = 1, 2, 3, 4 \quad (8)$$

Remarquons qu'on a les relations (*)

$$\left(\frac{\partial W}{\partial x_{\alpha}} \right) = - \frac{\partial H^{(m)}}{\partial x_{\alpha}}, \quad \left(\frac{\partial U}{\partial x_{\alpha}} \right) = - \frac{\partial H^{(e)}}{\partial x_{\alpha}}, \quad (9)$$

où $H^{(m)}$ est fonction des x_{α} et des $p_{\alpha}^{(m)}$, et où $H^{(e)}$ est fonction des x_{α} et $p_{\alpha}^{(e)}$.

Les équations (5) nous fournissent les quatre relations suivantes, dont trois distinctes :

$$\boxed{\int \delta \tau^{(m)} \left[\frac{dp_{\alpha}^{(m)}}{ds} + \frac{\partial H^{(m)}}{\partial x_{\alpha}} \right] + \int \delta \tau^{(e)} \left[\frac{dp_{\alpha}^{(e)}}{ds} + \frac{\partial H^{(e)}}{\partial x_{\alpha}} \right] = 0.} \quad (10)$$

$\alpha = 1, 2, 3, 4.$

En se reportant à (3) et à (7), on obtient immédiatement

$$\left. \begin{aligned} p_{\alpha}^{(m)} &= W^{-1} u_{\alpha} \\ p_{\alpha}^{(e)} &= \Phi_{\alpha} \end{aligned} \right\} \quad \alpha = 1, 2, 3, 4 \quad (11)$$

ou, en vertu de $W = 1$,

$$p_{\alpha}^{(m)} = u_{\alpha}. \quad \alpha = 1, 2, 3, 4 \quad (12)$$

Substituons ces valeurs dans (8); d'où

$$\left. \begin{aligned} H^{(m)} &\equiv - \sqrt{\sum_{\alpha} \sum_{\beta} g^{\alpha\beta} p_{\alpha}^{(m)} p_{\beta}^{(m)}} + 1, \\ H^{(e)} &\equiv \sum_{\alpha} \sum_{\beta} g^{\alpha\beta} p_{\beta}^{(m)} (-\Phi_{\alpha} + p_{\alpha}^{(e)}). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

(*) Voir, par exemple, le *Traité de Mécanique rationnelle*, par P. APPELL, t. II, 1924, p. 420.)

Remarquons qu'on a les conditions

$$H^{(m)} = H^{(e)} = 0.$$

3. *Dynamique de l'électron dans l'espace-temps.* — Sachant que (*)

$$\frac{d}{ds} \int \delta \tau^{(m)} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d}{ds} \int \delta \tau^{(e)} = 0, \quad (14)$$

nous pourrions représenter un électron, à l'instant t , par les constantes (**) $\tau^{(m)}$ et $\tau^{(e)}$, pour le caractériser au point de vue *massique* et au point de vue *électrique*. Alors les équations (5) s'écrivent

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial (W\tau^{(m)} + U\tau^{(e)})}{\partial u^\alpha} \right) - \frac{\partial (W\tau^{(m)} + U\tau^{(e)})}{\partial x_\alpha} = 0. \quad (15)$$

$\alpha = 1, 2, 3, 4.$

Introduisons la *fonction lagrangienne*

$$L \equiv W\tau^{(m)} + U\tau^{(e)}. \quad (16)$$

Les équations (15) prendront alors la forme lagrangienne

$$\boxed{\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial L}{\partial u^\alpha} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial x_\alpha} \right) = 0.} \quad (17)$$

$\alpha = 1, 2, 3, 4.$

Passons aux variables *canoniques*, en introduisant la *fonction hamiltonienne*

$$\boxed{H \equiv -L + \sum_\alpha p_\alpha u^\alpha} \quad (18)$$

$\alpha = 1, 2, 3, 4,$

(*) TH. DE DONDER. *Théorie des Champs gravifiques* (MÉMOIRAL DES SC. MATH.), équations (184') et (188').

(**) D'après M. De Donder, l'interprétation de ces constantes doit être rattachée au *quanta d'action* h de Planck.

où

$$p_\alpha \equiv \frac{\partial L}{\partial u^\alpha}. \quad (19)$$

En procédant comme plus haut, (9), on aura

$$u^\alpha \equiv \left. \begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_\alpha} &= - \frac{\partial H}{\partial x_\alpha} \\ \frac{dx_\alpha}{ds} &= \frac{\partial H}{\partial p_\alpha} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

On obtient donc les équations canoniques

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{dp_\alpha}{ds} &= - \frac{\partial H}{\partial x_\alpha} \\ \frac{dx_\alpha}{ds} &= \frac{\partial H}{\partial p_\alpha} \end{aligned}} \quad \alpha = 1, 2, 3, 4, \quad (21)$$

qui régissent dans l'espace-temps le mouvement de l'électron considéré.

On aura, en vertu de (16) et de (19),

$$p_\alpha \equiv \tau^{(m)} \frac{u_\alpha}{W} + \tau^{(e)} \Phi_\alpha, \quad \alpha = 1, 2, 3, 4 \quad (22)$$

En introduisant cette valeur de p_α dans (18), on obtient la condition

$$H = 0.$$

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

- Bailey (Solon-I.)* Conditions in South Africa for Astronomical Observations. Cambridge, 1925; extr. in-8° (pp. 225-244). [30.240]
- De Toni (G. B.)*. Spigolature aldroviandiane XXI un pugillo di Lettere di Giovanni Odorico Melchiori Trentino. A Ulisse Aldrovandi. Venise, 1925; extr. in-8° (pp. 599-624). [30.245]
- *Appunti dal Carteggio inedito di Dominico Cirillo*. Sienne, 1925; in-8° (5 p.). [30.242]
- Fauré-Frémiet (E.)*. La cinétique du développement Multiplication cellulaire et croissance. Paris, 1925; gr. in-8° (335 p., fig.) [31.174]
- Leclercq (Suzanne)*. Les *Coal balls* de la couche Bouxharmont des charbonnages de Wérister. Liège, 1925; extr. in-4° (71 p., pl.). [31.175]
- Luyten (Willem-J.)*. On some problems connected with the Luminosity Law. Cambridge, 1925; in-8° (26 p.). [30.239]
- Pelseneer (Paul)*. Comment mangent divers gastropodes aquatiques. Bruxelles, 1925; extr. in-8° (15 p.). [30.244]
- Shapley (Harlow)*. The magellanic clouds. Cambridge, 1925; extr. in-8° (pp. 69-78). [30.241]
- Schoep (Alfred)*. Sur la planchéite et sur la shattuckite. Identité de composition chimique de deux minéraux. Liège, 1925; in-8° (10 p.). [30.229]
- Sur la buttgenbachite, nouveau minéral. Paris, 1925; in-4° (2 p.). [30.243]
-

Séance du 5 décembre 1925.

M. Fr. Swarts, *directeur de la Classe*.

Sont présents : MM. A. Rutot, *vice-directeur de la Classe*; Léon Fredericq, A. Gravis, A. Lameere, Ch. - J. de la Vallée Poussin, Max Lohest, A. Demoulin, comte A. de Hemptinne, V. Willem, P. Stroobant, Ch. Julin, É. Marchal, J. Cornet, L. Crismer, E. van Aubel, *membres*; G.-A. Boulenger, J. Verschaffelt, G. Chavanne, *associés*; Th. De Donder, P. Fourmarié, O. Dony, P. Bruylants, *correspondants*, et le *Secrétaire perpétuel*.

Absences motivées : MM. Ch. Lagrange, P. Nolf et Lecointe, *membres*.

CORRESPONDANCE.

M. Van Straelen et Madame Philippot remercient l'Académie des Prix qu'elle leur a accordés.

Son Exc. l'Ambassadeur du Japon communique le programme du III^e Congrès scientifique panpacifique (27 octobre au 9 novembre 1926) organisé par le Conseil national de Recherches du Japon et demande si l'Académie de Belgique participera à ce Congrès.

M. Breydel adresse une communication au sujet de nouvelles radiations à pouvoir de pénétration considérable, découvertes par M. Millikan. — Dépôt aux Archives.

M. A. Soos attire l'attention sur la publication prochaine

d'un ouvrage sur ses recherches et demande à l'Académie de publier un résumé de ses méthodes sous le titre : *Une nouvelle loi de la nature*. — La Classe décide qu'elle ne peut publier ce résumé.

HOMMAGES D'OUVRAGES.

La Concentration en ions Hydrogène de l'eau de mer, par R. Legendre.

Un Lamellibranche commensal de Lamellibranche et quelques autres Lamellibranches commensaux, par Paul Pelseneer.

Recherches expérimentales et cytologiques sur la maturation et l'activation de l'œuf d'Asterias glacialis, par Alb. Daleq.

La Houillerie liégeoise, 1^{er} fascicule, par MM. Haust, Massart et Sacré; présenté, avec une note bibliographique, par M. Lohest. — Remerciements.

COMITÉ SECRET.

La Classe examine les titres des candidats aux places vacantes.

COMMISSION DES FINANCES.

Sont nommés membres de cette Commission pour 1926 : MM. Deruyts, Fredericq, Gravis, Marchal et Stroobant.

COMITÉ NATIONAL D'ASTRONOMIE.

M. H. Vander Linden est nommé membre de ce Comité, en remplacement de M. Philippot, décédé.

TRAVAUX A L'EXAMEN.

Contribution à l'étude de la réaction des composés organomagnésiens sur les nitriles. — *Les Cyanhydrines cétoniques*,

par M. J. Geurden; présenté, avec rapport favorable, par M. Bruylants. — Impression dans le *Bulletin*.

Sur la formation de l'ozone sous l'action des particules, par J. D'Olieslager; présenté, avec rapport favorable, par le comte A. de Hemptinne. — Impression dans le *Bulletin*.

De l'équilibre stable des systèmes physico-chimiques, par M. G. Homès; présenté, avec rapport favorable, par M. De Donder. — Impression dans le *Bulletin*.

Sur la division directe suivie de Caryocinèse dans les tissus cicatriciels de la tige de Tradescantia virginica, et *La figure achromatique et la formation de la membrane dans les tissus cicatriciels de la tige de Tradescantia virginica*, par M. Conard; présenté, avec rapport favorable, par M. Lameere. — Impression dans le *Bulletin*.

LECTURE.

La proportion des sexes chez les animaux et particulièrement chez les Mollusques, par Paul Pelseneer. — Impression dans les *Mémoires in-8°*.

NOTE BIBLIOGRAPHIQUE

La Houilleries liégeoise, par J. HAUST ; avec la collaboration
de G. MASSART et J. SACRÉ.

Cet ouvrage est le fruit d'une collaboration parfaite entre un philologue, un ingénieur sorti de l'École de Liège et un directeur de travaux d'un important charbonnage liégeois.

Déjà Buffon, dans son *Traité de l'Histoire naturelle*, signale que le pays de Liège est celui où l'on a le plus anciennement exploité la houille.

Les termes employés par les mineurs wallons ont été souvent adoptés en France et à l'étranger. Mais, outre l'intérêt philologique et archéologique que cet ouvrage présente, il est encore destiné à rendre de grands services aux ouvriers désireux de s'élever dans leur métier, aux ingénieurs formés dans nos écoles des mines et aux hommes de loi, car d'excellents dessins, exécutés par M. Ch. Graffart, apportent toute la précision désirable aux termes cités dans ce vocabulaire.

MAX LOHEST.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

CHIMIE. — Contribution à l'étude de la réaction des composés organo-magnésiens sur les nitriles. — Les Cyanhydrines cétoniques.

par J. GEURDEN (*).

A la demande de M. P. Bruylants, j'ai étudié l'action de quelques composés magnésiens sur les cyanhydrines cétoniques.

Dans l'étude systématique du réactif de Grignard sur les nitriles substitués, que l'on poursuit au laboratoire de chimie générale de l'Université de Louvain, on n'avait pas encore envisagé les α oxy-nitriles.

Dans cette note, je signalerai les résultats obtenus avec les cyanhydrines cétoniques, nitriles à fonction alcool tertiaire en position α .

Une étude de l'action des magnésiens sur les cyanhydrines cétoniques a déjà été faite par M. D. Gauthier (**), en 1911; l'auteur aurait obtenu, par la réaction normale de Blaise, des cétones alcools tertiaires.

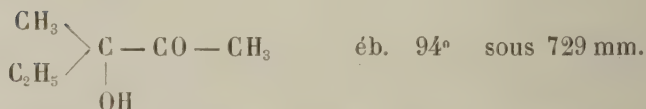
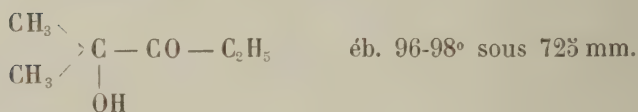
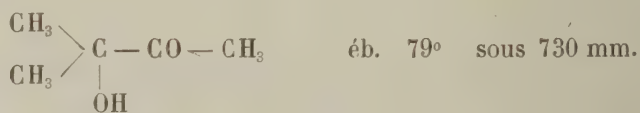
Il ne semblait pas inutile de reprendre cette étude, car, d'une part, les résultats obtenus précédemment dans ce laboratoire avec d'autres nitriles substitués permettent de concevoir des doutes au sujet de l'allure de la réaction de M. Gauthier; d'autre part, les constantes physiques et notamment les points d'ébulli-

(*) Présenté par M. Bruylants.

(**) C. R., 152, 1259, 1911.

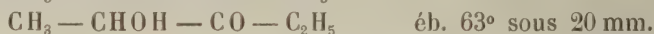
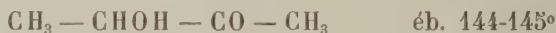
tion des cétones alcools tertiaires qu'il décrit ne cadrent absolument pas avec ce que l'analogie fait prévoir.

En effet, mettant en œuvre les cyanhydrines de la diméthyl-cétone et de la méthyl-éthyl-cétone et les réactifs magnésiens méthylrique et éthylique, il obtient les trois alcools cétoniques suivants :



Aucune analyse n'est d'ailleurs faite pour justifier la composition des corps obtenus, tandis que l'examen de la température d'ébullition de ces corps nous montre à l'évidence qu'ils ne peuvent répondre à ces formules.

En effet, le même auteur décrit, dans une note précédente (*), des alcools secondaires α cétoniques dérivant des cyanhydrines aldéhydiques par l'action des magnésiens, et il leur assigne les points d'ébullition suivants :



soit, très approximativement, $160^\circ-165^\circ$ sous 760 mm.

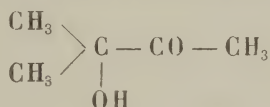
Or, la méthylation du groupe CHOH des alcools secondaires ne modifie que fort peu la température d'ébullition; nous en concluons que les cétones alcools tertiaires



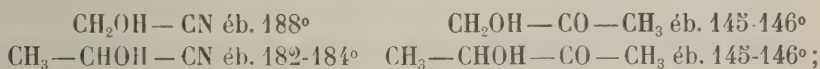
(*) *C. R.*, 152, 1100, 1911.

doivent avoir des points d'ébullition très voisins des dérivés correspondants cétones alcools secondaires.

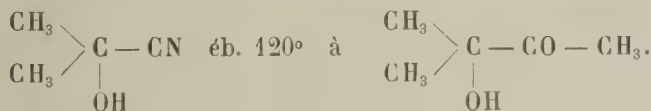
Dans son étude, Gauthier rappelle le travail de Schmid et Austin, décrivant l'oxy-isopropyl-méthyl-cétone :



comme un liquide éb. 141-142° sous 745 millimètres. Cette température d'ébullition nous paraît normale; il n'en est pas de même pour M. Gauthier, qui écrit : « *a priori* la conclusion de Schmidt et Austin est inadmissible, si l'on établit le parallèle suivant :



la substitution à —CN du groupement —CO —CH₃ provoque un abaissement de point d'ébullition d'environ 40°. Il semble tout naturel qu'il en soit encore ainsi lors du passage



et que le point d'ébullition de ce dernier soit, par conséquent, voisin de 80° ».

On trouve, il est vrai, dans la littérature une indication de Urech, qui fixe le point d'ébullition du nitrile α oxy-isobutyrique vers 120° (*). Mais cette indication n'a pas été reconnue exacte par L. Henry (**), qui a montré que, sous 764 millimètres, la cyanhydrine acétonique commence à distiller vers 60° et que le thermomètre s'élève graduellement pour

(*) *Ann.*, pp. 164, 255, 1872.

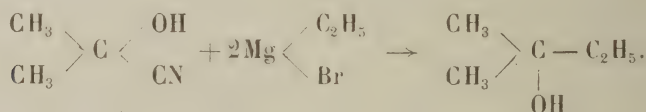
(**) *Les Nitriles alcools*, p. 47. (MÉMOIRES DE L'ACAD. ROY. DE BELGIQUE, t. LVII. Bruxelles, 1898.)

se fixer vers 155°-157°; il ajoute que cette ébullition n'est vraisemblablement qu'une dissociation, et il le prouve par la mesure de la densité de vapeur dans l'appareil d'Hoffman : à 130° on trouve 2.13, alors que la densité théorique est 2.93. A 130°, il y a déjà une dissociation notable.

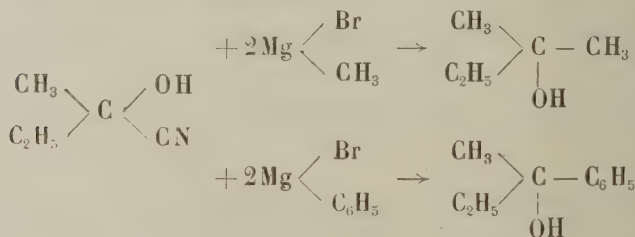
La température d'ébullition de cette cyanhydrine, que nous avons mesurée sous la pression de 20 millimètres, est 88°-90°, ce qui correspond approximativement à 185°-190° sous la pression atmosphérique; d'après la relation signalée par M. Gauthier, on pourrait donc fixer le point d'ébullition de la cétone alcool vers 145°, température conforme aux indications de Schmidt et Austin.

Nous avons donc repris cette réaction et obtenu, non pas des cétones alcools, mais les alcools tertiaires provenant de la substitution du radical nitrilique par le groupement hydrocarboné du magnésien.

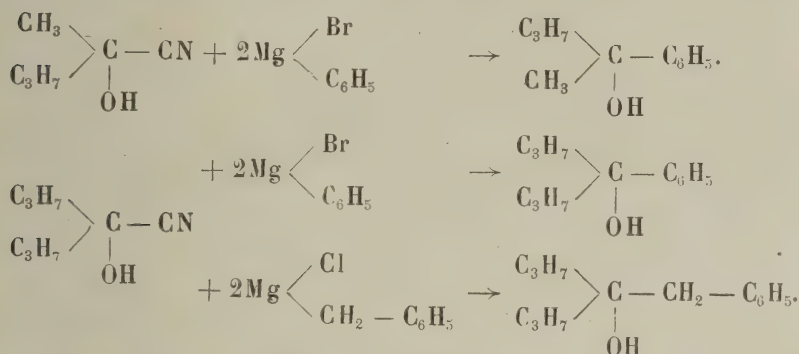
Aux dépens de la cyanhydrine de la diméthyl-cétone et du bromure d'éthyl-magnésium, nous avons obtenu le diméthyl-éthyl-carbinol



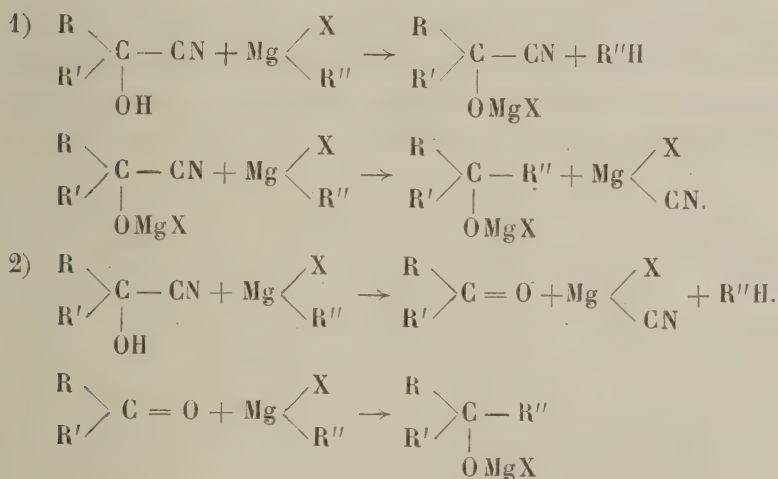
Aux dépens de la cyanhydrine de la méthyl-éthyl-cétone, le diméthyl-éthyl-carbinol et le méthyl-éthyl-phényl-carbinol



Nous avons encore mis en œuvre la cyanhydrine de la méthylpropyl-cétone et celle de la butyrone et préparé les trois carbionols tertiaires suivants :



On peut se demander quel est le mécanisme de cette réaction ; d'après laquelle des deux équations suivantes se fait-elle ?



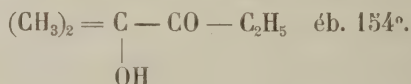
La première de ces réactions reviendrait à celle qui a été observée, dans ce laboratoire, pour les nitriles α aminés, les nitriles α cétoniques et le cyanoformiate d'éthyle ; dans la seconde, au contraire, le magnésien décomposerait la cyanhydrine en ses constituants et l'acétone réagirait à son tour avec

l'excès de magnésien; c'est vraisemblablement là le véritable mécanisme de la réaction, car, dans plusieurs cas, on a pu isoler parmi les produits de la réaction la cétone dérivant de la cyanhydrine mise en œuvre.

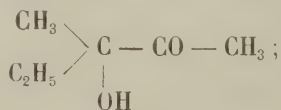
Nos résultats expérimentaux ne diffèrent cependant pas de ceux de M. Gauthier; si l'on examine, en effet, les points d'ébullition qu'il trouve pour les soi-disant alcools cétoniques, on constate qu'ils concordent avec ceux des alcools tertiaires provenant de la substitution du groupe nitrilique de la cyanhydrine, par le radical hydrocarboné du magnésien; nous pouvons affirmer que le produit décrit comme méthyl-2-oxy-2-butanone-3 n'est autre que le triméthyl-carbinol, et que le méthyl-2-oxy-2-pentanone-2 ainsi que le méthyl-3-oxy-3-pentanone-2 sont en réalité de l'alcool amylique tertiaire.

Ce qui le prouve encore, c'est que M. Gauthier, en traitant ses soi-disant alcools cétoniques par un excès de magnésien, en vue de les transformer en pinacones, n'est parvenu qu'à régénérer le produit initial; il avait ainsi simplement transformé l'alcool tertiaire en son alcoolate magnésien.

Nous ajouterons que dans deux cas nous avons obtenu les véritables cétones alcools tertiaires provenant de la réaction normale de Blaise, mais seulement en quantité très minime; nous avons obtenu la méthyl-2-oxy-2-pentanone-3



et la méthyl-3-oxy-3-pentanone-2



nous n'avons pu isoler cette dernière que sous forme de semi-carbazone. Les alcools tertiaires, au contraire, se forment avec des rendements très élevés voisins le plus souvent de 75 %.

Il faut aussi signaler que dans la réaction du bromure de phényl-magnésium et dans celle du chlorure de benzyl-magnésium nous n'avons obtenu que l'alcool tertiaire, sans pouvoir isoler de cétone alcool tertiaire; celle-ci ne semble se former, en très minime proportion, qu'avec les magnésiens aliphatiques.

Il y a lieu de rapprocher ce fait d'autres faits analogues observés précédemment dans ce laboratoire; ainsi, par exemple, le cyanure de benzoïle (*) traité par C_6H_5MgBr fournit exclusivement l'alcool tertiaire diphenyl-benzylique; au contraire, avec le bromure d'éthyl-magnésium on isole, à côté du carbinol tertiaire, la cétimine cétone, produit normal de la réaction suivant le schéma de Blaise.

Voici nos résultats expérimentaux :

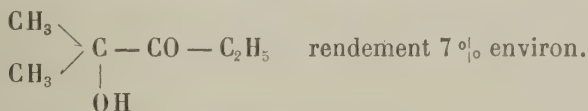
1. — CYANHYDRINE DE L'ACÉTONE DIMÉTHYLIQUE.

On met en œuvre 1 molécule-gramme de cyanhydrine pour deux de bromure d'éthyl-magnésium. Le traitement habituel fournit l'extrait étheré avec dégagement d'acide cyanhydrique. Après trois rectifications on isole les fractions suivantes :

60°- 80°	1,7 gr.
80°-100°	0,9 gr.
102°-103°	27 gr.
105°-150°	2,2 gr.
150°-155°	
surtout 154°	9,0 gr.
155°-250°	3,0 gr.

La fraction 102-103° est l'alcool amylique tertiaire.

La fraction 154° est formée de la cétone alcool



$$D_{20/4} = 0,9326,$$

(*) A. DECOSTER, *Bull. Acad. Belg.* 1925.

Ce produit donne une semi-carbazone qui, après recristallisation, fond à 129°.

Dosage d'azote :

S.	V.	H.	t.	N %	N % calculé.
0,1212	25,5 cc.	751,0	20,0	23,9	24,3

2. — CYANHYDRINE DE L'ACÉTONE MÉTHYL-ÉTYLIQUE.

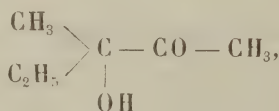
A) *Bromure de méthyl-magnésium*. — On met en œuvre 3/4 mol. de nitrile et 1,5 mol. CH₃ Mg Br.

Après quatre rectifications on isole les produits suivants :

60°- 80°	5,0 gr.
80°-102°	2,0 gr.
102°-103°	48 gr.
103°-150°	2,7 gr.
150°-200°	3,5 gr.
200°-250°	3,0 gr.

La première fraction 60°-80° renferme de la méthyl-éthyl-cétone qui a été identifiée sous forme de sa semi-carbazone. La fraction 102°-103° est constituée d'alcool amylique tertiaire formé avec un rendement de 74 %.

La fraction 150°-200° traitée par l'acétate de semi-carbazide fournit au bout de quelques jours une très minime quantité de semi-carbazone qui, après recristallisation, fond à 140°; je n'en ai pas obtenu une quantité suffisante pour la soumettre à l'analyse; c'est vraisemblablement la semi-carbazone de



b) *Bromure de phényl-magnésium*. — On a traité une mol. de magnésien par une demie de nitrile. La rectification donne les fractions suivantes :

Pression ordinaire . . .	{ 75°-90°	20 gr. (benzène)
	{ 90°-210°	3 gr.
Sous 20 mm.	{ 103°-107°	54 gr.
	{ 110°-230°	4 gr.

La fraction éb. 105°-107° sous 20 millimètres est le méthyl-éthyl-phényl-carbinol, formé avec un rendement de 72 %.

3. — CYANHYDRINE DE LA MÉTHYL-PROPYL-CÉTONE.

1 molécule-gramme de nitrile pour 2 de C_6H_5MgBr . Après trois rectifications on isole :

Pression ordinaire . . .	{ 75°-90°	60 gr. (benzène)
	{ 90°-210°	4 gr.
Sous 14 mm.	115°	105 gr.
Résidu goudronneux. .		15 gr.

Le produit éb. 112° sous 14 millimètres est bien le méthyl-propyl-carbinol.

Combustion :

<u>S.</u>	<u>CO₂.</u>	<u>H₂O.</u>	<u>C %.</u>	<u>H % (*)</u>
0,2078	0,6138	0,1722	80.7	9.2.

Les valeurs calculées sont C % : 80.48 ; H % : 9.76.

4. — CYANHYDRINE DE LA BUTYRONE.

a) *Bromure de phényl-magnésium*. — On met en œuvre 55 grammes de nitrile et le double de la quantité équimoléculaire de MgC_6H_5Br .

La rectification permet d'isoler d'abord du benzène, puis

Pression ordinaire . . .	{ 140°-145°	12 gr.
	{ 145°-210°	4 gr.
Sous 20 mm.	130°	49 gr.
Résidu goudronneux. . .		0,5 gr.

Le produit éb. 140°-145° est de la butyrone régénérée, identifiée sous forme de sa semi-carbazone.

Le produit éb. 130° sous 20 millimètres est l'alcool tertiaire, le dipropyl-phenyl-carbinol, formé avec un rendement de 65 % et qui dépasse 90 %, si l'on tient compte de la cétone régénérée.

B) *Chlorure de benzyl-magnésium*. — La réaction est menée avec 55 grammes de cyanhydrine et le double de la quantité équimoléculaire de magnésien. La rectification permet d'isoler du toluène, de la butyrone, 6 grammes, et l'alcool tertiaire, le dipropyl-benzyl-carbinol, éb. 144° sous 13 millimètres. On en isole 61 grammes, ce qui correspond à un rendement de 75 %.

Louvain. Laboratoire de chimie générale
de l'Université.

CHIMIE. — Sur la formation de l'ozone sous l'action
des particules α ,

par J. D'OLIESLAGER (*).

INTRODUCTION.

La formation d'ozone dans l'oxygène, sous l'action du rayonnement α , n'avait fait jusqu'ici l'objet que d'une seule étude quantitative, publiée par S. C. Lind (**) en 1912. Cet auteur enfermait une quantité connue de radon dans une petite sphère en verre d'un rayon de 1 à 2 millimètres et de paroi assez mince pour ne réduire que dans une proportion assez faible la portée d'une particule α la traversant normalement. Cette réduction de portée, mesurée par Lind, lui permit d'évaluer à l'aide d'une construction graphique le nombre I de paires d'ions que les particules α émises par la petite sphère produisaient autour de celle-ci dans l'oxygène. Ce dernier traversait un grand ballon au centre duquel la petite sphère renfermant le radon se trouvait fixée; il barbotait ensuite dans une solution de KI. L'ozone retenu par cette solution était titré après une durée d'expérience variant de douze à vingt-cinq heures. Désignons par M le nombre de molécules d'ozone recueillies pendant une expérience, par I le nombre de paires d'ions produites dans l'oxygène, et par $\mathfrak{R}$ le rapport $\frac{M}{I}$. Outre deux expériences effectuées l'une en présence d'air, l'autre sous pression réduite, et une expérience où l'oxygène séjournait au repos,

(*) Présenté par le comte A. de Hemptinne.

(**) S. C. LIND, *Monatshefte*, t. XXXIII. p. 295 (1912).

le travail de Lind relate les résultats des 7 mesures. Les valeurs trouvées pour $\mathfrak{R}$ sont, dans l'ordre des expériences : 0,2; 0,39; 0,51; 0,16; 0,28; 0,15; 0,09. Bien que Lind lui-même ait attiré l'attention sur ces variations importantes, ses recherches ont été souvent interprétées (*) comme établissant pour $\mathfrak{R}$ la valeur constante 0,5, la plus élevée qui ait été obtenue. Dans la suite, Lind semble d'ailleurs considérer ce chiffre comme plus probable que les autres; et en effet, les causes qui peuvent soustraire à la titration l'ozone réellement formé paraissent être plus nombreuses que les causes d'erreur capables de majorer les chiffres obtenus. D'ailleurs, il a pu sembler — tant que le nombre de réactions radiochimiques étudiées était très petit —, que le rapport $\mathfrak{R}$, non seulement constituait une donnée caractéristique de chacune de ces réactions, mais devait d'une réaction à l'autre varier dans un rapport simple.

Les expériences décrites ci-après ont été entreprises dans le but de déterminer avec plus de certitude le rapport $\mathfrak{R}$ dans l'ozonisation radiochimique. Elles ne tardèrent pas à me montrer que ce rapport — loin d'être constant — dépend de différents facteurs tels que la vitesse avec laquelle on fait circuler le courant d'oxygène et l'intensité du rayonnement auquel celui-ci est soumis. Une équation récemment développée par W. Mund (**) permet de calculer le nombre d'ions formés par une quantité donnée de radon mélangée à un gaz dans un récipient sphérique. J'ai donc estimé que le rapport $\mathfrak{R}$ serait aisément déterminé en titrant l'ozone formé après un temps donné dans un ballon rempli d'oxygène contenant une proportion connue de radon. Ces expériences — que dans la suite j'appellerai *statiques* — ont fourni une valeur de $\mathfrak{R}$ tellement éloignée de celle adoptée par Lind, que j'ai répété les expériences dynamiques de ce dernier. Ainsi que j'espère le montrer, les

(*) Voir, par exemple : BODENSTEIN, *Z. f. Phys. Chem.*, 85, p. 391 (1913).

(**) *Ann. Soc. scient. Bruxelles*, t. XLIV, p. 336 (1925).

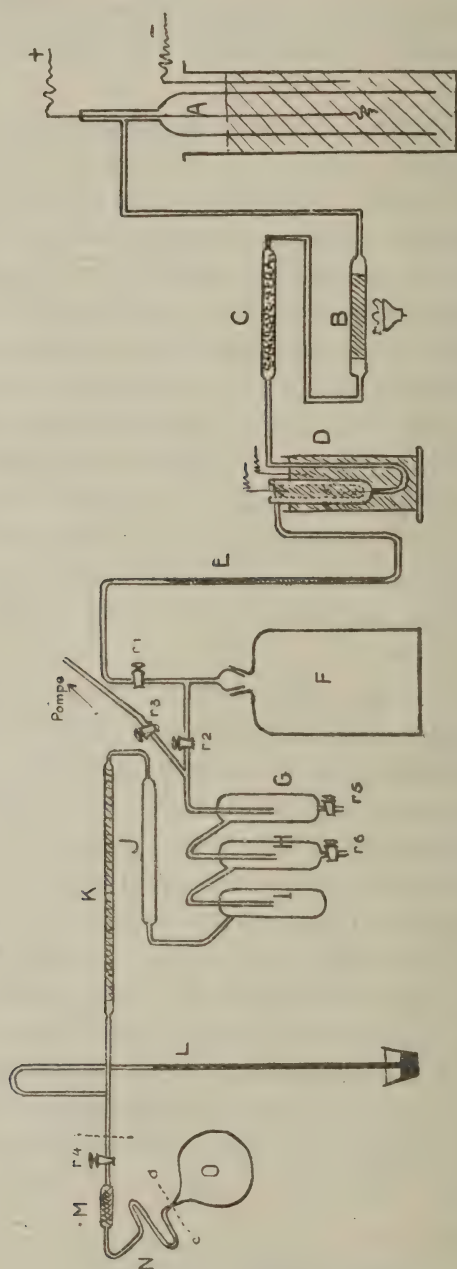
résultats, si différents fussent-ils, obtenus par ces deux méthodes ne sont nullement contradictoires et s'expliquent mutuellement.

I. — EXPÉRIENCES STATIQUES.

L'oxygène produit, en A, par électrolyse d'une solution d'acide sulfurique à 30 % passait, en B, sur de l'oxyde de cuivre chauffé au rouge, était desséché, en C, par du P_2O_5 et était faiblement ozonisé, en D, par l'effluve d'une petite bobine de Rukmkorff. Après avoir passé sur de la laine de verre, en E, destinée à le débarrasser de toutes les poussières qu'il aurait pu entraîner, le gaz était admis par le robinet r_1 dans un récipient F d'environ 5 litres, où un vide aussi parfait que possible avait été préalablement réalisé au moyen d'une pompe de Langmuir (par les robinets r_2 et r_3). L'oxygène chargé d'environ 2 % d'ozone était conservé en F pendant quelques jours, afin de permettre la destruction de toute impureté capable de réagir avec l'ozone.

Le ballon O, d'une capacité de 1,100 centimètres cubes, est prolongé par un tube capillaire, N, plusieurs fois recourbé, aboutissant d'autre part à un petit tube, M, dans lequel des feuilles d'or minces, légèrement tassées, occupent une longueur de 5 centimètres entre deux tampons de laine de verre. Le robinet r_4 permet de fermer cette canalisation. Celle-ci, d'abord soudée à un appareil purificateur du radon (*), était soigneusement évacuée en même temps que le ballon. On introduisait ensuite des quantités de radon de 0,05 à 0,100 curie. Après fermeture de r_4 , le ballon O avec le tube capillaire N et le tube à feuilles d'or M était séparé de l'appareil à émanation et était soudé en $a...b$ à la canalisation conduisant au robinet r_2 . Cette canalisation comporte de r_2 vers r_4 , deux barboteurs G et H dans lesquels on peut faire monter par r_5 et r_6 une solution à 10 %

(*) *Bull. Soc. chim. Belg.*, t. XXXIII, p. 258 (1924).



de KI, un tube de sûreté I, un tube à P_2O_5 , J, et un tube à laine de verre K. Le manomètre L est branché sur la canalisation au voisinage de $b...a$. Les robinets r_2 et r_4 étant d'abord fermés, on faisait un vide avancé en GHIJK par le robinet r_3 conduisant à la pompe de Langmuir. Après fermeture de r_3 la solution d'iodure était aspirée en G et H par r_5 et r_6 et le robinet r_2 était ouvert. En ouvrant ensuite prudemment r_4 , on laissait pénétrer dans le ballon O le gaz débarrassé de tout ozone par son double passage à travers l'iodure, desséché et exempt de poussières. Comme auparavant dans l'introduction du radon, les vapeurs de mercure étaient retenues par les feuilles d'or en M.

Le ballon O étant rempli d'oxygène jusqu'à une pression P indiquée par le manomètre L, le robinet r_4 était fermé. Le ballon O était ensuite séparé de la canalisation N en scellant ce tube étiré au niveau $c...d$. Le mélange d'oxygène et de radon était conservé pendant un temps déterminé dans l'obscurité sous un courant d'eau qui maintenait la température au-dessous de 13° à 14° . Pour titrer l'ozone, on cassait la pointe étirée du ballon sous une solution d'iodure. Une partie de celle-ci était aspirée du fait de la dépression régnant à l'intérieur du ballon. Après un temps de contact de vingt minutes pendant lequel le ballon était fréquemment agité, la solution d'iodure était diluée, légèrement acidifiée et titrée au moyen de solution $\frac{N}{400}$ de $Na_2S_2O_3$. Chaque centimètre cube de cette dernière indique $3,03 \times 10^{18}$ molécules d'ozone (en adoptant pour la constante d'Avogadro le chiffre $6,06 \times 10^{23}$). L'ionisation était calculée selon la formule

$$I = I_\infty F =$$

$$-e^{-\lambda t}) r^{2,3} k \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{r'}{r} \right)^{2,3} + \frac{1}{2} \left(\frac{r''}{r} \right)^{2,3} - \frac{9r + 3r' \left(\frac{r'}{r} \right)^{2,3} + 3r'' \left(\frac{r''}{r} \right)^{2,3}}{20R} + \frac{81}{3520} \left(\frac{r}{R} \right)^3 \right]$$

N_0 est le nombre d'atomes de radon présents dans le ballon O à l'instant t_0 de l'admission de l'oxygène. Cet instant était toujours séparé par un intervalle d'au moins quatre heures de l'introduction du radon dans le ballon O, de manière que le RaA et le RaC déposés sur les parois fussent en équilibre. Dans ces conditions la formule ci-dessus est applicable.

Le rayon R du ballon est de $6^{\text{cm}}4$.

Pour les rapports $\frac{r'}{r}$ et $\frac{r''}{r}$ les valeurs $\frac{4,50}{3,94}$ et $\frac{6,56}{3,94}$ ont été adoptées. La valeur de r a été calculée par la formule $r = \frac{3,94}{1,06} \frac{76}{P_0}$, où P_0 est la pression de remplissage du ballon ramenée à 0^0 .

Le tableau suivant indique les chiffres relatifs aux trois expériences statiques que j'ai effectuées :

Expérience.	I.	II.	III.
t	336600 sec.	313200 sec.	342900 sec.
M.	$3,03 \times 10^{18}$	$4,7 \times 10^{18}$	$4,84 \times 10^{18}$
N_0	$4,09 \times 10^{15}$	$4,06 \times 10^{15}$	$4,49 \times 10^{15}$
P_0	66,0 cm.	55,0 cm.	56,3 cm.
r	4,3 cm.	5,4 cm.	5,0 cm.
F.	1,59	1,47	1,49
I_∞	$4,08 \times 10^{20}$	$4,05 \times 10^{20}$	$4,51 \times 10^{20}$
$I = FI_\infty$	$4,72 \times 10^{20}$	$4,55 \times 10^{20}$	$2,25 \times 10^{20}$
$\mathfrak{R} = \frac{M}{I}$	0,0177	0,0303	0 0215

On remarque que les valeurs de $\mathfrak{R}$ obtenues par ces trois expériences ne concordent pas entre elles et sont beaucoup plus petites que la valeur 0,5 adoptée par Lind. Je reviendrai plus loin sur l'interprétation de ce désaccord, me contentant ici de signaler le résultat de quelques expériences effectuées à titre de contrôle.

Pour rechercher la présence éventuelle de substances capables de catalyser la décomposition de l'ozone, j'ai fait une série d'expériences où, à l'aide du même dispositif, de l'oxygène

ozonisé (à pourcentage variable) était introduit simultanément dans plusieurs ballons dont un seul renfermait du radon. La titration du contenu de ces ballons, ouverts à des instants différents, me permet de conclure :

1° Qu'en l'absence de radon l'oxygène ozonisé à des pourcentages bien supérieurs à ceux pouvant être produits par le rayonnement α se conserve bien dans les récipients et dans les conditions où j'ai opéré, même en l'absence de feuilles d'or destinées à débarrasser le gaz de traces de vapeur de mercure. C'est ainsi que, dans une expérience où la concentration initiale d'ozone était de 0.26 %, la concentration après cinq jours n'était descendue qu'à 0.22 %.

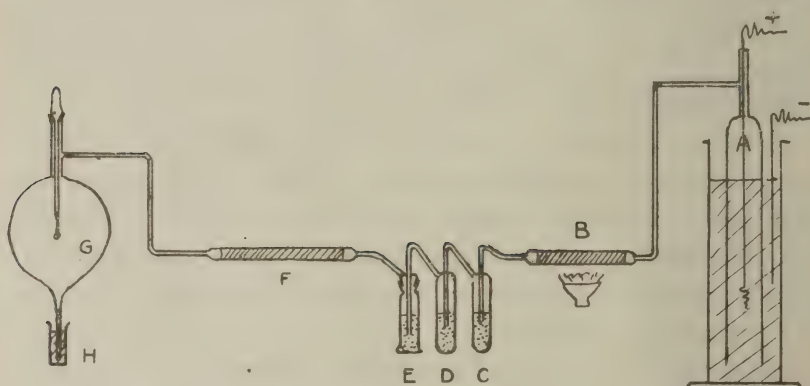
2° Qu'en présence de radon l'ozone initialement présent est, au contraire, rapidement détruit. Dans une expérience de trois jours, le pourcentage d'ozone s'est trouvé réduit de 0.50 % à 0.07 %. Je dois cependant faire remarquer que cette expérience n'a été effectuée qu'une fois et que le tube à feuilles d'or n'avait pas été intercalé.

Les mesures radioactives impliquées dans mes expériences statiques ont été faites en comparant, à l'aide d'un électromètre de Szilard, le rayonnement γ émis par le ballon O renfermant l'émanation avec celui de tubes en platine renfermant des quantités connues de radium pour usages thérapeutiques. Il a été tenu compte de la filtration du rayonnement par les parois de ces tubes.

II. — EXPÉRIENCES DYNAMIQUES.

L'appareil producteur d'oxygène, A, comporte un nombre variable (4 ou 5) de cellules électrolytiques en série, actionnées par un courant de 1 à 3 ampères dont l'intensité, indiquée par un ampèremètre, est soigneusement réglée. Le gaz, débarrassé d'hydrogène par le CuO chauffé au rouge, en B, passe successivement par deux barboteurs C et D à KI (10 %), destinés à

retenir l'ozone abondamment formé dans l'électrolyse. Il traverse ensuite un barboteur E renfermant 10 centimètres cubes d'une solution parfaitement incolore de KI (10 %). Ce barboteur est disposé de manière à ce que cette solution puisse être facilement retirée et titrée après chaque expérience. Après dessiccation sur le P_2O_5 , en F, le gaz pénètre dans la chambre de réaction G, formée par un ballon d'une capacité de 1,100 centimètres cubes. Au sortir de ce ballon, l'oxygène barbote dans



un godet H renfermant 10 centimètres cubes de la solution de KI. Le nombre de molécules formées dans chaque expérience est indiqué par la différence de la quantité de thiosulfate consommée par les contenus de H et de E. La titration de l'iode libéré en E n'a jamais exigé plus de 0,1 centimètre cube de $Na_2S_2O_3 \frac{N}{100}$.

Au centre du ballon G se trouvait, supportée par une mince tige de verre, une petite sphère à parois minces, analogue à celle employée par Lind. Toutefois, au lieu de confiner le radon par du mercure, j'ai préféré, pour éviter une cause d'erreur signalée par Taylor (*), sceller le petit tube conduisant à la sphère.

(*) *Journ. Am. Chem. Soc.*, 37, p. 24 (1915).

La mesure de l'ionisation produite par la sphère que j'ai employée a été effectuée après les expériences de la manière suivante : le ballon G, muni de la petite sphère, était détaché de l'appareil décrit, relié à un manomètre et rempli d'acétylène. On sait (*) que chaque paire d'ions provoque la condensation d'environ vingt molécules d'acétylène. Le ballon étant immergé dans de l'eau maintenue à température rigoureusement constante (18°8), on suivait, à l'aide d'une lunette à réticule mobile munie d'une vis micrométrique, la dénivellation du mercure du manomètre. Soient p_1 la pression à l'instant t_1 , choisi comme origine, et p_2, p_3 les pressions observées aux instants successifs t_2 et t_3 . Les dénivellations $p_1 - p_2$ et $p_2 - p_3$ ne sont pas théoriquement indépendantes. Soit p'_3 la pression théorique à l'instant t_3 , on aura

$$\frac{p_1 - p_2}{p_2 - p'_3} = \frac{1 - e^{-\lambda(t_2 - t_1)}}{e^{-\lambda(t_2 - t_1)}(1 - e^{-\lambda(t_3 - t_2)})}.$$

J'ai constaté que la valeur observée p_3 était supérieure à la valeur théorique p' , ce qui s'explique par le fait que le produit de condensation de l'acétylène se déposait progressivement sur les parois de la petite sphère radioactive dont elle diminuait l'efficacité. Comme cependant après l'instant t_3 le parcours des particules α émises par la petite sphère était loin d'être réduit à 0, j'ai cru pouvoir appliquer la correction suivante : Au lieu de calculer l'ionisation en me basant sur la dénivellation observée $p_1 - p_2$, je l'ai calculée d'après une dénivellation corrigée Δ exprimée par la relation

$$\Delta = (p_1 - p_2) + \frac{t_2 - t_1}{t_3 - t_1} (p_3 - p'_3).$$

L'ionisation par seconde, n , ou intensité d'ionisation, produite à l'instant $\frac{t_2 + t_1}{2}$ dans l'oxygène, est ainsi exprimée par

$$n = \frac{1,13}{1,26} \times \frac{1}{20} \Delta \times \frac{1200}{22400} \times \frac{273}{294,8} \times \frac{6,06 \times 10^{23}}{t_2 - t_1} \times \frac{1}{76}.$$

(*) MUND et KOCH, *Bull. Soc. chim. Belg.*, t. XXXIV, p. 244 (1925).

Dans cette formule, 1,13 et 1,26 sont les ionisations spécifiques de l'oxygène et de l'acétylène; 1,200 représente en centimètres cubes le volume total du ballon G et du manomètre; 20 est le nombre de molécules condensées par paire d'ions.

Or une quantité de radon de 1 curie produit par seconde dans l'oxygène un nombre d'ions exprimé par $24,7 \times 10^{15}$. La valeur trouvée pour n étant de 1×10^{13} , l'ionisation produite par la petite sphère à l'instant $\frac{t_1 + t_2}{2}$ équivalait donc à l'ionisation qu'aurait produite le rayonnement intégral de $\frac{1 \times 10^{13}}{24,7 \times 10^{15}} = 0,004$ curie de radon en équilibre avec le RaA et le RaC. C'est ce que j'exprimerai désormais en disant qu'à l'instant $\frac{t_1 + t_2}{2}$, la radioactivité de la petite sphère était de 0,004 curie effectif.

Cette donnée a été contrôlée par la mesure du rayonnement γ . Selon cette mesure l'activité à l'instant $\frac{t_1 + t_2}{2}$ correspondait à un contenu de 0,0150 curie. De cette quantité d'émanation environ $\frac{1}{5}$ était logé dans le petit tube conduisant à la boule, tube dont les parois étaient trop épaisses pour laisser passer le rayonnement α . Il se trouvait ainsi 0,012 curie dans la sphère même. Le rayonnement effectif de cette quantité a été calculé d'après les données de Lind. Pour une sphère dont la paroi laisse pénétrer le rayonnement α à une distance de 5^{cm}9 et dont le pouvoir absorbant équivaut donc à celui de 6,56 — 5,9 = 0^{cm}66 d'air, la correction à faire est d'environ 20 %. La petite sphère que j'ai employée ne laissait pénétrer les rayons α qu'à la distance de 4^{cm}75. Cette mesure a été effectuée exactement comme Lind a effectué les siennes. La paroi de la petite sphère avait donc un pouvoir absorbant équivalent à 6,56 — 4,75 = 1^{cm}81 d'air. La correction de 20 % doit donc être multipliée par $\frac{1,81}{0,66}$ et s'élève ainsi à 54 %. Le rayonnement effectif des 0,012 curie renfermés dans la petite sphère à l'instant $\frac{t_1 + t_2}{2}$ serait donc de $0,012 \times 0,46 = 0,0055$ curie. J'adopterai dans les calculs suivants la valeur 0,005, intermédiaire entre les valeurs

0,004 et 0,0055 fournies par les deux méthodes employées pour estimer l'activité de la petite sphère.

Le tableau suivant indique pour chaque expérience dynamique la durée t , le nombre M de molécules d'ozone formées, le nombre q de curies effectifs détruits pendant la durée de l'expérience, l'intensité d'ionisation moyenne n (nombre de paires d'ions par seconde), le rapport $\mathcal{R} = \frac{M}{nt}$, la quantité de gaz tV qui a traversé l'appareil pendant la durée de l'expérience (V = vitesse du courant gazeux), le rapport $C = \frac{M}{tV}$, le rapport $\frac{C}{n} = \frac{\mathcal{R}}{V}$:

Exp	t	M	q	n	$\mathcal{R}$	tV	C	$\frac{C}{n}$
1	4500 sec.	$1,52 \times 10^{18}$	0,000147	$3,8 \times 10^{14}$	0,88	3,265	$4,65 \times 10^{17}$	$1,2 \times 10^5$
2	11400 —	$3,33 \times 10^{18}$	0,00035	$3,6 \times 10^{14}$	0,80	6,63	$5,03 \times 10^{17}$	$1,4 \times 10^5$
3	27900 —	$3,33 \times 10^{18}$	0,00083	$3,5 \times 10^{14}$	0,34	8,10	$4,11 \times 10^{17}$	$1,2 \times 10^5$
4	11700 —	$9,85 \times 10^{17}$	0,000219	$2,2 \times 10^{14}$	0,38	2,717	$3,63 \times 10^{17}$	$1,6 \times 10^5$
5	9000 —	$2,12 \times 10^{18}$	0,000147	$1,92 \times 10^{14}$	1,20	6,53	$3,25 \times 10^{17}$	$1,6 \times 10^5$
6	9000 —	$9,09 \times 10^{17}$	0,000141	$1,83 \times 10^{14}$	0,55	2,61	$3,48 \times 10^{17}$	$1,9 \times 10^5$
7	13200 —	$1,52 \times 10^{18}$	0,000164	$1,40 \times 10^{14}$	0,78	9,56	$1,59 \times 10^{17}$	$1,1 \times 10^5$
8	11700 —	$9,09 \times 10^{17}$	0,000134	$1,35 \times 10^{14}$	0,57	3,60	$2,67 \times 10^{17}$	$1,9 \times 10^5$

III. — INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS.

Il résulte nettement des chiffres fournis par l'ensemble des expériences, tant statiques que dynamiques, que la valeur du rapport $\mathcal{R}$ varie entre les limites les plus larges. C'est d'ailleurs la conclusion que Lind aurait pu tirer de ses propres expériences. S'il a cru que les variations constatées par lui (de 0.09 à 0.5) étaient imputables à des erreurs d'expérience, ces variations ne devaient obéir à aucune loi. Or, les chiffres cités plus haut démontrent qu'il n'en est pas ainsi, tout au moins en ce qui concerne mes expériences.

Considérons d'abord la série des expériences dynamiques. Si, au lieu de rapporter le nombre de molécules d'ozone formé au nombre d'ions, on le rapporte au volume d'oxygène ayant traversé l'appareil, on obtient la valeur désignée par C. Or, dans la limite des erreurs d'expérience, cette valeur de C varie assez régulièrement en fonction de l'intensité de l'ionisation exprimée par n .

Si, par exemple, on supposait que la variation de C en fonction de n pût s'exprimer par une courbe peu différente d'une droite, il y aurait lieu, en l'absence de tout renseignement sur l'allure exacte de cette courbe, d'examiner le degré de constance du rapport $\frac{C}{n}$. La dernière colonne du tableau des résultats montre qu'en effet le rapport $\frac{C}{n}$ reste compris entre $0,11 \times 10^4$ et $0,19 \times 10^4$ et semble même, entre ces limites, augmenter systématiquement.

On remarque d'ailleurs que le rapport $\frac{C}{n}$ n'est autre que le rapport $\mathfrak{R}$ divisé par la vitesse V du courant gazeux.

Les constatations précédentes peuvent donc aussi s'exprimer comme suit : si l'on divise les valeurs de $\mathfrak{R}$, qui varient de 0,34 à 4,2 par la vitesse du courant gazeux, les valeurs obtenues ne varient plus que de $0,11 \times 10^4$ à $0,19 \times 10^4$. Il est donc certain que les variations du rapport $\mathfrak{R}$ ne sont nullement accidentelles. C'est ce qui permet de comprendre le résultat des expériences statiques; celles-ci, on s'en souvient, ont fourni des valeurs de $\mathfrak{R}$ très faibles.

Bien qu'il soit prématuré de déduire une équation cinétique, vérifiée par les chiffres qui précèdent, je tiens à signaler le point de vue théorique par lequel me semble devoir être remplacée, dans le cas de l'ozone, l'idée, assurément erronée, de la constance du rapport $\mathfrak{R}$.

Supposons qu'à chaque intensité d'ionisation n corresponde une concentration d'équilibre de l'ozone assez rapidement atteinte. Si le courant gazeux dans les expériences dynamiques est assez lent, de manière à ce que cette concentration d'équi-

libre soit réellement atteinte, il est clair que la quantité d'ozone titré, M , doit être proportionnelle à la quantité de gaz, tV , qui a traversé l'appareil.

Pour chaque intensité d'ionisation, n , le rapport C doit donc être constant, comme il l'est, en effet, dans mes expériences. Ce même rapport varie en fonction de n suivant une loi, que le degré d'approximation atteint ne permet pas de préciser.

Dans les trois expériences statiques, la fonction C se réduit au nombre M . Le quotient de M par la valeur finale de n avait donc la même signification que le rapport $\frac{C}{n}$. Toutefois, il suffit de songer à la distribution très inégale de l'ionisation dans l'appareil servant aux expériences dynamiques, pour ne pas s'attendre à trouver la même valeur numérique de $\frac{C}{n}$, vérifiée dans les deux séries d'expériences. En fait, le rapport $\frac{C}{n}$ dans les trois expériences statiques était respectivement de $0,77 \cdot 10^4$; $0,98 \cdot 10^4$; $1,3 \cdot 10^4$. D'ailleurs, les expériences dynamiques étaient effectuées à une température voisine de 20° , alors que les expériences statiques ont été faites à des températures ne dépassant pas 15° . En outre, les expériences statiques ne sont pas comparables entre elles, ayant été effectuées à des pressions différentes.

Le fait que la décomposition de l'ozone, sous l'action du rayonnement, a pu être constatée, ainsi qu'il a été mentionné plus haut, constitue évidemment une confirmation directe de l'existence d'un état d'équilibre.

CONCLUSIONS.

1° Le rapport R n'est pas constant dans l'ozonisation radiochimique de l'oxygène;

2° Ce phénomène dépend de l'existence d'une concentration d'équilibre, fonction de différentes variables, et notamment de l'intensité d'irradiation.

Je compte poursuivre ces recherches dans l'espoir d'élucider plus complètement la cinétique de cette réaction.

Le présent travail a été effectué au laboratoire de chimie phy-

sique de l'Université de Louvain, à l'aide de radium appartenant à l'Union Minière du Haut-Katanga.

Que M. le Prof^r Mund veuille trouver ici l'expression de ma reconnaissance sincère pour les conseils éclairés qu'il n'a cessé de me prodiguer.

CHIMIE MATHÉMATIQUE. — De l'équilibre stable
des systèmes physico-chimiques,

par GEORGES HOMÈS (*).

Dans ses travaux de chimie mathématique (**), M. Th. De Donder a montré que les *divers* potentiels thermodynamiques jouent des rôles *équivalents* dans l'étude des réactions irréversibles.

L'état du système considéré pourra être défini à l'aide des variables V, T, ξ , ou bien encore à l'aide des variables p, T, ξ ; etc. Nous représentons par ξ le degré d'avancement de la réaction chimique.

En utilisant les variables p, T, ξ et le potentiel thermodynamique $\Pi \equiv U - TS + pV$, M. De Donder a déduit, de la condition suffisante d'équilibre stable du système, la généralisation des théorèmes de Van 't Hoff et de Le Chatelier.

Nous nous proposons de poursuivre cette recherche en utilisant cette fois les variables V, T, ξ et l'énergie libre $F \equiv U - TS$. Nous obtenons ainsi une nouvelle forme de la généralisation due à M. De Donder. Nous comparons, enfin, le domaine des états d'équilibre stable, à p et T constants, au domaine des états d'équilibre stable, à V et T constants.

(*) Présenté par M. Th. De Donder.

(**) *C. R. de l'Acad. des Sciences de Paris*, 1^{er} semestre 1925, t. CLXXX, pp. 1334 et 1922. *Affinité chimique et Vitesse de Réaction*, communication faite au Deuxième Conseil de Chimie Solvay. (Bruxelles, 16 au 23 avril 1925.)

Voir aussi : *Bull. Acad. roy. de Belgique* (Classe des Sciences), mai 1922, et TH. DE DONDER, *Leçons de Thermodynamique et de Chimie physique*. Paris, Gauthier-Villars, 1920.

1. *Différentielle totale de l'affinité spécifique.* — On sait que (*)

$$\alpha = - \left(\frac{\partial H}{\partial \xi} \right)_{p, T} = - \left(\frac{\partial F}{\partial \xi} \right)_{V, T} = - \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right)_{p, S} = - \left(\frac{\partial U}{\partial \xi} \right)_{V, S}. \quad (1)$$

D'autre part, si nous utilisons les variables V, T, ξ ,

$$d \left(\frac{\alpha}{T} \right) \equiv \left(\frac{\partial \frac{\alpha}{T}}{\partial V} \right)_{T, \xi} dV + \left(\frac{\partial \frac{\alpha}{T}}{\partial T} \right)_{V, \xi} dT + \left(\frac{\partial \frac{\alpha}{T}}{\partial \xi} \right)_{V, T} d\xi. \quad (2)$$

Les relations de Kelvin généralisées

$$\left(\frac{\partial \alpha}{\partial V} \right)_{T, \xi} = \left(\frac{\partial p}{\partial \xi} \right)_{V, T} \quad (3)$$

et

$$\left(\frac{\partial \frac{\alpha}{T}}{\partial T} \right)_{V, \xi} = - \frac{r_{V, T}}{T^2}, \quad (4)$$

introduites dans (2), donneront

$$d \left(\frac{\alpha}{T} \right) = \frac{\Delta_{V, T}}{T} dV - \frac{r_{V, T}}{T^2} dT - \frac{\mathfrak{F}_{V, T}}{T} d\xi. \quad (5)$$

Nous avons posé

$$\Delta_{V, T} \equiv \left(\frac{\partial p}{\partial \xi} \right)_{V, T}, \quad (6)$$

$$r_{V, T} \equiv - \left(\frac{dQ(\xi)}{d\xi} \right)_{V, T}, \quad (7)$$

$$\mathfrak{F}_{V, T} \equiv \left(\frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} \right)_{V, T}. \quad (8)$$

On voit que $\Delta_{V, T}$ est le coefficient spécifique d'augmentation de pression à V et T constants, que $r_{V, T}$ est la chaleur de réac-

(*) C. R. de l'Acad. des Sciences de Paris, 1^{er} semestre 1925, t. CLXXX, p. 1334. Cf. formule (4).

tion à V et T constants et que $\mathfrak{F}_{V,T}$ est la dérivée seconde de l'énergie libre par rapport à ξ .

La valeur explicite de $\mathfrak{F}_{V,T}$, relative à la réaction chimique (*)

$$\frac{dm_\gamma}{v_\gamma M_\gamma} = d\xi \quad (9)$$

est

$$\mathfrak{F}_{V,T} = -\frac{1}{2} \sum_\gamma \sum_{\gamma_1} f_{\gamma\gamma_1} \left(\frac{v_\gamma M_\gamma}{m_\gamma} - \frac{v_{\gamma_1} M_{\gamma_1}}{m_{\gamma_1}} \right)^2 m_\gamma m_{\gamma_1}. \quad (10)$$

On a posé

$$f_{\gamma\gamma_1} \equiv \left(\frac{\partial^2 F}{\partial m_\gamma \partial m_{\gamma_1}} \right)_{V,T}. \quad (11)$$

Cette expression (10) de $\mathfrak{F}_{V,T}$ est indépendante de $f_{\gamma\gamma}$.

2. Transformation isoaffine. — Nous entendons par *transformation isoaffine* une transformation pendant laquelle l'affinité spécifique reste constante, c'est-à-dire pendant laquelle

$$\boxed{\alpha \equiv \alpha^0} \quad (12)$$

où $\alpha \equiv \alpha(V, T, \xi)$ et $\alpha^0 \equiv \alpha(V^0, T^0, \xi^0)$.

Une telle transformation n'est pas nécessairement réversible.

L'équation (5) devient, alors, la loi différentielle

$$\boxed{-T \Delta_{V,1} dV + (r_{V,T} - \alpha^0) dT + T \mathfrak{F}_{V,T} d\xi = 0.} \quad (13)$$

L'équation (12) permet d'exprimer l'une des trois variables définissant l'état du système en fonction des deux autres. Nous aurons ainsi

$$\xi = \xi(V, T; \alpha^0). \quad (14)$$

(*) Bull. Acad. roy. de Belgique (Classe des Sciences), mai 1922. — Voir formule (6), p. 3.

Introduisons cette valeur de ξ dans (13); nous aurons

$$T \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial V} \right)_T \mathfrak{F}_{V,T} - \Delta_{V,T} \right] dV + \left[r_{V,T} - \mathcal{A}^0 + T \left(\frac{\partial \xi}{\partial T} \right)_V \mathfrak{F}_{V,T} \right] dT = 0, \quad (15)$$

où $\Delta_{V,T}$, $r_{V,T}$ et $\mathfrak{F}_{V,T}$ sont fonctions de V et T seulement. Puisque V et T sont encore *indépendantes*, les accroissements dV et dT dans (15) seront quelconques; il en résulte que leurs coefficients seront nuls. Nous aurons donc, explicitement,

$$\left(\frac{\partial \xi}{\partial V} \right)_T \mathfrak{F}_{V,T} - \Delta_{V,T} = 0 \quad (16)$$

et

$$T \left(\frac{\partial \xi}{\partial T} \right)_V \mathfrak{F}_{V,T} + r_{V,T} - \mathcal{A}^0 = 0. \quad (17)$$

3. Déplacement d'équilibre. — En adoptant la terminologie de M. De Donder, nous dirons qu'un système effectue un *déplacement d'équilibre* quand il effectue une transformation isoaffine $\mathcal{A}^0 \equiv 0$. Dans ce cas, les relations (16) et (17) deviennent

$$\left(\frac{\partial \xi}{\partial V} \right)_T \mathfrak{F}_{V,T} - \Delta_{V,T} = 0 \quad (18)$$

et

$$T \left(\frac{\partial \xi}{\partial T} \right)_V \mathfrak{F}_{V,T} + r_{V,T} = 0. \quad (19)$$

4. Équilibre stable. — Soit un système à une phase capable d'effectuer, à partir d'un état a , des transformations réversibles ou irréversibles. On sait que, pour une transformation acb *isothermique-isochore*, on a nécessairement

$$F^a \geq F^b$$

ou

$$\Delta F \leq 0. \quad (20)$$

En d'autres termes, l'énergie libre F ne peut croître dans de telles transformations. Il en résulte que, si F est *minimum*

pour un état du système, maintenu à V et T constants, celui-ci demeurera en équilibre. En effet, l'inégalité qui figure dans (20) ne pourra plus être satisfaite pour aucune transformation isothermique-isochoire. D'autre part, l'égalité $\Delta F = 0$, qui figure dans (20), et les conditions $V = \text{constante}$, $T = \text{constante}$, entraîneraient que les trois variables définissant l'état du système demeurent constantes.

La condition du minimum de F est donc suffisante pour que le système, maintenu à température et à volume constants, demeure en équilibre; nous dirons qu'un tel équilibre est stable.

Analytiquement, cette condition suffisante s'exprimera

$$\delta'' F = 0, \quad (21)$$

$$\delta''^2 F > 0, \quad (22)$$

où les deux accents servent à rappeler des différentielles δ prises en laissant V et T constants; seul $\delta \xi$ est différent de zéro.

La première condition (21) est équivalente à

$$\boxed{\mathcal{A} \equiv - \sum_{\gamma} \nu_{\gamma} M_{\gamma} f_{\gamma} = 0,} \quad (23)$$

où l'on a posé

$$f_{\gamma} \equiv \left(\frac{\partial F}{\partial m_{\gamma}} \right)_{V, T}. \quad (24)$$

La seconde condition (22) devient

$$\sum_{\gamma} \sum_{\gamma_1} f_{\gamma \gamma_1} \left(\frac{\nu_{\gamma} M_{\gamma}}{m_{\gamma}} - \frac{\nu_{\gamma_1} M_{\gamma_1}}{m_{\gamma_1}} \right)^2 m_{\gamma} m_{\gamma_1} < 0. \quad (25)$$

Pour que cette somme (25) soit négative, il faut et il suffit que

$$\boxed{f_{\gamma \gamma_1} < 0.} \quad \gamma \neq \gamma_1 \quad (26)$$

Remarquons qu'en introduisant le titre

$$\tau_{\gamma \gamma_1} \equiv \frac{m_{\gamma}}{m_{\gamma_1}} \quad \gamma, \gamma_1 = 1, 2, \dots, c \quad (27)$$

du constituant γ par rapport au constituant γ_1 , la condition (25) deviendra :

$$\Sigma_{\gamma} \Sigma_{\gamma_1} f_{\gamma\gamma_1} (\delta \log \tau_{\gamma\gamma_1})^2 m_{\gamma} m_{\gamma_1} < 0. \quad (28)$$

5. Domaine des états d'équilibre stable. — Nous entendons par *domaine des états d'équilibre stable*, l'ensemble des états d'équilibre d'un système pour lesquels on aurait

$$f_{\gamma\gamma_1} < 0. \quad \gamma \neq \gamma_1 \quad (29)$$

En généralisant l'hypothèse de Gibbs, admettons que f_{γ} , (24), est une fonction homogène de degré zéro en $m_1, m_2, \dots, m_c$. Alors, le théorème d'Euler donnera

$$\Sigma_{\gamma_1} m_{\gamma_1} f_{\gamma\gamma_1} \equiv 0. \quad (30)$$

$\gamma_1 = 1, 2, \dots, \gamma, \dots, c.$

En rapprochant (29) et (30), on trouve que

$$f_{\gamma\gamma} > 0. \quad (31)$$

Enfin, dans le domaine des états d'équilibre stable, nous aurons, (10),

$$\mathfrak{F}_{V,T} > 0 \quad (32)$$

Généralisation des théorèmes de Van 't Hoff et de Le Chatelier.

— Si l'on tient compte du signe de $\mathfrak{F}_{V,T}$, (32), dans le domaine des états d'équilibre stable, les équations (18) et (19) deviennent des formes nouvelles des généralisations des théorèmes de Van 't Hoff et de Le Chatelier données par M. De Donder (*).

6. Rapprochement des deux points de vue. — Quand on définit l'état du système à l'aide des variables p, T, ξ , les condi-

(*) TH. DE DONDER, *Leçons de Thermodynamique et de Chimie physique*. Paris, Gauthier-Villars, 1920. Cf. pages 122 et 123, formules (346) et (347).

tions suffisantes d'équilibre stable, à pression et température constantes, sont

$$\mathfrak{A} \equiv - \sum_{\gamma} \nu_{\gamma} M_{\gamma} h_{\gamma} = 0 \quad (33)$$

et

$$h_{\gamma\gamma_1} < 0. \quad (34)$$

$$\gamma \neq \gamma_1$$

On a posé :

$$h_{\gamma} \equiv \left(\frac{\partial H}{\partial m_{\gamma}} \right)_{p,T}, \quad h_{\gamma\gamma_1} \equiv \left(\frac{\partial^2 H}{\partial m_{\gamma} \partial m_{\gamma_1}} \right)_{p,T}. \quad (35)$$

$\gamma, \gamma_1 = 1, 2, \dots, c$

En vertu des relations (1), on voit que la condition (23) pour l'état d'équilibre stable à V et T constants, et la condition (33) pour l'état d'équilibre stable à p et T constants, sont équivalentes.

D'autre part, les conditions (26) et (34) peuvent s'écrire, respectivement,

$$\left(\frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial \xi} \right)_{V,T} < 0, \quad (36)$$

$$\left(\frac{\partial \mathfrak{A}^*}{\partial \xi} \right)_{p,T} < 0, \quad (37)$$

si $\mathfrak{A} \equiv \mathfrak{A}(V, T, \xi)$ représente l'affinité spécifique exprimée en fonction de V, T, ξ , et $\mathfrak{A}^* \equiv \mathfrak{A}^*(p, T, \xi)$ représente, de même, l'affinité spécifique, mais exprimée cette fois en fonction de p, T, ξ .

Nous aurons, en passant des variables p, T, ξ aux variables V, T, ξ ,

$$\left(\frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial \xi} \right)_{V,T} = \left(\frac{\partial \mathfrak{A}^*}{\partial \xi} \right)_{p,T} + \left(\frac{\partial \mathfrak{A}^*}{\partial p} \right)_{T,\xi} \left(\frac{\partial p}{\partial \xi} \right)_{V,T}. \quad (38)$$

Mais (*),

$$\left(\frac{\partial \mathfrak{A}^*}{\partial p} \right)_{T,\xi} = - \Delta_{p,T}, \quad (39)$$

(*) C. R. de l'Acad. des Sciences de Paris, 1^{er} semestre 1925, t. CLXXX, n° 18. Cf. formule (9).

où $\Delta_{p,T}$ est la dilatation spécifique du système à p et T constants.

Par suite, en utilisant (6) et (39), (38) s'écrira :

$$\left(\frac{\partial \Theta}{\partial \xi}\right)_{v,T} = \left(\frac{\partial \Theta^*}{\partial \xi}\right)_{p,T} - \Delta_{p,T} \Delta_{v,T}. \quad (40)$$

Par l'expérience, on sait qu'en général, $\Delta_{p,T}$ et $\Delta_{v,T}$ sont de mêmes signes. Nous en concluons que si l'état d'un système est un état d'équilibre stable à p et T constants, il sera, *ipso facto*, un état d'équilibre stable à V et T constants, sans que la réciproque soit vraie.

Cette conclusion jette un jour nouveau sur la préférence à accorder, dans l'étude des états d'équilibre *stable*, au potentiel thermodynamique H associé aux variables p , T , ξ .

Sur la Division directe suivie de Caryocinèse dans les tissus cicatriciels de la tige de *TRADESCANTIA VIRGINICA* L.

par A. CONARD (1),

Associé C. R. B. de l'Université Libre de Bruxelles.

Avant la publication in-extenso de notre thèse de Doctorat spécial que nous avons entreprise sous la direction de notre regretté maître, le professeur Jean Massart, nous voudrions résumer nos principaux résultats dans des notes préliminaires. Le présent travail est tiré de notre thèse.

1. Dans les cellules du parenchyme de la tige de *Tradescantia virginica*, la taille et la forme des noyaux est très variable.

Depuis les observations de Johow (2), ce matériel est devenu

(1) Présenté par M. Lameere.

(2) JOHOW, *Untersuchungen über Zellkerne in den Secretbehältern und Parenchymzellen der höheren Monocotylen*. (INAUG. DISSERT, Bonn, 1880.) — JOHOW, *Die Zellkerne von Chara fetida*. (BOT. ZEIT., 1881, t. XXXIX, pp. 729-743 et pp. 745-753.)

classique pour l'étude de la division directe : les noyaux présentant un pincement médian, les formes en biscuit, en haltère y sont vraiment fréquentes. A plusieurs reprises les auteurs se sont demandés si ces lobes nucléaires formés par étranglement pouvaient se séparer, c'est-à-dire si la division directe du noyau pouvait s'achever.

Strasburger ⁽¹⁾ et d'autres, et Kisser ⁽²⁾ plus récemment, ont répondu affirmativement. Schürhoff ⁽³⁾ a écrit tout d'abord que ces noyaux bi-ou multilobés devaient être considérés comme des figures de fusions entre noyaux issus de caryocinèses normales. Il s'est ravisé ⁽⁴⁾ par la suite et a exprimé l'idée que ces formes étaient dues à des mouvements amiboïdes lents. Nous pensons qu'il n'y a pas lieu de faire intervenir ici les mouvements amiboïdes (nous nous proposons d'étudier le phénomène à l'occasion d'une prochaine publication) et nous confirmons les observations de Strasburger et Kisser, la division s'achève mais le phénomène ne se produit que rarement.

Non seulement nous avons été plus heureux que Schürhoff ⁽⁵⁾ en réussissant à observer des cellules binucléées, mais nous avons pu étudier aussi leur comportement dans les tissus cicatriciels. C'est ce que nous voulons étudier dans la présente note.

2. Dans tout ce qui va suivre il s'agira donc de cellules adultes des parenchymes de la tige de *Tradescantia virginica*. Elles sont très grandes ($\pm 400 \mu \times 75 \mu \times 75 \mu$ environ), présentent très peu de cytoplasme en comparaison de leur

⁽¹⁾ STRASBURGER, *Einiges über Characeen und Amilose*. (FESTSCHRIFT FÜR WIESNER, Wien, 1908.)

⁽²⁾ KISSER, J., *Amitose, Fragmentation und Vakuolisierung pflanzlicher Zellkerne*. (SITZUNGSBER. AKAD. D. WISS. MATH. NATURW. KLASSE, 1922, Abt. I, Bd CXXXI, pp. 105-128.)

⁽³⁾ SCHÜRHOFF, P. N., *Amitosen von Riesenkernen im Endosperm von Ranunculus Acer*. (JAHRB. WISS. BOT., 1915, t. LV, 499-519.)

⁽⁴⁾ SCHÜRHOFF, P. N., *Ueber die bisher als Amitosen gedeuteten Kernbilder von Tradescantia virginica*. (JAHRB. WISS. BOT., 1917, t. LVII, pp. 363-377.)

⁽⁵⁾ SCHÜRHOFF, P. N., *Das Verhalten des Kernes in Wundgewebe*. (BEIHEFTE ZUM BOT. CENTR., 1905, Bd XIX, Abt. 1, pp. 359-382.)

volume, il est distribué en une couche périphérique très mince tapissant la membrane de cellulose. Une grande vacuole à suc cellulaire occupe le centre de la cellule. Suivant que l'on considère les cellules de la périphérie ou du centre de la tige, elles présentent des chloro- ou des amyloplastés.

Nous rappellerons tout d'abord ce qui se passe dans les cellules à noyau unique, régulier; nous étudierons ensuite ce qui se passe dans les cellules à deux noyaux issus de la division directe d'un noyau préexistant.

3. Les cellules à noyau régulier se comportent comme toutes les cellules adultes qui se divisent ⁽¹⁾ pour prendre part à la formation d'un méristème cicatriciel ⁽²⁾. Les phénomènes qui se produisent sont les suivants :

a) Déplacement du noyau vers la région de la cellule la plus voisine de la blessure.

b) Augmentation de volume du noyau.

c) Accumulation autour du noyau du cytoplasme, et de ses inclusions : plastides, amidon, réserves de toute nature, etc.

d) Émigration de la masse de cytoplasme contenant le noyau vers le milieu de la cellule; où elle est suspendue par des tractus cytoplasmiques.

e) Le cytoplasme s'oriente : les inclusions se disposent d'une manière régulière autour du noyau.

f) L'orientation du cytoplasme se précise : les inclusions se groupent en deux masses polaires qui constituent les pôles de la figure de division nucléaire.

g) La caryocinèse se produit, la disposition de la plaque équatoriale est déterminée par l'orientation préalable du cytoplasme.

(1) Heitz a fait des observations absolument concordantes sur la régénération de *Lophocolea bidentata* à partir des cellules du bord du thalle. — HEITZ, E., *Das Verhalten von Kern und Chloroplasten bei der Regeneration*. (ZEITSCHR. F. ZELLF. U. MIKR. ANATOMIE. Berlin, 1925, Bd 2, Heft. 4, pp. 69 à 86.)

(2) CONARD, A., *Sur un nouveau mode de formation de la membrane dans les tissus cicatriciels*. (BULL. ACAD. ROY. DE BELGIQUE, 1922.)

h) La plaque cellulaire apparaît dans le plan équatorial, la formation de la membrane est progressive.

Les phénomènes qui se produisent dans les cellules binuclées sont les suivants :

Les stades *a*, *b*, *c*, se produisent dans leurs grands traits de la manière habituelle (fig. 1).

d) Les inclusions restent éparses dans le cytoplasme entourant les noyaux.

e) Les inclusions ne montrent aucune disposition qui puisse trahir une orientation du cytoplasme (fig. 2).

f) Les noyaux se rapprochent mais restent complètement indépendants (fig. 3).

g) Ils entrent en caryocinèse simultanément et présentent toujours au même moment les mêmes phases (fig. 2, 3, 4, 5).

h) Les deux figures de divisions sont parallèles et étroitement juxtaposées (fig. 5).

i) De chaque côté du plan équatorial à la télophase, il y a deux masses de chromosomes, chacune de ces masses correspondant à une figure de division.

j) De chaque côté du plan équatorial ces masses se fusionnent et reconstituent un noyau (fig. 6).

k) Dans le plan équatorial de chaque figure une plaque cellulaire a pris naissance de la manière habituelle, ces deux plaques se fusionnent (fig. 5).

l) La formation de la membrane est progressive et s'achève normalement.

Ainsi une cellule à deux noyaux issus de division directe, donne naissance après mitose à deux cellules filles présentant chacune un seul noyau reconstitué.

4. Les conclusions que nous pouvons tirer de cette observation sont les suivantes :

a) La division directe s'achève dans les cellules du parenchyme de la tige du *Tradescantia virginica*, comme le pensait Strasburger.

b) Les deux fragments de noyau ne se fusionnent pas, même si la cellule entre en mitose.

c) Chacun de ces deux fragments de noyau se comporte comme s'il était seul ; cependant plongés dans le même cytoplasme et soumis aux mêmes excitations ils se comportent de la même manière ; leurs axes de division sont parallèles.

d) Les fragments du noyau ne peuvent se fusionner qu'après avoir subi une caryocinèse.

e) Les deux fragments nucléaires se comportent comme les noyaux haploïdes (pronuclei), au moment de la fécondation, de certains conifères tels que *Pinus* ⁽¹⁾, *Larix* ⁽²⁾, *Abies* ⁽³⁾, etc., et certains animaux comme *Ascaris* ⁽⁴⁾, *Crepidula* ⁽⁵⁾, *Cryptobranchus* ⁽⁶⁾, etc.

f) La cellule présentant deux noyaux issus de division directe n'est pas nécessairement condamnée à mourir comme certains auteurs ⁽⁷⁾ l'ont pensé, elle ne se régénère pas directement, mais par sa division elle régénère deux cellules filles dont les noyaux sont reconstitués.

g) La division directe peut être suivie de caryocinèse et nos

(1) BLACKMAN, *On the cytological features of fertilization and related features in Pinus sylvestris* L. (PHIL. TRANS. ROY. SOC. London, 1898, B. CXC, pp. 395-426.) — CHAMBERLAIN, *Oögenesis in Pinus Laricio*. (BOT. GAZ., 1899, t. XXVII, pp. 268-280. — FERGUSON, *Contributions to the knowledge of the life history of Pinus*. (PROC. WASH. ACAD. SCIENC., 1904, t. VI, pp. 1-202.) — FERGUSON, *Included cytoplasm in fertilization*. (BOT. GAZ., 1913, t. LVI, pp. 501-502.) — FERGUSON, *The development of the pollen tube and the division of the generative nucleus in certain species of Pinus*. (ANN. BOT., t. XV, pp. 193-223.)

(2) WOYCIKI, *Sur la fécondation chez les Conifères*, pp. 1-57 (russe).

(3) HUTCHINSON, A.-H., *Fertilization in Abies balsamea*, 1915. (BOT. GAZ., t. LX, pp. 457-472.)

(4) HERTWIG, O., *Beiträge zur Kenntnis der Bildung, Befruchtung, und Theilung des tierischen Eies*. (MORPH. JAHRB., 1875, t. I.)

(5) CONKLIN, *The individuality of the germ-nuclei during the cleavage of Crepidula*. (BIOL. BULL., 1901, t. II, pp. 257-265.)

(6) SMITH, B. G., *The individuality of the Germ. nuclei during the cleavage of the egg of Cryptobranchus Alleghaniensis*. (BIOL. BULL., 1919, t. XXXVII, pp. 246-287.)

(7) VOM RATH, *Ueber die Bedeutung der amitotischen Kerntheilung im Hoden*. (ZOOLOG. ANZ., 1891, t. XIV, pp. 331, 342, 355.)

résultats confirment les précisant les observations de Pfeffer⁽¹⁾ et Nathansohn⁽²⁾ et infirment les conclusions de Schürhoff⁽³⁾ et Sakamura⁽⁴⁾ qui établissent qu'un noyau qui a subi l'amitose vraie est incapable de se diviser mitotiquement.

h) Contrairement à ce qu'a écrit Child⁽⁵⁾ nos observations montrent que l'hypothèse de l'individualité des chromosomes n'est pas rendue improbable par le fait que des amitoses peuvent être suivies de mitoses.

(1) PFEFFER, W., *Bericht über amitotische Kernteilung*. (BER. D. MATH.-PHYS. KL. D. KGL. SÄCHS. GES. WISS., 1899.)

(2) NATHANSOHN, A., *Physiologische Untersuchungen über amitotische Kernteilung*. (JAHRB. WISS. BOT., 1900, t. XXXV, pp. 48-78.)

(3) SCHÜRHOFF, P. N., *Das Verhalten des Kerns in den Knöllchenzellen von Podocarpus*. (BER. DEU. BOT. GES., 1919, t. XXXVII, pp. 373-379.)

(4) SAKAMURA, T., *Experimentelle Studien über die Zell- und Kernteilung mit besonderer Rücksicht auf Form, Grösse und Zahl der Chromosomen*. (JOUR. COLL. SCIENC. IMP. UNIV. TOKYO, 1920, t. XXXIX, pp. 1-224.)

(5) CHILD, C.-M., *Amitosis as a factor in normal and regulatory Growth*. (ANAT. ANZ., 1907a, t. XXX, p. 271-297.) — CHILD, C. M., *Studies on the relation between amitosis and mitosis*. (BIOL. BULL., t. XII, 1907 b, pp. 138-160 et pp. 165-184.) — CHILD, C. M., *The method of division in Monezia*. (BIOL. BULL., 1911, t. XXI, pp. 280-296.)

EXPLICATION DES FIGURES.

Toutes les figures ont été dessinées au niveau de la platine du microscope à la chambre claire d'Abbe. Nous nous sommes servi de l'objectif 2 millimètres de Leitz et de l'oculaire périplan 15 ×.

FIG. 1. — Deux noyaux issus de division directe.

FIG. 2. — Deux noyaux issus de division directe en prophase.

FIG. 3. — Stade de prophase plus avancé.

FIG. 4. — Les membranes des deux noyaux ne sont plus représentées. Les chromosomes sont complètement différenciés.

FIG. 5 et 6. — Représentent deux dessins d'une même figure dans deux coupes

FIG. 7. — La division est achevée.

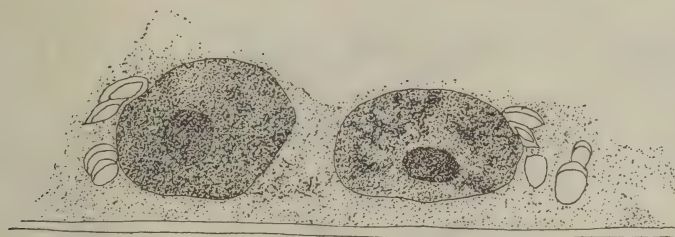


FIG. 1.

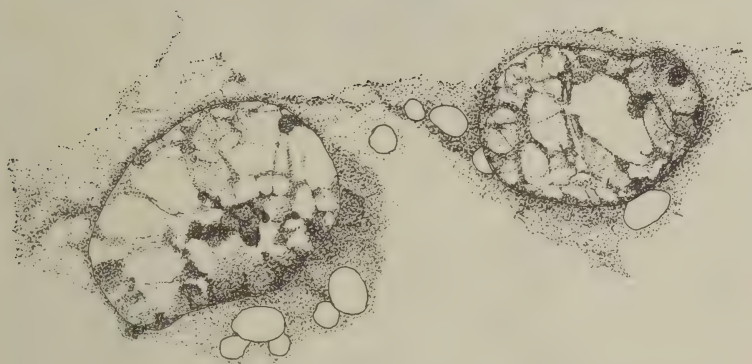


FIG. 2.

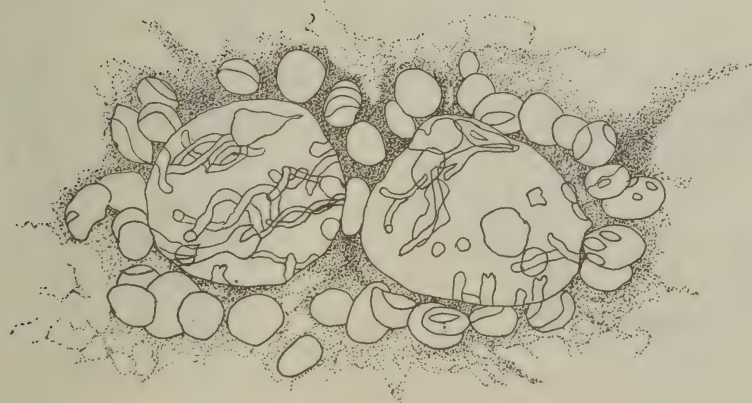


FIG. 3.

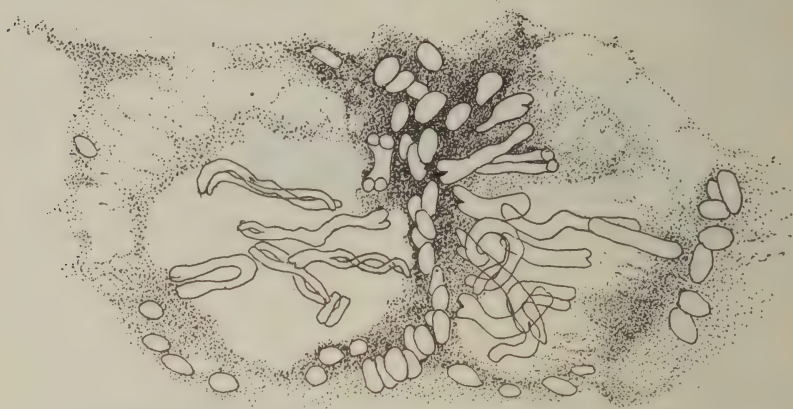


FIG. 4.

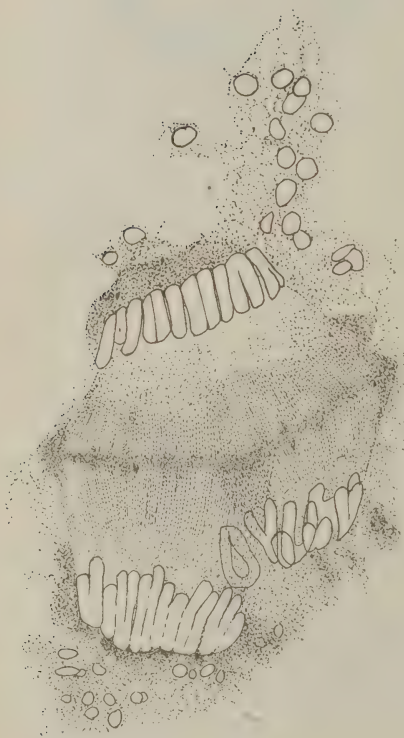


FIG. 5.



FIG. 6.



FIG. 7.

**La Figure achromatique et la Formation
de la membrane dans les tissus cicatriciels de la tige
de *TRADESCANTIA VIRGINICA*,**

par A. CONARD,

Associé C. R. B. de l'Université libre de Bruxelles (1).

Comme nous avons déjà eu l'occasion de le dire dans une note précédente, les cellules du parenchyme de la tige de *Tradescantia virginica* présentent des noyaux diversement lobés. Nous avons blessé ces tiges, et les cellules sont entrées en division. Nous nous proposons d'étudier ici la figure achromatique de ces mitoses.

1. Dans la cellule qui va se diviser on ne constate aucune orientation du cytoplasme.

2. Le noyau bi- ou multilobé augmente considérablement de volume sans modifier sa forme primitive et il entre en prophase, les inclusions cytoplasmiques sont éparses (fig. 1).

3. Dans l'aire nucléaire bi- ou multilobée les chromosomes se sont différenciés et les moitiés filles sont souvent enroulées l'une autour de l'autre. Aucun phénomène achromatique n'est décelable.

4. La membrane nucléaire cesse d'être visible. Une substance dense apparaît : tout d'abord dans la zone périphérique (fig. 2); puis dans toute l'ancienne aire nucléaire. Les chromosomes y baignent (fig. 3). Nous allons suivre les mouvements de cette substance dense pendant les différentes phases de la cinèse.

5. Elle émigre bientôt des régions équatoriales dans deux directions opposées et va constituer des calottes polaires denses. Des trainées (fig. 3) se voient fréquemment allant d'un pôle

(1) Présenté par M. Lameere.

à l'autre : étroites dans la région équatoriale, s'élargissant en pénétrant dans les masses polaires.

6. La masse chromosomiale orientée tout d'abord parallèlement à l'axe polaire (fig. 2 et 3), se contracte en un grumeau équatorial (fig. 4). Des trainées de la substance dense partent des protubérances chromatiques (extrémités ou anses de chromosomes émergeantes) vers les pôles (fig. 4).

7. La contraction cesse, les paires de chromosomes se séparent les unes des autres (fig. 5), quelques chromosomes présentent des trainées méridiennes. Les masses polaires denses prennent la forme de cônes aigus (fig. 5).

8. Les paires de chromosomes se libèrent davantage et se disposent en une plaque équatoriale, des trainées en partent et se rendent vers les masses polaires (fig. 6).

9. Les chromosomes fils se séparent et se dirigent dans la direction des trainées qui les rattachent toujours à l'une des masses polaires (fig. 7).

10. Les chromosomes sont arrivés aux pôles. Les masses polaires ont cessé d'être aiguës, elles se sont affaissées (fig. 8). Des trainées de la substance dense passent d'un pôle à l'autre, elles sont étroites près des pôles et s'élargissent dans la région équatoriale (fig. 8). Des extrémités des chromosomes de l'un des pôles se détachent d'autres trainées qui se rendent aux extrémités des chromosomes du pôle opposé. Elles sont aussi légèrement plus épaisses dans la région équatoriale (fig. 8).

11. Le tassement polaire se produit. La substance dense a émigré des pôles vers la région équatoriale (fig. 9) où elle s'accumule en une masse discoïdale, des trainées partent toujours des extrémités libres des chromosomes et se dirigent vers l'équateur (fig. 9).

12. La nouvelle membrane apparaît comme une plaque plus dense et plus osmiophile dans le plan équatorial de la masse discoïdale (fig. 10).

13. La substance dense émigre des régions centrales vers les

régions périphériques : le disque dense s'affaissant dans la région centrale et se renflant en bourrelet dans les régions périphériques (fig. 11).

14. Ce bourrelet, dans lequel la plaque cellulaire continue à se former, s'écarte progressivement du centre de la figure initiale ⁽¹⁾, comme l'indique le schéma I (le schéma I représente les phénomènes en vue polaire, le schéma II en vue latérale). Dès qu'il entre en contact avec la membrane de la cellule mère, il y attache la plaque cellulaire et disparaît de cet endroit.

Les cellules sont très grandes ($\pm 400 \mu \times 75 \mu \times 75 \mu$); les divisions y sont transversales, longitudinales ou obliques (schéma III).

Quand la division est transversale, le bourrelet atteint rapidement les membranes verticales (sch. III, 1). Quand la division est longitudinale, le bourrelet se comporte comme l'indiquent les schémas I et II.

La division oblique donne des figures intermédiaires.

15. La substance dense est donc accumulée dans le ou les bourrelets qui se déplacent en direction centrifuge jusqu'à ce qu'ils aient atteint de toutes parts la membrane de la cellule mère (fig. 12 et 13).

16. Pendant que les bourrelets progressent, le cytoplasme s'étale sur une surface de plus en plus grande et le noyau et la plaque cellulaire n'en sont plus tapissés que par une couche très mince (fig. 12).

17. La plaque cellulaire étant complètement formée, la substance dense des bourrelets revient vers les noyaux et les entoure complètement. A partir de ce moment, la substance dense n'est plus discernable du cytoplasme.

(1) BAILEY, I. W., *Phenomena of cell division in the cambium of arborescent gymnosperms and their cytological significance*. (PROC. NAT. ACAD. SCIENC., 1919, t. V, p. 228-285. — CONARD, A., *Sur un nouveau mode de formation de la membrane dans les tissus cicatriciels*. (BULL. ACAD. ROY. DE BELGIQUE, 1922.)

18. Les noyaux entourés de cytoplasme émigrent vers l'intérieur des cellules filles; ils y sont suspendus par des tractus cytoplasmiques (fig. 14).

INTERPRÉTATION. — Au moment où la membrane nucléaire disparaît les échanges nucléoplasmiques sont modifiés, et à l'intérieur de l'ancienne aire nucléaire apparaît une substance dense, homogène, dans laquelle baignent les chromosomes. Les mouvements que cette substance effectue sont les suivants :

1. Dès la fin de la prophase des courants se produisent de l'équateur vers deux régions polaires qui se trouvent dans le plan du plus grand axe du noyau. Ces courants amènent la formation de deux calottes polaires denses (Schéma IV, *a*).

Les chromosomes qui se sont contractés ont retenu dans leur masse une partie de la substance qui continue à s'écouler vers les pôles en glissant le long des chromosomes. Ces courants sont fort probablement intermittants et peuvent continuer à se produire jusqu'à ce que les chromosomes soient arrivés aux pôles.

A partir de ce moment, la fin de l'anaphase, les courants changent de sens; ils sont dirigés maintenant vers l'équateur. Ils peuvent glisser le long des chromosomes et la substance dense s'accumule dans le plan équatorial en une masse discoïdale (Schéma IV, *b*).

La plaque cellulaire prend naissance dans l'aire délimitée par la substance dense. Puis se produisent des courants centrifuges qui amènent la substance dense à prendre la forme d'un bourrelet circulaire (Schéma IV, *c*). Les courants centrifuges continuent à se produire comme l'indique le schéma V. Ainsi, les courants défont constamment le bourrelet, dans les portions où la membrane est formée et en transportent la substance en avant de la région du bourrelet où la plaque cellulaire est en voie de formation. Quand la nouvelle membrane est formée, la substance dense est répartie à la périphérie de la cellule. Des courants centripètes la ramènent cette fois autour des noyaux fils, où elle se confond bientôt avec le cytoplasme (Schéma IV, *d*).



FIG. 1.

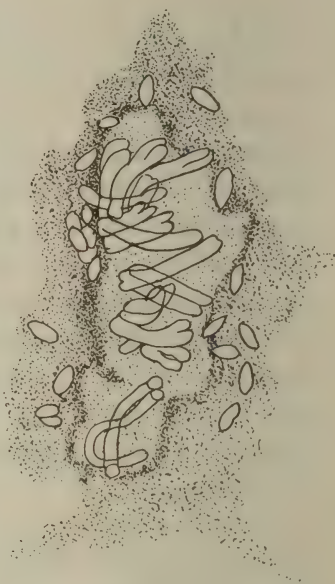


FIG. 2.



FIG. 3.



FIG. 4.



FIG. 5.



FIG. 6.



FIG. 7.



FIG. 8.

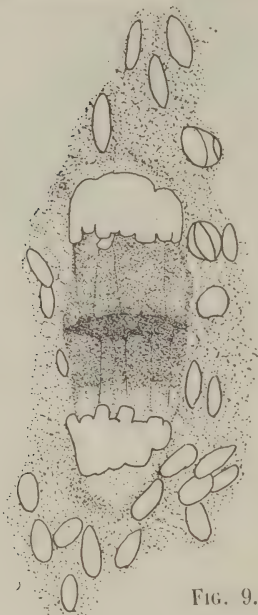


FIG. 9.

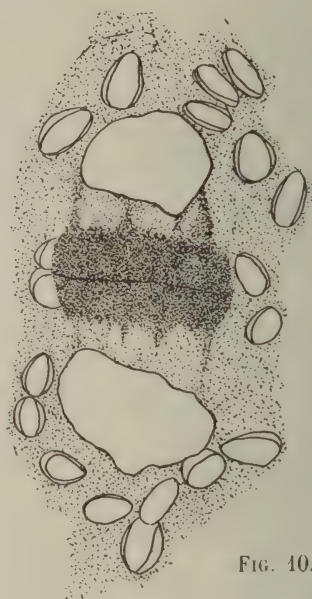


FIG. 10.

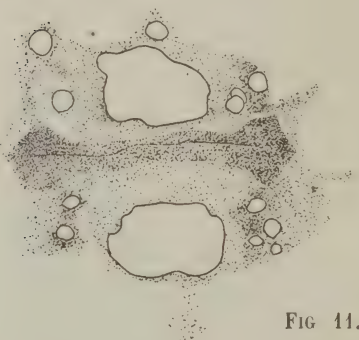


FIG. 11.

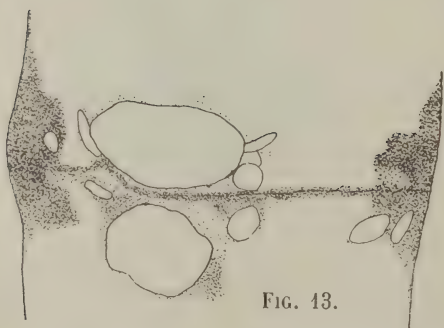


FIG. 13.



FIG. 14.

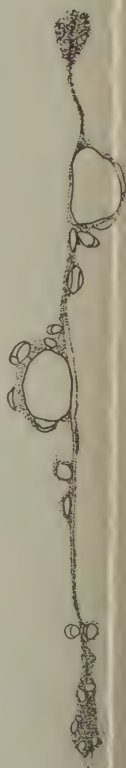


FIG. 12.

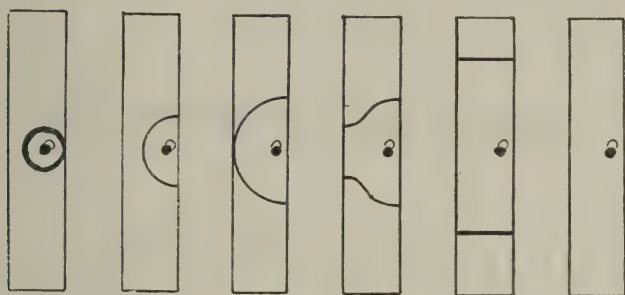


Schéma I.

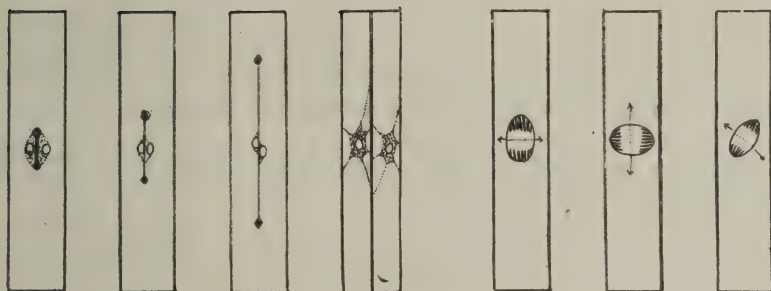


Schéma II.

Schéma III.

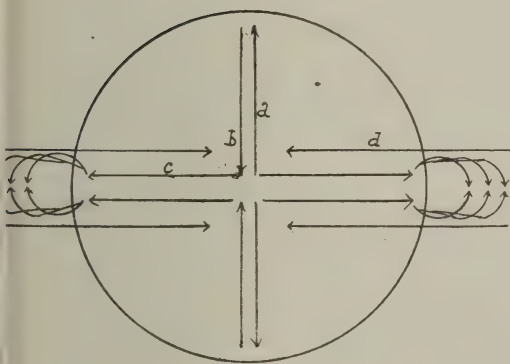


Schéma IV.

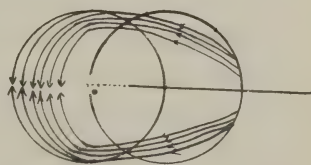


Schéma V.

Séance du mardi 15 décembre 1925.

M. Fr. Swarts, *directeur de la Classe*.

Sont présents : M. A. Rutot, *vice-directeur* ; A. Gilkinet, J. Deruyts, Léon Fredericq, A. Gravis, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max Lohest, A. Demoulin, comte A. de Hemptinne, V. Willem, P. Stroobant. Ch. Julin, É. Marchal, L. Crismer, Edm. van Aubel, *membres* ; Th. De Donder, P. Fourmarier, O. Dony, *correspondants* ; G.-A. Boulenger, G. Chavanne, *associés*, et le *Secrétaire perpétuel*.

Absences motivées : MM. Lagrange, Lecointe, Cornet et Bordet, *membres*.

CORRESPONDANCE.

Une lettre du Palais fait connaître que S. M. le Roi regrette de ne pouvoir assister à la séance publique de la Classe.

HOMMAGES D'OUVRAGES.

L'Œuvre de la Confédération internationale des travailleurs intellectuels. Le Congrès de 1925. Offert par S. E. l'Ambassadeur de France.

Organisation et position systématique du genre Ringicula, par Paul Pelseneer.

Le Gedinnien entre Gedinne et Paliseul, et quatre autres brochures, par P. Fourmarier.

La Lumière et les Radiations invisibles, par A. Boutaric.

— Remerciements.

COMITÉ SECRET. — ÉLECTIONS.

Sont élus :

1° Dans la Section des Sciences mathématiques et physiques : *associé*, en remplacement d'A. Haller, décédé, M. P. SABATIER (Toulouse);

2° Dans la Section des Sciences naturelles : *correspondant*, en remplacement d'O. van der Stricht, décédé, M. M. DE SÉLYS LONGCHAMPS; *associé*, en remplacement de B. Grassi, décédé, M. E.-L. BOUVIER (Paris).

CONCOURS ANNUEL DE 1925.

PREMIÈRE QUESTION. — *On demande une contribution importante à la géométrie infinitésimale.* — Un mémoire a été reçu en réponse à cette question; la Classe, se ralliant à la proposition des rapporteurs, attribue le prix à son auteur, M. W.-C. Graustein, et décide l'impression de ce travail dans les *Mémoires* in-8°, sous réserve de satisfaction donnée aux observations des rapporteurs (le rapport de ces derniers paraîtra dans le *Bulletin* de janvier 1926).

SEPTIÈME QUESTION. — *Apporter une contribution nouvelle à nos connaissances concernant les conditions de formation des couches calcaires des terrains belges.* — Deux mémoires ont été reçus en réponse à cette question. La Classe, après avoir pris connaissance des rapports des commissaires chargés d'examiner ces deux réponses, attribue le prix à M. Kaisin, auteur du mémoire portant la devise : *Suave est ex magno tollere acervo*, et décide l'impression de son travail dans les *Mémoires* in-4°; elle accorde une mention très honorable à M. P. Gilard, auteur du mémoire portant la devise : *Fuis la honte et l'horreur de vieillir les mains vides*, et vote également l'impression de son travail dans les *Mémoires* in-4°.

Rapport de M. J. Cornet, premier commissaire.

Dans la nature actuelle, la substance de la plupart des calcaires qui se forment dans la mer est fournie par les coquilles, les carapaces et les supports pierreux d'animaux innombrables et de quelques végétaux du groupe des Algues.

Mais il est bien établi aujourd'hui que du carbonate de chaux se dépose dans la mer sous une autre forme que celle de débris d'organismes.

Ce dépôt peut résulter de certaines réactions chimiques.

Du calcaire se produit et se précipite par l'action du sulfate ou du chlorure de calcium sur le carbonate ammonique résultant de la putréfaction des matières organiques azotées, ou sur les carbonates alcalins amenés par les fleuves.

D'autre part, sur le fond de certaines mers fermées, dépourvues des lents courants profonds qui règnent dans les océans, les matières organiques s'oxydent en réduisant les sulfates, et l'acide carbonique, agissant sur le sulfure de calcium, engendre du carbonate de chaux et de l'hydrogène sulfuré. C'est ce qui se passe sur le fond de la mer Noire, où le sédiment est formé presque entièrement de calcaire ainsi précipité et dégageant une forte odeur d'acide sulfhydrique.

Mais la précipitation de calcaire dans l'eau de mer peut être due simplement à ce que, dans des conditions locales et non continues, la teneur de l'eau de mer en carbonate calcique dépasse le point de saturation. Cette précipitation directe a été observée par Johnston et Williamson dans les eaux peu profondes qui entourent les îles Bahamas et les Keys de Floride. Les Bahamas sont presque entièrement constituées par un calcaire oolithique qui paraît formé par précipitation chimique, de même que les oolithes qui accompagnent beaucoup de récifs coralliens.

L'intervention des bactéries dans la précipitation du calcaire, soupçonnée depuis longtemps, a été démontrée en 1914 par Harold Drew. Dans les récifs coralliens des Bahamas et des Keys de Floride, des bactéries dénitrifiantes deviennent productrices de calcaire. Elles transforment les nitrates en nitrites et ceux-ci en ammoniacque, qui s'unit à l'acide carbonique. Ensuite, le carbonate ammonique réagit sur le sulfate calcique et donne du carbonate de chaux. L'ammoniacque peut aussi amener le dépôt de carbonate calcique en agissant sur le bicarbonate. En outre, des bactéries décomposent les sels organiques calciques; la chaux s'unit à l'acide carbonique et du calcaire se précipite. Plus récemment, Smith et Kellermann ont constaté que plusieurs autres groupes de microbes, et notamment des vibrions, produisent les mêmes effets et sont plus actifs que les bactéries dénitrifiantes.

Ajoutons qu'il est probable que la réduction du sulfate de chaux qui se fait sur le fond de la mer Noire et qui aboutit à la précipitation de calcaire est également une action bactérienne.

*
* *

Les roches appelées *calcaires* sont répandues dans toutes les formations géologiques stratifiées. Et, chose remarquable, les parties les plus anciennes de l'écorce terrestre qui nous soient accessibles sont constituées, non par des masses granitiques, comme on l'a cru autrefois, mais par des formations d'origine sédimentaire où les calcaires jouent un rôle parfois prédominant. Au nord du lac Ontario et à l'est du lac Huron, les assises les plus anciennes de l'Archéen sont représentées par la *Grenville Series*, puissante de 28,000 mètres et consistant en grande partie en calcaires et en dolomies.

La recherche de l'origine des calcaires des époques anciennes et du processus de leur formation est une tâche d'un haut intérêt. Elle a occupé beaucoup de géologues, de biologistes, de minéralogistes, de chimistes et d'océanographes, car le sujet

présente de multiples faces. Les résultats acquis sont déjà fort importants; mais plusieurs problèmes restent à résoudre.

Il est bien démontré que la plus grande masse des calcaires anciens sont, comme ceux qui se forment dans les mers actuelles, constitués par l'accumulation de débris de squelettes d'animaux très divers ou par la croissance sur place de coraux, d'hydroïdes, de bryozoaires, d'algues marines.

Cependant, certaines roches, telles que les marbres noirs, les calcaires lithographiques, les calcaires oolithiques, la craie, présentent des caractères de texture qui ne permettent pas d'y voir exclusivement des accumulations de débris d'organismes. Et l'on peut se demander si une partie au moins de ces roches ne provient pas d'une précipitation chimique de carbonate de chaux ou si des microorganismes du groupe des bactéries n'ont pas joué un rôle dans leur genèse.

*
* * *

Le sol de notre pays est particulièrement riche en roches calcaires. Dans le Cambrien, dans le Silurien et dans le Dévonien inférieur, elles ne sont que pauvrement représentées; mais, dans le Dévonien moyen et supérieur, dans le Dinantien, elles jouent un rôle de premier ordre et elles y constituent à peu près exclusivement d'épaisses successions d'assises. Les étages calcaires givétien, frasnien, tournaisien, viséen, de l'échelle stratigraphique universelle, ont emprunté leurs noms à la géologie belge. Peu abondants dans le terrain houiller, les calcaires reparaissent dans le Mésozoïque, et ils forment la plus grande épaisseur de notre système crétacique, où les craies et les tuffeaux atteignent, dans le Hainaut, une puissance totale de près de cinq cents mètres.

Depuis l'époque d'André Dumont, tous ces terrains ont fait l'objet d'études très actives, dont les résultats sont exposés dans une littérature des plus copieuse. Mais ces travaux portent presque exclusivement sur les questions stratigraphiques et

paléontologiques, et ce n'est qu'accessoirement qu'on y aborde les problèmes de la texture et de la genèse des calcaires. Ces questions, en tout cas, à part quelques points spéciaux, n'ont été traitées jusqu'ici que d'une façon assez superficielle et générale.

La Classe des Sciences de l'Académie a jugé opportun de provoquer des recherches nouvelles sur la genèse de nos calcaires et elle a mis au concours la question suivante : *Apporter une contribution nouvelle à nos connaissances concernant les conditions de formation des couches calcaires des terrains belges.*

Il est à peine nécessaire de faire remarquer que les *conditions de formation* des calcaires doivent nous être enseignées par l'étude de la structure et de la texture, de la composition et du gisement de ces roches, sans préjudice des comparaisons avec les phénomènes actuels.

L'expression *contribution nouvelle à nos connaissances* fait entendre que les concurrents, supposés bien au courant des faits acquis sur le sujet, à l'étranger aussi bien qu'en Belgique, auront à nous rendre compte d'études personnelles fournissant des faits nouveaux et faisant naître des idées nouvelles.

Deux mémoires nous ont été présentés.

*
* *

Le premier mémoire porte la devise : *Suave est ex magno tollere acervo* et il a pour titre : *Contribution à l'étude de la constitution et de la formation des roches calcaires de la Belgique.*

Ce travail est de grande amplitude. Il s'occupe de l'ensemble de nos roches calcaires. L'auteur apporte des faits nouveaux et des idées originales sur un grand nombre de points ; mais ses recherches personnelles ont surtout porté sur les calcaires du Paléozoïque supérieur et tout spécialement sur ceux du système carbonifère.

La première partie de ce substantiel mémoire est une revue

générale, une description succincte de nos calcaires, depuis le calcaire noir à *Primitia* du Revinien du Brabant jusqu'à la pierre de Baeleghem et aux tufs du Hoyoux. Dès ses premières pages, l'auteur apparaît comme un géologue en pleine possession du sujet, tant sous le rapport de l'érudition que sous celui de l'expérience personnelle et des connaissances générales.

La deuxième partie nous expose les caractères généraux des calcaires de Belgique. Elle traite de la masse fondamentale ou ciment; des fragments d'organismes, qui jouent un rôle si important; des éléments détritiques calcaires (organismes pulvérisés et débris de calcaires plus anciens); des éléments directement précipités et des éléments détritiques terrigènes (sable, argile), dont l'abondance nous mène aux roches détritiques plus ou moins calcarifères.

Un chapitre spécial de cette deuxième partie est consacré aux transformations diagénétiques qu'ont subies les calcaires après leur dépôt, c'est-à-dire à la recristallisation des éléments carbonatés, à la dolomitisation, à la silicification. L'auteur croit même devoir parler ici de la *décalcification* des roches calcaires, phénomène de la zone d'altération qui concerne la destruction de ces roches et non leur formation.

Dans la troisième partie, l'auteur nous décrit les principaux types de calcaires, qu'il classe en calcaires proprement dits détritiques, comprenant notamment les brèches; calcaires détritiques impurs (argileux, arénifères, silicifères); calcaires organogènes *construits*; calcaires organogènes *non construits*; calcaires sapropéliens (marbres noirs, etc.) et calcaires *grumeleux*, dans la texture desquels l'auteur voit la preuve de l'intervention des bactéries. L'exposé se termine par l'examen des dolomies, des calcaires dolomitiques, des calcaires oolithiques, des tufs, stalagmites et concrétions diverses.

Un rapport tel que celui-ci ne doit pas être nécessairement une analyse détaillée des mémoires présentés au concours. En la présente occurrence, une telle analyse nous entraînerait fort

loin. Nous ne pouvons rendre compte des exposés, soignés et clairs, que fait l'auteur à propos d'une longue série de cas concrets et en se référant d'ailleurs à plus de soixante-dix admirables photographies de tranches minces, groupées, avec des photographies d'échantillons ou d'affleurements, en un album de trente-sept planches.

Ces exposés de multiples cas particuliers convergent vers des conclusions, d'ordre *lithologique*, puis d'ordre lithogénétique et géologique, que l'auteur résume dans sa quatrième partie.

Je me bornerai à condenser en quelques lignes les plus générales de ces dernières conclusions, celles qui concernent directement les *conditions de formation* des roches calcaires, suivant les termes de la question posée.

La sédimentation calcaire est la conséquence d'un foisonnement des organismes, correspondant à un ralentissement ou à une suspension de l'apport des matériaux terrigènes et à l'installation des conditions biologiques nécessaires.

La nature des calcaires dépend de la profondeur, de la température, de la pureté des eaux, du mode et du degré d'agitation, de la nature du fond. Suivant les variations de ces conditions, se sont formées toutes les espèces de roches calcaires, depuis les récifs de coraux, d'hydroïdes et de bryozoaires, favorisés par les eaux aérées et agitées, jusqu'aux calcaires sapropéliens, déposés sur des fonds abrités de l'action des courants.

Aucun de nos calcaires, quel qu'en soit l'âge, ne peut être considéré comme bathyal. Il en est, comme ces calcaires sapropélitiques, qui peuvent s'être déposés dans la zone profonde de la région néritique; mais la plupart des autres présentent une composition biologique et des caractères de texture qui portent à comparer leur profondeur de formation à celle de la région néritique actuelle.

L'arrêt de la sédimentation terrigène a parfois été complet. A d'autres époques, elle a été seulement plus ou moins ralentie,

de façon à engendrer des sédiments qui varient depuis les calcaires presque purs jusqu'aux roches argileuses ou arénacées plus ou moins calcareuses ou simplement calcarifères.

La cause ultime de ces variations doit être cherchée dans les mouvements de l'écorce terrestre, entraînant le déplacement des côtes, les changements de profondeur, la modification des courants côtiers et faisant augmenter ou diminuer l'apport des matériaux terrigènes.

Je pense que cette façon d'interpréter les choses fait comprendre que le Dinantien présente ordinairement le facies *Calcaire carbonifère*, mais parfois le facies *Culm*, et que nos terrains houillers, westphalien et stéphanien, sont remplacés en Russie par le Moscovien et l'Ouralien, où dominent les calcaires. Ces faits ne s'expliquent pas dans les théories qui font dépendre l'abondante accumulation de calcaire d'une plus forte proportion d'anhydride carbonique dans l'atmosphère.

Le travail dont nous terminons l'examen est suivi d'une liste bibliographique très complète et fort exactement dressée, à laquelle les renvois sont faits très soigneusement dans le texte.

*
* * *

Le mémoire *Suave est...* est un travail de maître. Ce n'est pas un exposé d'études faites avec hâte dans le but unique de répondre à la question posée par l'Académie. Il me paraît être le résumé des résultats de longues études, conduites d'après les bonnes méthodes et basées sur des connaissances solides et étendues.

Les *contributions nouvelles* qu'il apporte, selon les termes de la question, à nos connaissances sur la formation des calcaires de notre pays sont nombreuses, bien établies et exposées avec un talent qui fait de la lecture de ce mémoire une tâche aussi agréable qu'instructive.

Je propose à la Classe des Sciences de décerner à l'auteur du mémoire *Suave est ex magno tollere acervo* le prix attribué à

la septième question. Je propose aussi la publication de ce mémoire dans notre recueil in-4°.

* * *

L'auteur du premier mémoire a exposé en détail la structure et la genèse des calcaires primaires et s'est occupé aussi de ceux du Mésozoïque inférieur. Il a laissé de côté la question des *craies*, sur laquelle, nous dit-il, les travaux de M. L. Cayeux ont jeté une vive lumière qui nous fait connaître suffisamment les caractères et l'origine de ces roches.

Le second mémoire porte la devise : *Fuis la honte et l'horreur de vieillir les mains vides*. Il est consacré exclusivement à la *craie* et à sa variété appelée *tuffeau*, que l'auteur étudie dans une région limitée du pays.

Ce travail débute par un historique du *problème de la craie* et en particulier de celui de la nature du *ciment* de cette roche. Cet exposé manque de perfection et il est incomplet. Les travaux de William Hill ne sont pas mentionnés et, d'autre part, de nombreux auteurs y sont cités sans référence précise ou même sans aucune référence.

Puis vient un aperçu rapide de la stratigraphie du Crétacé belge, qui sert d'introduction à celle de la région étudiée. Les études de l'auteur ont porté sur des roches de l'assise de Nouvelles, de l'assise de Spiennes et de celle de Maestricht, dont les couches, inclinées au Nord affleurent dans la vallée de la Meuse, entre Haccourt et Maestricht.

Les échantillons décrits ont été récoltés, à des niveaux repérés sur des croquis stratigraphiques locaux, dans les carrières de craie à ciment ouvertes au nord de Haccourt (Craies de Nouvelles et de Spiennes), dans les affleurements voisins de Lanaye (Craie de Spiennes et Tuffeau de Maestricht) et dans les carrières de Canne (Tuffeau de Maestricht). L'auteur expose les résultats détaillés de l'examen de ces échantillons, au nombre de cinquante.

Il nous en donne tout d'abord la composition chimique. C'est ici la partie la plus laborieuse de son œuvre. Pour chaque échantillon les tableaux nous indiquent ce qu'on appelle la *perte au feu*, puis la teneur en silice, en alumine et oxyde de fer, en chaux, magnésie et anhydride phosphorique. Ensuite, transformant ces résultats, l'auteur établit la proportion de carbonate calcaïque, carbonate magnésien, phosphate tricalcaïque, silice, alumine et oxyde ferrique existant dans chaque craie, en notant aussi la somme de l'humidité et des matières organiques.

Pour presque tous les échantillons examinés, l'auteur a pris la peine, en outre, de doser par des opérations spéciales l'argile et le résidu quartzeux, éléments éminemment terrigènes. La variation de ces deux éléments dans le sens vertical est indiquée par des courbes tracées sur les croquis qui donnent les coupes des carrières et des affleurements.

Les parties insolubles, renfermant aussi de la glauconie et quelques minéraux lourds, ont été examinées au microscope.

La craie et le tuffeau ont d'ailleurs été étudiés au microscope, à l'état de lames minces ou sous forme de menus fragments obtenus par désagrégation et isolés par lavage. L'auteur a examiné ainsi successivement la craie de Nouvelles, le *banc dur* qui en constitue le sommet, la craie de Spiennes et le tuffeau maestrichtien. Il en décrit — très succinctement — les minéraux insolubles, les débris d'organismes (bryozoaires, spongiaires, foraminifères) et le ciment.

Cette partie *lithologique* du travail le cède beaucoup en intérêt à la partie chimique. Les aperçus que donne l'auteur ne sont comparables, sous aucun rapport, aux méticuleuses et savantes descriptions qu'a publiées M. L. Cayeux pour les craies du bassin de Paris, ni même aux études de M. William Hill sur les craies du Sud de l'Angleterre.

Le mémoire qui nous est soumis, quoique traitant d'assises de notre pays qui n'ont pas été étudiées à ces points de vue,

n'apporte aucune contribution vraiment nouvelle à la connaissance objective du calcaire appelé craie.

Quant au mode de formation de la craie du Limbourg, l'auteur arrive à des conclusions semblables à celles que M. L. Cayeux a tirées de l'étude d'autres matériaux : la craie du Limbourg est un sédiment *benthogène*, déposé dans des mers peu profondes, mais non dans le voisinage des rivages.

En combinant les résultats des dosages des matières insolubles terrigènes dans les craies et les tuffeaux, l'auteur construit un intéressant diagramme qui montre que la teneur en argile envisagée de bas en haut, à partir du Hervien, diminue jusqu'au niveau le plus élevé de la craie de Nouvelles, augmente ensuite jusqu'à la partie supérieure de la craie de Spiennes, pour diminuer dans le Maestrichtien, jusqu'à arriver à une valeur très faible.

L'auteur conclut que cette courbe « permet de reconstituer pour ainsi dire point par point les conditions de sédimentation dans le nord-est de notre pays, lors de la période crétacée ». Et il met les inflexions de la courbe en rapport avec des mouvements de transgression et de régression de la mer sénonienne.

Il est certain que la variation de la proportion d'éléments terrigènes dans une succession d'assises crayeuses est une donnée intéressante et même fort importante. Mais l'établissement des *conditions de formation* de ces assises, suivant les termes de la septième question, est un problème autrement complexe.

Le travail se termine par une dissertation sur l'origine et le mode de formation des silex, avec quelques observations et vues personnelles qui, à mon avis, n'apportent aucune contribution notable à ces questions.

La lecture du mémoire nous montre, en maints endroits, que l'auteur est peu versé dans la géologie stratigraphique. Il nous paraît aussi peu familier avec la science des fossiles. Son inexpérience en Paléontologie va jusqu'à l'ignorance des noms de

fossiles crétaciques très communs, et même de l'orthographe de certains de ces noms. Il donne à des embranchements ou à des classes le nom de familles, et il range parmi les *requins* le grand mosasaure de Maestricht.

Par contre, l'auteur nous paraît être fort au courant des méthodes d'analyse des craies et il nous fournit des données intéressantes sur la composition chimique des craies du Limbourg et sur la variation stratigraphique du résidu insoluble de ces roches calcaires.

En somme, ce mémoire, quoique ne pouvant pas être mis sur le même rang que le précédent, n'est pas dépourvu de mérite et renferme des pages intéressantes.

Je propose à la Classe des Sciences, en vertu de l'article 38 de notre Règlement général, d'accorder une *mention honorable* à l'auteur du mémoire portant la devise : *Fuis la honte et l'horreur de vieillir les mains vides*.

Rapport de M. P. Fourmarier, deuxième commissaire.

Dans une introduction très complète à son rapport, le premier commissaire M. Cornet a posé de façon claire et précise le problème de la formation des calcaires; bien des points sont déjà acquis, mais il reste plusieurs questions dont la solution nécessite de nombreuses recherches : intervention des phénomènes chimiques, action des microorganismes, formation des concrétions calcaires, dolomitisation, origine de certains joints naturels des calcaires, etc.

Les deux travaux adressés à la Classe des Sciences de l'Académie en réponse à la question de concours : *Apporter une contribution nouvelle à nos connaissances concernant les conditions de formation des couches calcaires des terrains belges*, ont été résumés avec le plus grand soin par mon savant confrère. Je me bornerai à rechercher s'ils répondent comme il convient à la question posée et s'ils apportent à la solution du

problème de la formation des calcaires belges une contribution *suffisamment importante, personnelle et inédite*; en d'autres termes s'ils fournissent des faits nouveaux et font naître des idées nouvelles de manière à faire avancer de façon décisive la solution du problème.

J'examinerai successivement chacun des mémoires, dans l'ordre suivi par le premier commissaire, et chercherai à établir s'ils répondent aux desiderata ainsi exprimés.

Le premier mémoire a pour devise : *Suave est ex magno tollere acervo*. Dans la première partie, l'auteur passe en revue tous les niveaux de la série stratigraphique belge où des roches calcaires ont été rencontrées, depuis le Cambrien jusqu'à l'époque moderne. Cet exposé méthodique montre que l'auteur du travail a beaucoup étudié la question des calcaires et qu'il a compulsé de nombreuses publications; toutefois, il n'apporte aucun fait nouveau à l'ensemble de nos connaissances sur la répartition des roches calcaires en Belgique.

La deuxième partie du mémoire est consacrée spécialement à l'étude lithologique des calcaires, à l'exception des craies; ciment, organismes, éléments détritiques sont successivement passés en revue; les transformations diagénétiques : recristallisation, décalcification, dolomitisation, silicification, font l'objet d'un chapitre spécial et cette partie est complétée par quelques considérations sur la stratification des calcaires et les joints qui divisent leurs bancs.

La documentation fournie, à la suite de l'examen microscopique de beaucoup de calcaires, est intéressante au point de vue de la formation du ciment et de la recristallisation des calcaires; l'auteur montre notamment, par l'examen de calcaires légèrement colorés par des matières étrangères, que la recristallisation peut avoir conservé la fine structure originelle. Mais, quant à l'origine du phénomène, il s'en tient aux idées antérieures; quant aux éléments constitutifs mêmes des calcaires, il

reste dans les généralités; je retiens seulement cette observation, que dans la plupart des terrains paléozoïques de la Belgique, des éléments détritiques provenant de la trituration de coquilles et de polypiers jouent un rôle très effacé.

D'autre part, je ne relève aucune idée neuve sur les phénomènes de décalcification, de dolomitisation et de silicification; l'auteur affirme que la « grande brèche » présente des phénomènes de silicification qui lui sont propres, mais il ne les décrit pas; il signale aussi que la brèche de Landelies renferme des concrétions siliceuses que l'on a prises pour des galets de quartz.

Le dernier chapitre, traitant de la stratification et des joints, n'apporte pas la moindre idée neuve; l'auteur ne donne aucun argument en faveur de la relation qu'il admet entre les veines blanches et des fentes de retrait; j'estime, pour ma part, que dans la plupart des cas, un examen attentif montre que ces veines sont dues à des efforts tectoniques, aussi bien dans les couches en allure tranquille que dans les zones disloquées.

En somme, je ne trouve pas, dans cette deuxième partie, une contribution originale importante au problème de la formation des calcaires.

La troisième partie du mémoire est consacrée à la description des principaux types de calcaires; elle est intéressante comme mise au point de nos connaissances sur la constitution d'un grand nombre des roches calcaires de la Belgique. C'est là, semble-t-il, que l'on devrait s'attendre à trouver la réponse à la question posée par l'Académie, c'est-à-dire une contribution nouvelle et importante à ce que l'on sait des conditions de formation des roches calcaires.

L'auteur passe en revue les principaux types de calcaires, qu'il répartit, suivant la méthode classique, en calcaires détritiques, calcaires organogènes et calcaires de précipitation chimique; il décrit des calcaires provenant de différents niveaux de la série stratigraphique et appartenant à ces différents types; c'est là

certainement une mise au point fort intéressante. Toutefois, les observations de l'auteur ne me paraissent marquer aucun progrès notable dans l'état de nos connaissances; il confirme, par l'examen microscopique, les idées déjà exprimées sur le mode de formation de ces roches; ses recherches n'ouvrent la voie à aucune idée nouvelle.

Il est cependant, dans la série dinantienne sur laquelle l'auteur a surtout porté ses investigations, plusieurs types de roches dont le mode de formation est encore peu connu ou contesté.

L'auteur le reconnaît, d'ailleurs, et, dans la quatrième partie de son travail, lorsqu'il établit ses conclusions portant sur la lithogenèse et la géologie générale, il élimine tout d'abord une série de variétés de calcaires « sur l'origine desquels aucune contestation n'est possible » et sur lesquels nous possédons des données précises par les publications antérieures.

Parmi les formations calcaires dont l'origine est contestable et sur lesquelles nous pouvions nous attendre, par conséquent, à des recherches inédites qui auraient fait la véritable valeur du travail, l'auteur retient les calcaires oolithiques, les calcaires dolomitiques et les brèches massives.

Or, sur aucun de ces types, je ne trouve la moindre donnée intéressante dans le mémoire soumis à notre examen. Pour les calcaires oolithiques, l'auteur se contente de marquer sa préférence pour une explication déjà donnée par d'autres, mais sans apporter aucun argument de fait; pour ce qui concerne les calcaires dolomitiques, il s'en rapporte aux études des savants qui les ont examinés avant lui; pour les brèches, il renvoie à un autre travail.

Je relève même, à ce propos, des erreurs manifestes; il n'est pas conforme aux faits d'observation de dire que toutes les brèches monogènes sédimentaires ont un ciment de calcite cristallisé; dans la formation des brèches à ciment détritique, il en est qui résultent de la désagrégation sur place d'un même banc et qui sont monogènes; d'autres sont caractérisées par le

mélange d'éléments provenant de bancs différents; elles sont polygènes et l'on en trouve renfermant des galets plus ou moins arrondis, parce que le transport a été suffisant; il y a tous les intermédiaires possibles entre ces deux types.

Le doute quant au mode de formation des brèches ne porte pas seulement sur les brèches à pâte rouge; il y a lieu de faire remarquer que certaines brèches sont constituées d'éléments à réseau serré de veines de calcite, veines qui étaient déjà formées lorsque ces éléments ont été arrachés à la roche en place pour être englobés dans la brèche; c'est là un critérium qui a déjà été signalé à l'attention des chercheurs et dont l'auteur ne semble pas se préoccuper.

Il est à remarquer aussi qu'il y a, dans le Dinantien belge, dont l'auteur s'est spécialement occupé, comme dans les calcaires jurassiques et autres, de différentes régions, une relation, apparente tout au moins, entre les calcaires oolithiques et certains types de brèches; c'est là un fait qui méritait d'être examiné de plus près et qui pouvait donner lieu à des idées originales en précisant l'extension et la répartition de semblables formations.

Le problème des concrétions est moins bien connu que l'auteur du mémoire semble le dire; il y a quantité d'observations à faire et de recherches à entreprendre sur la formation des poupées du limon et des septaria des argiles. L'auteur ne cherche aucune explication de la différence entre les silex de la craie et les cherts du Dinantien; il ne dit rien non plus de la cause du développement des cristaux de quartz dans certains calcaires; il ne parle pas de ces joints si particuliers des calcaires, les stylolithes, dont l'intérêt ne peut échapper à qui veut rechercher le mode de formation de nos calcaires cohérents et qui devraient au moins être cités dans un travail portant essentiellement sur ce type de calcaires.

La fin du mémoire est consacrée à des considérations d'ordre général; suivant les conditions réalisées dans le bassin de sédimentation, il s'est déposé l'un ou l'autre type de roches; aucun

des calcaires de la série stratigraphique belge ne peut être considéré comme bathyal; cette conclusion est intéressante, mais elle n'est que la généralisation d'idées déjà connues par des publications antérieures; on eût pu s'attendre à ce que l'auteur recherchât pourquoi, dans la zone néritique, il a pu se produire, à certaines époques, un développement considérable des formations calcaires. Il termine son travail en faisant observer que les alternances de dépôts calcaires et détritiques, dont le paléozoïque belge donne de si bons exemples, sont la conséquence de mouvements du sol, mais c'est là une opinion défendue depuis longtemps par d'autres géologues belges; elle eût pu être complétée par des recherches paléogéographiques qui auraient, sans doute, permis de comprendre la raison du développement des calcaires à certaines époques de l'histoire géologique de la Belgique, dans des zones peu profondes, voisines même de la surface de l'océan.

En résumé, je ne trouve pas dans le mémoire portant la devise : *Suave est ex magno tollere acervo* un nombre suffisant d'idées originales et de faits nouveaux, pour pouvoir prétendre qu'il répond comme il convient à la question posée par l'Académie.

Je vais examiner, au même point de vue, le second mémoire portant pour devise : *Fuis la honte et l'horreur de vieillir les mains vides*.

L'auteur s'est contenté d'étudier une région très restreinte de la Belgique, non seulement comme étendue de territoire, mais comme série stratigraphique; on pouvait s'attendre à une analyse poussée jusqu'à ses dernières limites, et à des conclusions restreintes mais judicieuses.

Bien préparé, semble-t-il, par une grande expérience de l'analyse chimique, l'auteur y a cherché une voie nouvelle pour étayer des considérations d'ordre géologique; il a procédé, en effet, au dosage méthodique des éléments essentiels d'un grand

nombre d'échantillons de craies et de tuffeaux prélevés dans la coupe de la rive gauche de la Meuse, entre Haccourt et Maestricht, coupe à laquelle il a limité ses recherches.

Si cette partie chimique constitue une contribution nouvelle et personnelle à l'étude géologique des craies, je suis d'accord avec le premier commissaire pour reconnaître que la partie lithologique et paléontologique a été négligée dans le travail.

L'auteur arrive néanmoins à des conclusions intéressantes en ce qui concerne la formation de la craie; le seul résultat auquel il put prétendre, était de confirmer ou d'infirmer, par l'étude d'une région encore peu connue à ce point de vue, les idées de ses prédécesseurs et notamment celles de Lucien Cayeux; il a montré que les conditions de formation de la craie ont été les mêmes dans le Limbourg et dans le Nord de la France. Je regrette cependant qu'il n'ait pas examiné quelques échantillons des craies traversées dans les puits et sondages de la Campine; il n'y a pas de doute que, dans ces conditions, il eût apporté à nos connaissances sur la formation de la craie, dans le Nord-Est de la Belgique, une contribution autrement importante.

Pour ce qui concerne les conclusions générales, l'auteur montre, par le tracé de diagrammes, que la région a été soumise à des mouvements du sol au cours de la sédimentation du Crétacé; il admet que les sédiments envisagés, d'origine benthonique, se sont formés à profondeur relativement faible, mais loin du rivage. Nos connaissances sur le Crétacé de la Belgique sont suffisamment étendues pour permettre de préciser davantage; par le tracé d'une simple coupe, l'auteur aurait pu se convaincre que la faible teneur en éléments terrigènes des craies étudiées ne tient pas à leur sédimentation à *grande distance* du continent, mais qu'elle est due à la surface très restreinte de la zone continentale qui pouvait fournir les éléments terrigènes à la mer sénonienne; il eût pu consulter avec fruit, entre autres, les travaux de H. Forir sur l'extension des mers crétacées en Belgique.

Comparé au mémoire précédent, le travail que je viens d'exa-

miner, a certainement été rédigé par une personne moins expérimentée dans l'étude des problèmes de la géologie; il renferme cependant des données originales sur la question.

Au point de vue illustration et présentation, le travail portant pour devise : *Suave est ex magno tollere acervo*, a l'avantage d'être accompagné d'une série importante de planches fort bien exécutées formant une documentation précieuse sur l'aspect extérieur et la structure intime de beaucoup de roches calcaires de la Belgique; l'autre mémoire est plus sommaire à cet égard.

Si, dans les deux mémoires, j'envisage maintenant la partie bibliographique, je dois reconnaître, avec le premier commissaire, qu'elle est faible et incomplète dans le mémoire portant pour devise : *Fuis la honte et l'horreur de vieillir les mains vides*.

Pour l'autre mémoire, par contre, la bibliographie est beaucoup plus touffue, mais elle consiste en une liste de notes et de mémoires établie sans soin ni choix judicieux; si l'auteur a voulu mettre le lecteur à même de se documenter sur la question des calcaires en général, sa liste est fort incomplète; s'il a voulu le renseigner sur les travaux qui lui paraissaient utiles au point de vue de la formation des roches calcaires de la Belgique, je suis surpris de ne pas y trouver mentionnés des travaux de valeur comme l'étude d'A. Ledoux sur les roches cohérentes du tertiaire belge; d'autre part, que viennent faire, dans cette liste, des notes publiées sur des formations calcaires du Congo belge, notes qui ne renferment aucune indication sur la constitution lithologique ou la genèse de ces formations?

Ce n'est pas sans étonnement que j'y vois figurer deux de mes travaux portant sur les brèches du terrain houiller et qui sont complètement étrangers à la question des calcaires en Belgique; c'est avec un étonnement plus grand encore que je vois l'auteur mentionner dans sa liste un mémoire dont le titre seul figure aux *Annales de la Société géologique de Belgique*,

mais qui n'a jamais été publié, par suite du décès prématuré de son auteur.

Enfin, les renvois bibliographiques n'y sont pas toujours soignés et j'y ai constaté des erreurs manifestes, de même que dans le titre de certains ouvrages.

En conclusion, j'estime qu'aucun des deux mémoires présentés en réponse à la question : *Apporter une contribution nouvelle à nos connaissances concernant les conditions de formation des couches calcaires des terrains belges*, ne présente l'envergure, ni les vues personnelles, ni l'originalité que l'on est en droit d'attendre d'un travail remis en réponse à une question posée par l'Académie.

Si notre Compagnie avait demandé un exposé général de l'état de nos connaissances sur la constitution et le mode de formation des roches calcaires des terrains belges, je n'hésiterais pas à me rallier aux conclusions du premier commissaire et à proposer d'attribuer le prix à l'auteur du mémoire ayant pour devise : *Suave est ex.....* Mais il n'en est pas ainsi : l'Académie, en rédigeant la question comme elle l'a fait, a exigé des concurrents une contribution nouvelle, originale, importante, capable de faire faire un progrès sérieux au problème de la formation des calcaires de Belgique.

Si aucun des deux mémoires n'atteint ce résultat, il faut reconnaître cependant que les deux auteurs ont fait preuve de solides connaissances ou bien ont réalisé un sérieux effort; ils mettent au point certaines idées ou apportent des faits intéressants; à ce point de vue, les deux travaux méritent de prendre place dans les publications de l'Académie avec les planches qui les accompagnent.

Comme les données nouvelles qu'ils apportent sont sensiblement équivalentes, je propose à la Classe des Sciences de mettre les deux auteurs *ex æquo* et de leur accorder la mention honorable prévue à l'article 38 du Règlement général de l'Académie.

Rapport de M. A. Rutot, troisième commissaire.

Après lecture attentive des deux mémoires présentés en réponse à la septième question de concours posée par la Classe des Sciences de l'Académie, on peut voir combien sont judicieuses et complètes les observations et les critiques formulées par les deux premiers rapporteurs.

A part quelques remarques de détail relatives à des observations faites par nous et relatées dans nos travaux personnels sur les terrains crétacés de la Belgique, nous n'avons rien à ajouter à ce qu'ont signalé nos deux savants collègues, et, en qualité de troisième rapporteur, je puis m'en tenir aux généralités.

Et d'abord, lorsqu'on se trouve en présence de la somme de travail qu'il a fallu aux deux concurrents pour produire leur œuvre, le sentiment des réalités montre que la question posée était peut-être d'ordre trop général et qu'elle aurait sans doute gagné à être plus spécialisée.

A ce point de vue, les auteurs n'ont pas fourni une documentation adéquate à l'idée principale qui a guidé les géologues de la Classe, et tandis que l'un traitait le problème dans sa plus grande généralité, l'autre l'envisageait dans un sens par trop restrictif.

Loin de nous, cependant, l'idée de critique sévère, car les deux mémoires, tels qu'ils sont, ont d'excellentes qualités, et s'ils n'apportent pas la contribution attendue, vraiment nouvelle à nos connaissances concernant les conditions de formation des couches calcaires de la Belgique, au moins constituent-ils des synthèses utiles, certaines précisions permettant de les regarder comme l'une des étapes par lesquelles il fallait passer pour résoudre le problème dans toute son ampleur.

Ces considérations exposées, venons-en à la comparaison objective des deux mémoires.

Or, il nous semble, par la somme de connaissances positives très variées, classées avec méthode, que représente le mémoire portant la devise : *Suave est ex magno tollere acervo*, et ayant pour titre : *Contribution à l'étude de la constitution et de la formation des roches calcaires de la Belgique*, celui-ci l'emporte sur celui qui a comme devise : *Fuis la honte et l'horreur de vieillir les mains vides*, rédigé dans un sens qui nous paraît trop restreint, car non seulement il n'étudie pas l'ensemble des terrains crétaciques de notre pays, mais il n'en analyse que les couches les plus supérieures appartenant au Sénonien et au Maestrichtien, et cela dans une région très localisée du royaume, alors que des horizons de même âge sont largement représentés, avec des facies variés, dans l'Est du Brabant et dans le Hainaut.

Nous ne croyons guère possible d'arriver à des conclusions d'ordre quelque peu général, au point de vue de la formation de la Craie et du Tuffeau, sans considérer en même temps toutes les variantes, et, à ce sujet, nous croyons devoir faire remarquer que l'étude des anciens littoraux que nous avons faite en collaboration avec M. E. Van den Broeck, dans la Vallée de la Méhaigne et de la Geete (Couches arénacées de Folx-les-Caves, Grès de Séron, etc.) pouvait jeter quelque lumière sur la question de la formation des couches de craie.

En résumé, certes nous nous trouvons en présence de deux travaux estimables, chacun ayant sa valeur propre, mais difficilement comparables, et, lorsqu'on cherche à établir un jugement selon l'idée directrice qui a guidé la rédaction de la question, il vient à l'esprit, vu la maturité et la réelle compétence de l'auteur, de se rallier aux conclusions du premier rapporteur, qui propose d'accorder le prix au mémoire portant la devise : *Suave est ex magno tollere acervo*, tout en accordant une mention honorable à l'autre mémoire.

Je suis, de plus, d'avis que l'impression des deux travaux dans les *Mémoires* in-4° ne déparerait nullement les publications de l'Académie; ils constitueraient une contribution très utile à l'avancement des sciences géologiques.

CONCOURS ANNUELS DE 1926.

(Délai : 31 juillet 1927. Prix pour chaque question : 1,500 francs.)

Le programme en est arrêté de la façon suivante :

PREMIÈRE QUESTION. — *On demande une contribution à la résolution des problèmes à symétrie axiale en relativité générale.*

DEUXIÈME QUESTION. — *On demande une contribution importante à l'étude des spectres infra-rouges.*

TROISIÈME QUESTION. — *Apporter une contribution importante à la détermination des configurations stériques dans les composés cycliques, par des moyens chimiques.*

QUATRIÈME QUESTION. — *On demande de nouvelles observations sur le développement et la valeur morphologique de la cavité préorale des Vertébrés.*

CINQUIÈME QUESTION. — *On demande des recherches anatomiques et éthologiques sur une ou plusieurs espèces végétales intéressantes par leur mode de vie (aquatique, xérophile, parasite, etc.).*

SIXIÈME QUESTION. — *On demande une définition stratigraphique et paléontologique des étages maestrichtien (dans le sens où ce terme est compris en Belgique), danien et montien.*

COMITÉ NATIONAL DES SCIENCES BIOLOGIQUES.

M. Marc de Sélvs-Longchamps est nommé membre de ce Comité, en remplacement de M. Massart, décédé.

TRAVAUX A L'EXAMEN.

Note préliminaire sur les variations structurales observées dans les genres Oenothera, L., Verbascum, L. et Galium, L., par P. Ledoux ; présenté, avec rapport favorable, par M. E. Marchal. — Impression dans le Bulletin.

L'action du brome sur le chloro-iodo-éthylène, par H. van de Walle et A. Henne; présenté, avec rapport favorable, par M. F. Swarts. — Impression dans le *Bulletin*.

LECTURE.

Principe général du développement d'une fonction au moyen d'autres fonctions. Démonstration directe du principe de Taylor, par Ch. Lagrange. — Impression dans les *Mémoires* in-4°.

Il est donné communication à la Classe des pièces destinées à la séance publique.

COMMUNICATIONS.

BOTANIQUE. — **Note préliminaire sur des variations structurales observées dans les genres OENOTHERA L., VERBASCUM L. et GALIUM L.,**

par P. LEDOUX.

INTRODUCTION.

La discussion générale de la valeur de l'autonomie accordée par de nombreux auteurs à la dite « Tératologie », en tant que discipliné scientifique, est primordiale.

Qu'il me suffise de fixer dès maintenant le point de vue duquel, je pense, il est logique d'envisager toute étude de structure, qu'elle soit dite « normale » ou « anormale ».

Les « tératologistes » ne sont pas encore parvenus à définir les notions de « monstruosité », de « déviation structurale », d'« anomalie », ni à délimiter la variation structurale par rapport à la « malformation ».

Ceci, pour la simple raison que toute généralisation morpho-

logique devient suspecte dès qu'on essaie de l'étendre d'un groupe naturel (espèce, genre, tribu, famille, etc.), c'est-à-dire d'un groupe où l'homologie des organes est établie, à un groupe plus vaste dont les affinités sont douteuses, autrement dit qui n'est peut-être qu'artificiel.

La conclusion ordinaire inévitable des « tératologistes » ressemblera à celle-ci : « Wir werden sehen dass sehr oft in einer Pflanze oder in einer Pflanzengruppe eine Erscheinung als abnorm bezeichnet werden muss die in vielen anderen Gewächsen als ganz normal auftritt ... »

» In anderen Fällen treten gewisse Abweichungen von dem normalen Aufbau so häufig in einer Gruppe auf, dass sie geradezu in der Beschreibung der typischen Form Platz finden, etc. ... ».

C'est en ces termes que Penzig ⁽¹⁾ pose les bases du problème à résoudre pour toute étude de variation structurale, et c'est là qu'est mise en évidence l'imprécision du critère adopté du point de vue « tératologique ». En résumé, toute la question dans chaque cas particulier reviendrait donc à décider si la structure observée est à considérer comme « normale » ou « anormale » pour le groupe systématique, et si, éventuellement, elle constituera un caractère qui ne peut être omis dans la diagnose spécifique.

Il est préférable, à mon avis, d'intégrer en une discipline vaste, certes, mais homogène, la *Morphologie spéciale* (sensū Gœbel et div. auctt.), toutes les études morphologiques spéciales sans exception.

Il n'y a aucune raison méthodologique pour ne pas tenir compte d'une variation structurale quelconque dans la description complète d'une espèce ou d'un autre groupe systématique, dès qu'on est parvenu à identifier la forme offrant la variation.

On doit comprendre, d'autre part, dans la *Morphologie géné-*

(1) PENZIG, O., 1890, p. v.

rale, les résultats d'études synthétiques marquant un progrès, entre autres, des connaissances générales sur les variations structurales.

La conception méthodologique, brièvement exposée ci-dessus, n'empêche en aucune façon de reconnaître toute l'utilité d'ouvrages synoptiques, tels que ceux de Moquin-Tandon, Masters, Clos, Cramer, Penzig et de tant d'autres, tous travaux éminemment nécessaires à l'avancement de la Morphologie et de la Systématique, celle-ci prise dans son sens le plus large, y compris le point de vue phylétique.

La présente étude concerne un type de variation structurale déterminé : l'anomomérie ⁽¹⁾. J'ai constaté l'anomomérie chez les trois genres : *Oenothera* L., *Verbascum* L. et *Galium* L.

I. DE L'ANOMOMÉRIE CHEZ *Oenothera* L.

Successivement, Moquin-Tandon ⁽²⁾, Roeper ⁽³⁾, von Wydler ⁽⁴⁾, Masters ⁽⁵⁾, Clos ⁽⁶⁾, Weisse ⁽⁷⁾, Gates ⁽⁸⁾, H. Schmidt ⁽⁹⁾, R. Beyer ⁽¹⁰⁾, G. Stenzel ⁽¹¹⁾, de Vries ⁽¹²⁾ et enfin Stomps ⁽¹³⁾ ont signalé l'anomomérie chez *Oenothera biennis* L. ou chez des hybrides affines et formes voisines.

⁽¹⁾ Le terme *anmomérie* a été proposé par Sv. MURBECK, dans son travail intitulé : *Ueber die Baumechanik bei Aenderungen im Zahlenverhältnis der Blüte*, in LUNDS UNIV. ÅRSSKR., N. F., Afd. 2, Bd 11, Nr 3, p. 3, 1914, pour désigner la *variation structurale numérique* dans le complexe floral.

⁽²⁾ MOQUIN-TANDON, 1841, p. 335. — IDEM, 1842, p. 777.

⁽³⁾ ROEPER, 1852, p. 189.

⁽⁴⁾ VON WYDLER, H., 1857, p. 28. — IDEM, 1860, p. 223.

⁽⁵⁾ MASTERS, MAXW., 1869, pp. 44 et 367 (sp. *dubiae*!).

⁽⁶⁾ CLOS, M. D., p. 18.

⁽⁷⁾ WEISSE, A., 1897, p. xciv.

⁽⁸⁾ GATES, R. R., 1910, pp. 178-182.

⁽⁹⁾ SCHMIDT, H.,

⁽¹⁰⁾ BEYER, R., 1894.

⁽¹¹⁾ STENZEL, G., 1894.

⁽¹²⁾ DE VRIES, H., 1901, 1 Bd, pp. 346-348.

⁽¹³⁾ STOMPS, TH.-J., 1912, p. 533.

Gates ⁽¹⁾, d'autre part, a observé des fleurs anomomères en assez grand nombre chez « des hybrides d'*Oenothera Lamarckiana* d'origines variées », ainsi que chez « *Oenothera brevis-tylis*, provenant d'un croisement avec *Oenothera Lamarckiana*. »

La plupart des auteurs ont donné pour les fleurs anomomères examinées une formule incomplète, tout au moins en ce qui concerne le verticille macrosporophyllien.

De Vries ⁽²⁾, le seul à ma connaissance, a indiqué à la fois le nombre de macrosporophylles et de stigmates des fleurs anomomères qu'il avait vues chez *Oenothera Lamarckiana* Seringe. La forme d'*Oenothera* L. que j'ai examinée est probablement affine d'*Oenothera biennis* L.

La détermination systématique des formes (espèces et hybrides) du genre *Oenothera* L. étant assez délicate, l'analyse germinale et cytologique s'impose. Les résultats obtenus permettront de remplacer la désignation provisoire *Oenothera* sp. vel hybrid. (ex Testelt), que j'emploierai maintenant.

Les nombreux individus (plus de cent adultes) observés et ayant fourni le matériel microscopique proviennent tous de Testelt, — localité peu distante de Diest, — où ils s'étaient développés en une formation anthropique dense sur les talus couverts de cendrée de la voie ferrée, à cinquante mètres de la gare.

Les fleurs anomomères existaient en très grand nombre, produites par plusieurs individus.

J'ai recueilli en liquide fixateur des boutons et des fleurs anomomères sur quinze individus différents, en l'espace de cinq à six semaines (25 septembre-4 novembre 1925).

H. de Vries ⁽³⁾ dit avoir trouvé « parfois chez *Oenothera biennis*, mais très rarement, des fleurs trimères et même des fleurs dimères ». Il ajoute que ce fut encore le cas « dans ses cultures d'hybrides ».

(1) GATES, R. R., 1910, pp. 178-182.

(2) DE VRIES, H., 1901, 1 Bd., pp. 346-348.

(3) IDEM, 1901, 1 Bd., p. 347 (note infrapag.).

L'étude de la *mécanique structurale* ⁽¹⁾ corrélatrice de l'anomomérie, chez la forme *Oenothera* sp. vel. hybrid. (ex Testelt), a souvent donné des résultats inattendus.

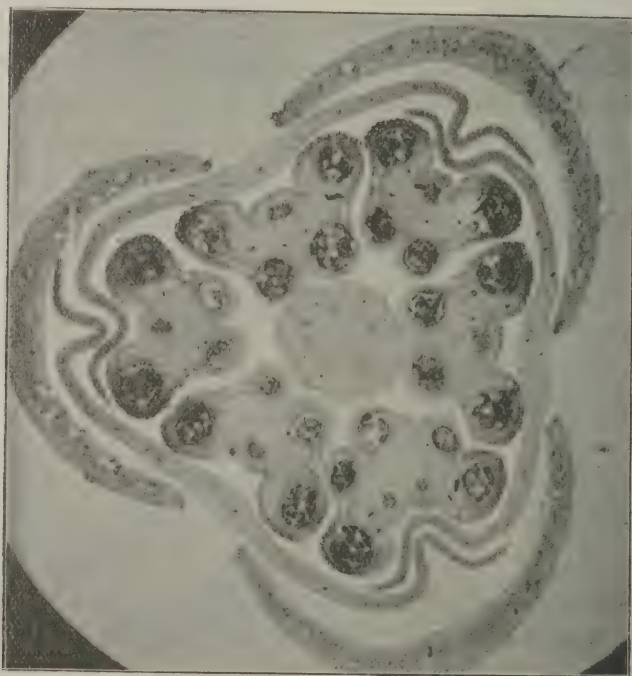


FIG. 1. — *Oenothera* sp. vel. hybrid. (ex Testelt).

La première constatation générale, c'est que toutes les fleurs anomomères analysées jusqu'à présent offrent ce qu'on peut appeler de l'*anomomérie mixte* : les quatre verticilles externes, les deux périnthophylliens ⁽²⁾ et les deux microsporophylliens

(1) MURBECK, Sv., 1914. (Cf. *Baumechanik*.)

(2) Les termes usuels des anciens auteurs désignant les phylles (ou phyllomes) des verticilles floraux sont à remplacer par d'autres en rapport avec l'état actuel de la morphologie florale.

Les « expressions » microsporophylle et « macrosporophylle », déjà usuelles dans

sont *meiomères* ⁽¹⁾, tandis que le verticille macrosporophyllien est *pleiomère* ⁽¹⁾.

Voici les formules pour quelques fleurs de la forme en question :

$$1) \quad \Pi\varphi p.3, \quad \Pi\varphi u.3, \quad m\varphi.(3+3), \quad M\varphi.(3+3) \quad (\text{fig. 1}).$$

Notons que $m\varphi.(3+3)$ est plus complexe en réalité que ne le représente la formule.

En effet, des deux verticilles microsporophylliens, l'un présente une particularité des plus intéressantes (fig. 1 et 2).

Une des microsporophylles comprend 5 microspores, et, de plus, on remarque une proéminence représentant vraisemblablement un rudiment de 6^e microspore.

Il y a peut-être lieu de considérer ce complexe comme le résultat d'une coalescence de deux phylles.

$$2) \quad \Pi\varphi p.4, \quad \Pi\varphi u.4, \quad m\varphi.(4+4), \quad M\varphi.4, \quad \Sigma.1, \quad st.5.$$

L'anomomérie est ici limitée aux stigmates.

De même ici :

$$3) \quad \Pi\varphi p.4, \quad \Pi\varphi u.4, \quad m\varphi.(4+4), \quad M\varphi.4, \quad \Sigma.1, \quad st.6.$$

la désignation respective de l'étamine et du carpelle (sensu auct.), permettent l'emploi d'une terminologie homogène, et c'est pourquoi je propose les expressions :

« périanthophylle pénultième » au lieu de « sépale »;

« périanthophylle ultime » au lieu de « pétale ».

Les symboles représentatifs dans les formules florales seront

$\Pi\varphi p$ = périanthophylle pénultième.

$\Pi\varphi u$ = périanthophylle ultime.

$m\varphi$ = microsporophylle, comprenant le filet f et l'anthere α .

$M\varphi$ = macrosporophylle, comprenant le style σ et le stigmate st .

Plusieurs styles coalescents ($\sigma + \sigma + \sigma \dots \rightarrow \infty$) forment, par exemple, un synstylon Σ pouvant, parfois, ne porter qu'un St (stigmate complexe = $st + st + \dots \rightarrow \infty$).

⁽¹⁾ MURBECK, Sv., 1914, p. 4.

(*Meiomérie* = réduction du nombre des phylles d'un verticille.)

(*Pleiomérie* = augmentation du nombre des phylles d'un verticille.)

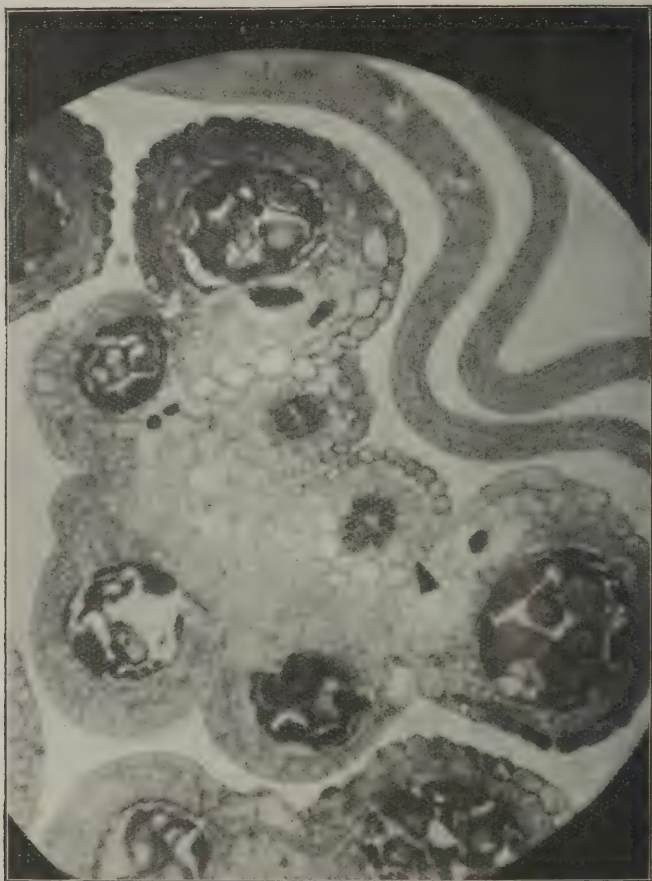


FIG. 2. — *Oenothera* sp. vel. hybrid. (ex Testelt).

II. DE L'ANOMOMÉRIE CHEZ *Verbascum* L.

Jusqu'à nouvelle information, je considère la forme anomomérique étudiée dans ce genre comme un individu de *Verbascum Thapsus* L.

La bibliographie ne fait mention, pour cette espèce, que d'observations minimales et rares à ce sujet.

Moquin-Tandon ⁽¹⁾ et Masters ⁽²⁾ citent brièvement l'absence de périanthophylles ultérieures (apétalie *sensū* auctt.).

Une fleur recueillie sur un individu remarquable constitue un cas d'hexamérie, du moins pour les trois verticilles externes, ceux des périanthophylles et des microsporophylles.

La formule florale incomplète est

$$\Pi\varphi p.6, \Pi\varphi u.6, m\varphi.\left(5 + \frac{1}{n}\right) \dots$$

Un travail ultérieur donnera des indications plus étendues à ce propos.

Notons que les microsporophylles sont inégales, que l'une d'elles est rudimentaire, et ceci est exprimé dans la formule par $m\varphi.\left(5 + \frac{1}{n}\right)$.

III. DE L'ANOMOMÉRIE CHEZ *Galium* L.

Seul von Wydler ⁽³⁾ a signalé l'anomomérie chez *Galium palustre* L., espèce dont il est question ici et qui fut récoltée le 17 juin 1925, près de Hoekai, dans la fange de « Duso Moupa », une formation du type *Hygrophorbium* (*sensū* Diels) (« Zwischenoder Übergangsmoor », *sensū* Schröter).

La fleur remarquable est trimère pour les trois verticilles externes tout au moins :

$$\Pi\varphi p.3, \Pi\varphi u.3, m\varphi.3, \dots$$

L'analyse microscopique permettra de préciser l'amplitude de variation structurale.

⁽¹⁾ MOQUIN-TANDON, 1841, p. 327.

⁽²⁾ MASTERS, MAXW., 1869, p. 404.

⁽³⁾ VON WYDLER, 1857 (Flora), p. 29. — IDEM, 1860. p. 93.

BIBLIOGRAPHIE.

- BEYER, R., *Missbildungen an Blüten*. (SITZUNGSBER. D. B. VER. D. PROV. BRANDENBURG, 1894.)
- CLOS, M.-D., *Troisième fascicule d'observations tératologiques*. (MÉM. ACAD. SC. TOULOUSE, série V, vol. VI, 73 p. in-8°.)
- DE VRIES, H., *Die Mutationstheorie*. (1 Bd., 648 p., Leipzig, 1901.)
- GATES, R.-R., *Abnormalities in Oenothera*. (MISSOURI BOTAN. GARDEN, 21st annual Report, pp. 175-183, 1910.)
- MASTERS, MAXW.-T., *Vegetable Teratology*, 1869, pr. by the Roy. Soc., London.
- MOQUIN-TANDON, *Éléments de Tératologie végétale*, Paris, 1841.
- *The Phytologist*, 1842, n° 33 (fide Penzig!).
- PENZIG, O., *Pflanzen-Teratologie*, 1^{ste} Aufl., 1890-1894; 2^{te} Aufl., 1921-1922.
- ROEPER, *Botanische Zeitung*, 1852 (fide Penzig!).
- SCHMIDT, H., *Teratologische Beobachtungen bei einigen einheimischen Pflanzen*. (BEIH. Z. BOT. CENTRABL., XXVIII, 2, pp. 301-328, mit 14 abb.)
- STENZEL, G., *Ueber Pflanzen-Monstrositäten*. (JAHRESB. D. SCHLES. GES. F. VATERL. CULTUR, BOT. SECT., LXXI, 1894, pp. 4-6.) (fide Penzig!)
- STOMPS, TH.-J., *Mutation bei Oenothera biennis L.* (BIOL. CENTRAL., 1912, n° 9.)
- WEISSE, A., *Verhdl. d. Bot. Ver. d. Prov. Brandenburg*, IXL, 1897.
- VON WYDLER, H., *in Flora*, 1857.
- *in Flora*, 1860.
-

CHIMIE. — L'action du brome sur le chloro-iodo-éthylène,

par H. VAN DE WALLE et A. HENNE (*).

PLIMPTON (**) a montré que si l'on traite du chloro-iodo-éthylène par du brome, on obtient du chloro-bromo-éthylène. L'auteur traite l'éthylénique, maintenu sous l'eau, par un excès de brome tombant goutte à goutte, et il spécifie que l'excès doit atteindre au moins quatre fois la quantité théorique nécessaire pour obtenir la substitution de l'iode par le brome. Il obtient du chloro-bromo-éthylène et des produits d'addition qu'il n'a pu définir, mais qu'il suppose être un mélange de chloro-tribromo-éthane et de chloro-iodo-bibromo-éthane, de formules

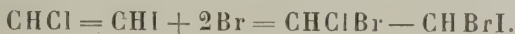


De cet ensemble de faits, PLIMPTON conclut à l'existence de trois réactions dans l'action du brome sur le chloro-iodo-éthylène. Elles sont :

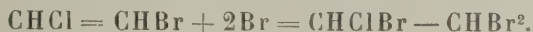
1° Substitution de l'iode du chloro-iodo-éthylène par du brome, d'après le schéma



2° Addition du brome au chloro-iodo-éthylène d'après l'équation



3° Addition du brome au chloro-bromo-éthylène provenant de la réaction de substitution :



(*) Présenté par M. Swarts.

(**) PLIMPTON, *Journ. Chem. Soc.*, 1881, 41, 392.

L'interprétation de PLIMPTON explique ses résultats expérimentaux, mais si l'on reprend la préparation en vue d'isoler les produits saturés, on observe une série de faits nouveaux qui appellent une interprétation différente. En particulier, il n'y aurait pas de réaction de substitution, mais uniquement une réaction d'addition suivie de dissociation. Ceci est à rattacher aux idées généralement admises actuellement, à savoir que toute réaction dite de substitution est précédée d'une réaction d'addition.

C'est de l'étude détaillée et de l'interprétation de l'action du brome sur le chloro-iodo-éthylène qu'il est question dans ce travail.

Les points suivants seront successivement examinés :

- I. Augmentation du rendement en chloro-bromo-éthylène.
- II. Examen des produits d'addition.
- III. Synthèse du chloro-bibromo-iodo-éthane, sa dissociation par la chaleur.
- IV. Dissociation du trichloro-iodo-éthane.

I. — AUGMENTATION DU RENDEMENT EN CHLORO-BROMO-ÉTHYLÈNE.

L'action du brome a d'abord été réalisée en suivant le procédé de PLIMPTON : 200 grammes de chloro-iodo-éthylène (formes *cis* et *trans* en équilibre) (*) ont donné de la sorte un dépôt d'iode en paillettes et 245 grammes de produit lavé et séché. Celui-ci a été soumis à la distillation en présence d'alcool ordinaire, de manière à extraire les éthyléniques sous forme de mélanges azéotropiques, et à une température relativement basse, ce qui a pour effet d'éviter la trop grande décomposition des produits d'addition. Dès que le distillat ne précipite plus par l'eau, on peut arrêter l'opération. L'éthylénique entraîné par l'alcool peut être facilement isolé par l'eau, séché et rectifié.

(*) H. VAN DE WALLE et A. HENNE, *Bull. Acad. roy. de Belgique*, 1925.

On obtient ainsi 20 grammes d'un produit qui n'est autre que le mélange des chloro-bromo-éthylènes cis et trans décrits par l'un de nous (*). La température d'ébullition, la densité, la cryoscopie et l'analyse le démontrent :

	Trouvé.	Valeurs données ou calculées pour CHCl = CHBr.
Ébullition.	75°-85°	75°3-84°6 (*)
Densité $\frac{15}{4}$	1.7923	1.7917 (*)
Cryoscopie	141,4	141,5
Analyse {		
Chlore	24.7 %	25.08 %
Brome	56.9 %	56.52 %

Si l'on met l'une ou l'autre forme stéréochimique du chloro-iodo-éthylène en œuvre, en suivant le même mode opératoire, on obtient le même mélange des chloro-bromo-éthylènes cis et trans, ainsi qu'il résulte des mesures de densité et des températures d'ébullition. Le chloro-bromo-éthylène obtenu dans l'un et l'autre cas bout de 75° à 85° et a comme densité 1.792.

Il n'est d'ailleurs pas étonnant qu'il en soit ainsi, car de multiples facteurs (halogènes, lumière, chaleur) favorisent l'isomérisation au cours de cette préparation.

Les rendements en chloro-bromo-éthylène sont faibles; on obtient 10 % de la masse mise en œuvre, ce qui représente environ 13 % de la quantité théorique. On peut considérablement améliorer ce rendement en opérant à basse température, soit en diluant le chloro-bromo-éthylène dans de l'alcool, soit en conduisant l'opération plus lentement et à l'obscurité, ainsi que le montrent les essais suivants :

En bromant 188 grammes de chloro-bromo-éthylène, en solution dans l'alcool, par 320 grammes de brome, on observe

(*) H. VAN DE WALLE, *Mém. Acad. roy. de Belgique*, 1923, p. 15.

que la masse s'échauffe jusqu'à ébullition de l'alcool. Par refroidissement il se dépose un peu d'iode en paillettes. Le produit brut, lavé et séché, pèse 181 grammes. Une première différence apparaît donc dans le rendement brut, suivant que la réaction s'effectue en présence d'eau ou d'alcool. La distillation en présence d'alcool éthylique permet d'enlever 125 grammes d'éthylénique, soit 89 % de la quantité théorique, ce qui est notablement supérieur à ce que fournissait l'opération sous l'eau. Cet éthylénique est du chloro-bromo-éthylène ainsi que l'indiquent l'analyse et la cryoscopie :

Analyse.	Trouvé.	Calculé pour $\text{CHCl}=\text{CHBr}$.
Chlore.	25.0 %	25.08 %
Brome.	56.2 %	56.52 %
Cryoscopie	140.0	141.5

La température d'ébullition passe régulièrement de 75° à 90°. Après plusieurs rectifications soignées la densité est $D_{\frac{15}{4}} = 1.7915$.

La bromuration du chloro-iodo-éthylène faite sous l'eau, comme l'indique PLIMPTON, mais en opérant à l'obscurité et lentement, de manière à éviter une trop grande élévation de température, fournit des résultats comparables à la bromuration en présence d'alcool. Le rendement en chloro-bromo-éthylène est de 70 % environ.

Le fait du rendement beaucoup plus élevé en éthylénique chloro-bromé lorsqu'on opère à température relativement basse mérite attention. La raison doit en être cherchée dans la faible addition du brome au chloro-bromo-éthylène formé.

On sait qu'en présence de la lumière solaire directe le chloro-bromo-éthylène s'additionne aisément de brome et qu'en lumière diffuse l'addition est nulle ou extrêmement lente. La présence d'une forte lumière solaire dans l'action du brome sur le chloro-

iodo-éthylène aura donc pour conséquence de favoriser l'addition du brome au chloro-bromo-éthylène formé, d'où l'on conçoit que si l'on opère à la lumière solaire directe, le rendement en éthylénique s'en trouve fortement diminué. Mais la lumière ne doit pas être le seul agent capable de favoriser l'addition du brome au chloro-bromo-éthylène, car les bromurations décrites plus haut ont été faites à la lumière diffuse. La chaleur doit agir dans le même sens, puisque le rendement en éthylénique augmente lorsque, par un moyen quelconque, on maintient la température assez basse. Il semble que, jusqu'à présent, on n'ait utilisé que l'action de la lumière solaire directe ou la lumière d'une lampe à mercure, dont l'action est beaucoup plus faible, pour additionner directement le brome à toute une série de dérivés halogénés de l'éthylène et passer ainsi aux saturés bromés correspondants. Il était donc intéressant de vérifier dans quelle mesure l'addition du brome à un dérivé halogéné de l'éthylène est favorisée par une élévation de température. Comme la bromuration du bichlorure d'acétylène est pratiquement nulle en lumière diffuse et que cette réaction sert de point de départ à la préparation d'autres composés halogénés éthyléniques et saturés, c'est cette réaction qui a été essayée.

Dans un ballon placé dans un bain d'eau et muni d'un réfrigérant ascendant, 97 grammes de bichloro-éthylène ont été placés en contact avec 160 grammes de brome. A froid, on n'observe pas d'addition. Si l'on chauffe le bain d'eau vers 70°, la masse se décolore peu à peu, mais pas entièrement, et il se dégage d'abondantes fumées d'acide bromhydrique. Le produit d'addition obtenu, lavé au sulfite, à l'eau, puis séché, distille à 190°-195° à la pression ordinaire, ce qui correspond bien au composé attendu CHClBr-CHClBr . De plus, la réduction du produit d'addition par le zinc, en présence d'alcool, se fait dans le sens prévu : on obtient du bichloro-éthylène.

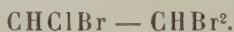
Une élévation de température favorise, par conséquent, l'addition du brome au bichloro-éthylène, comme le fait la lumière

solaire directe, et il est permis de conclure que, dans l'action du brome sur le chloro-iodo-éthylène, le maintien d'une basse température augmente le rendement du chloro-bromo-éthylène, en empêchant le brome de s'y additionner en quantité notable.

II. — EXAMEN DES PRODUITS D'ADDITION.

L'examen des produits de la bromuration que n'avait pas entraînés la distillation en présence d'alcool a montré une différence notable lorsqu'on s'est adressé au produit bromé sans précautions, puis au produit provenant d'une opération plus ménagée, soit dans l'alcool, soit à l'obscurité.

Dans le premier cas, la distillation sous pression réduite, à la trompe à eau, donne pratiquement un seul produit, qui se décompose plus ou moins pendant l'opération, mais qui fournit, dès le troisième tour, un liquide clair, lourd, passant vers 100° sous 15 millimètres et accusant une densité à 15° égale à 2,60. L'analyse montre que ce composé répond à la formule



Analyse.	Trouvé.	Calculé pour $\text{CHClBr} - \text{CHBr}^2$.
Chlore.	41.5 %	41.7 %
Brome.	79.8 %	79.6 %

Ce produit se colore en rouge sang à la lumière, ce qui montre qu'il doit être souillé de produits iodés.

Si l'on cherche à traiter de la même manière un produit d'addition obtenu par l'action ménagée du brome, on observe, dès que la température atteint 70° à 80°, une décomposition très brusque, accompagnée de mise en liberté de fortes quantités d'iode qui se dépose dans tout l'appareil. Au cours de ces opérations, la violence de la décomposition a brisé, à diverses reprises, les appareils distillatoires. Il faut se résoudre à subir ces mises en liberté d'iode cinq ou six fois avant de pouvoir

tenter une distillation comparable à la précédente. Les conditions expérimentales s'améliorent assez bien en poussant le vide vers 1 millimètre.

On peut ainsi séparer une forte masse (90 % du produit brut) avant 70° sous 1 millimètre. C'est le composé saturé $\text{CHClBr} - \text{CHBr}^2$ signalé plus haut. En queue passe un second corps dont les températures d'ébullition sont : 75° sous 1 millimètre; 85° sous 3 millimètres; 110° sous 10 millimètres. L'analyse, suivant le procédé BAUBIGNY (*), modifié par Beck (**), montre que ce composé a pour formule $\text{C}^2\text{H}^2\text{IClBr}^2$.

Analyse.	Trouvé.	Calculé pour $\text{CHClBr} - \text{CHBr}^2$.
Chlore.	10.4 %	10.2 %
Brome.	46.3 %	45.9 %
Iode	36.0 %	36.5 %

30 grammes de ce composé saturé ont pu être isolés de la sorte; toutefois le produit ainsi obtenu n'est pas très pur; il se décompose rapidement avec mise en liberté d'iode, ce qui ne permet aucune mesure physique de quelque valeur. On peut cependant admettre que ce composé a la formule plane $\text{CHClBr} - \text{CHBrI}$, puisqu'il prend naissance dans l'action du brome sur le chloro-iodo-éthylène. Comme on le verra dans le paragraphe suivant, la comparaison avec du chloro-bibromo-iodo-éthane, préparé par l'action du chlorure d'iode sur le bibromo-éthylène, confirme ces vues.

En plus des composés saturés dont il vient d'être fait mention, il doit aussi s'être formé des produits instables dont la brusque décomposition est un si grand obstacle à la distillation.

(*) BAUBIGNY, *Comptes rendus*, 1898, 127, 1219.

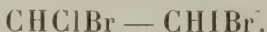
(**) BECK, *Chem. Zeit.*, 1915, 39, 405.

On peut expliquer la formation de ces composés par les considérations suivantes :

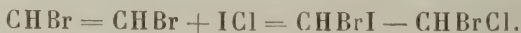
Plusieurs auteurs, dont THIELE et HAACK (*), puis, plus récemment, HOWELL et NOYES (**), ont montré l'existence de toute une série de composés à iode trivalent. En particulier, si l'on traite le chloro-iodo-éthylène par le chlore en solution, et qu'on a soin de refroidir, on constate l'addition du chlore uniquement sur l'iode et la formation d'un composé cristallisé, très peu stable, à décomposition violente, et dont la formule est $\text{CHCl} = \text{CHI} < \begin{smallmatrix} \text{Cl} \\ \text{Cl} \end{smallmatrix}$.

Or, lorsqu'on fait agir le brome de manière ménagée sur le chloro-iodo-éthylène, les conditions expérimentales se rapprochent de celles qu'indiquent les auteurs pour la chloruration à froid. On peut donc admettre qu'il se forme une certaine quantité de composé $\text{CHCl} = \text{CHI} < \begin{smallmatrix} \text{Br} \\ \text{Br} \end{smallmatrix}$, qui, par élévation de la température, subit une décomposition violente. Il convient toutefois d'ajouter que ce composé n'a pas été isolé.

III. — SYNTHÈSE DU CHLORO-BIBROMO-iodo-ÉTHANE



Pour confirmer la constitution du composé saturé iodé, isolé dans l'action du brome sur le chloro-iodo-éthylène, la synthèse même de ce composé apparaît comme une méthode très pratique. L. HENRY (***) a pu réaliser avec succès la préparation de composés saturés iodés par l'action du chlorure d'iode sur le chlorure et le bromure de vinyle. Aucune réaction secondaire n'est venue troubler, pratiquement, cette addition. On peut donc espérer obtenir le composé saturé cherché, par l'action du chlorure d'iode sur le bibromo-éthylène, d'après l'équation



(*) THIELE et HAACK, *Lieb. Ann.*, 369, 135.

(**) HOWELL et NOYES, *Journ. Am. Chem. Soc.*, 1920, I, 991, et 1923, I, 182-187.

(***) L. HENRY, *Comptes rendus*, 1883, 97, 1491, et 1883, 98, 370, 518, 680, 741.

Le mode opératoire est extrêmement simple : une quantité équimoléculaire de chlorure d'iode dissous dans le chloroforme a été ajoutée peu à peu à du dibromure d'acétylène, en disposant un reflux pour empêcher le départ, par volatilisation, d'un des agents de la réaction. Après refroidissement, on trouve un dépôt peu abondant d'iode. Le liquide décanté est alors décoloré au sulfite de sodium, lavé à l'eau et séché sur du chlorure calcique. Il faut ensuite procéder à l'élimination du chloroforme, par simple distillation.

Si l'on essaie alors de purifier le produit d'addition préparé, on s'aperçoit que par distillation on peut en extraire trois fractions différentes qui correspondent à trois composés identifi-
fiables, ainsi que le montre l'examen des produits obtenus.

Fraction 1. $\text{CHCl} = \text{CHBr}$. Ébullition : 75° - 85° .

Analyse.	Trouvé.	Calculé pour $\text{CHCl} = \text{CHBr}$.
Chlore.	24.9 %	25.08 %
Brome.	56.8 %	56.52 %
Cryoscopie P. M. .	140,9	141,5

Fraction 2. $\text{CHClBr} - \text{CHBr}^2$. Ébullition : 93° sous 10 millimètre; 220° sous 760 millimètres.

Analyse.	Trouvé.	Calculé pour $\text{CHClBr} - \text{CHBr}^2$.
Chlore.	11.4 %	11.7 %
Brome.	79.8 %	79.6 %
Cryoscopie P. M. .	296	301,4

Fraction 3. $\text{CHClBr} - \text{CHIBr}$. Ébullition : 75° sous 1 millimètre; 110° sous 10 millimètres.

Analyse.	Trouvé.	Calculé pour $\text{CHClBr} - \text{CHIBr}$.
Chlore.	10.2 %	10.2 %
Brome.	46.1 %	45.9 %
Iode	36.3 %	36.5 %
Cryoscopie P. M. .	346,8	248,3

Ce composé, qui est le produit d'addition cherché et dont la formule plane n'est pas douteuse, ne se trouve pas décrit dans la littérature chimique. Il a comme densité $D_{\frac{15}{4}} = 2,9858$, et si l'on essaie de le congeler, il se prend en masse vitreuse à la température de la neige carbonique.

Trois composés ont donc été isolés dans l'action du chlorure d'iode sur le bibromo-éthylène, et il est remarquable qu'ils sont précisément les mêmes que ceux qu'on obtient dans l'action du brome sur le chloro-iodo-éthylène.

Nous avons vu que PLIMPTON admet, dans l'action du brome sur le composé $\text{CHCl} = \text{CHI}$, trois types de réaction : une réaction de substitution conduisant à $\text{CHCl} = \text{CHBr}$ et deux réactions d'addition qui donnent $\text{CHClBr} - \text{CHBr}^2$ et $\text{CHClBr} - \text{CHIBr}$. Si l'on essaie de transposer les vues de PLIMPTON au cas de l'action du chlorure d'iode sur le bibromo-éthylène, on arrive aussi à une réaction de substitution et à deux réactions d'addition. Mais si ces deux dernières sont admissibles, la réaction de substitution du type $\text{CHBr} = \text{CHBr} + \text{Cl} = \text{CHCl} = \text{CHBr} + \text{Br}$ est peu vraisemblable, si l'on se rappelle que le chlore s'additionne aisément à des composés éthyléniques.

L'explication doit être cherchée ailleurs. Elle réside dans le fait de la dissociation facile du composé saturé $\text{CHClBr} - \text{CHIBr}$ sous l'action de la chaleur, comme le montre la distillation, à la pression ordinaire, de ce composé saturé iodé. Dans cette opération, on obtient, en effet :

1° Des vapeurs d'iode ;

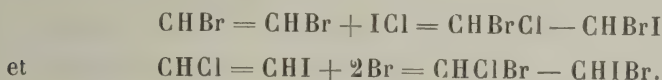
2° Du chloro-bromo-éthylène, identifié par sa température d'ébullition 75° à 90° et par sa densité $D_{\frac{15}{4}} = 1,7920$;

3° De l'éthane halogéné de formule $\text{CHClBr} - \text{CHBr}^2$, identifié par sa température d'ébullition 220° et sa densité $D_{\frac{15}{4}} = 2,650$.

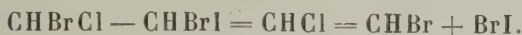
De ce qui précède, on peut conclure que le chloro-bromo-éthylène et le chloro-tribromo-éthane ne sont pas des produits primaires dans l'action du chlorure d'iode sur le bibromo-éthylène; ils proviennent de la dissociation du produit d'addition iodé primitivement formé.

Parallèlement, dans l'action du brome sur le chloro-iodo-éthylène, il n'est nul besoin d'imaginer une réaction de substitution. Les faits d'expérience, au contraire, montrent qu'il est plus correct d'admettre qu'il y a d'abord addition du brome au chloro-iodo-éthylène, puis dissociation du produit d'addition formé.

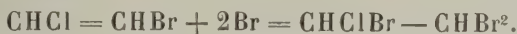
Les réactions sur lesquelles ces conclusions s'appuient peuvent se schématiser comme suit :



Dans chaque cas, on obtient donc le même produit d'addition dont la dissociation s'effectue d'après les équations suivantes :



Le brome mis en liberté s'additionne ensuite au chloro-bromo-éthylène, comme suit :



IV. — DISSOCIATION DU TRICHLORO-iodo-ÉTHANE.

Le mode de dissociation du composé iodé en C_2 , $\text{CHClBr} - \text{CHBrI}$, qui vient d'être décrit, se retrouve si l'on chauffe d'autres composés du même type. En particulier, si l'on distille, à la pression ordinaire, du trichloro-iodo-éthane, il y a départ de chlorure d'iode avec formation de bichloro-éthylène sur lequel le chlore, du chlorure d'iode, vient se fixer ultérieurement. Pour montrer qu'il en est bien ainsi, du trichloro-iodo-

éthane a été préparé par l'action du chlorure d'iode sur le bichloro-éthylène. La réaction est une simple addition d'après l'équation



90 grammes de bichloro-éthylène ont été placés en contact avec 150 grammes de chlorure d'iode dissous dans 500 centimètres cubes de chloroforme. Après plusieurs heures d'exposition à la lumière solaire, la masse, de brunâtre, est devenue rougeâtre.

Le liquide est ensuite lavé au sulfite, et il se décolore facilement. Séché sur du chlorure calcique, il devient rose après une demi-heure environ. A la distillation, on obtient :

1° Du chloroforme, que l'on extrait, à la pression ordinaire, jusqu'à apparition de vapeurs violettes ;

2° Sous pression réduite de 9 millimètres. En tête, quelques centimètres cubes d'un liquide très rouge auquel succède un liquide presque incolore, bouillant à 77° sous 9 millimètres.

Ce produit est du trichloro - iodo - éthane de formule $\text{CHCl}_2 - \text{CHClI}$, ainsi que le montrent les déterminations suivantes, qui ont été faites sur le produit rectifié :

Analyse.	Trouvé.	Calculé pour $\text{CHCl}_2 - \text{CHClI}$.
Chlore.	40.8 %	41.0 %
Iode	48.7 %	48.9 %
Cryoscopie	246, 247	259,3

Le rendement dans la préparation est de 70 %.

La densité du composé est $D_{\frac{15}{4}} = 2,2760$ et, si l'on essaie de le congeler, il devient très visqueux aux environs de -60° . Ce composé a été obtenu en petites quantités par HOWELL et NOYES (*) dans l'étude des composés à iode trivalent. Leur mode d'obtention ne saurait être un moyen de préparation.

(*) HOWELL et NOYES, *loc. cit.*

Si l'on chauffe le trichloro-iodo-éthane dans un appareil distillatoire à la pression ordinaire, on observe qu'il se forme d'abondantes vapeurs violettes et qu'il distille un liquide rougeâtre bouillant de 60° à 130°. Ce liquide, recueilli dans une solution de sulfite, décoloré, lavé et séché, puis soumis à la distillation, donne les fractions suivantes :

1° Éb. 55°-60°. Ce composé est du bichloro-éthylène, ainsi que le montre une mesure de densité de vapeur :

	Trouvé.	Calculé.
Poids moléculaire. . .	98	97

La formation de ce produit s'explique par l'équation



2° Éb. 145°-147°. Ce composé est du tétrachloro-éthane, ainsi qu'il résulte de son analyse :

	Trouvé.	Calculé.
Chlore.	83.8 %	84.5 %

La formation de ce composé résulte de l'addition du chlore, du chlorure d'iode, au bichloro-éthylène formé au cours de la dissociation.

Université libre de Bruxelles.

Séance publique du 16 décembre 1925.

Prennent place au Bureau :

MM. F. Swarts, *directeur de la Classe*; A. Rutot, *vice-directeur*; J. Bordet, *membre*, et le *Secrétaire perpétuel*.

Sont présents :

CLASSE DES SCIENCES. — MM. Léon Fredericq, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, A. Demoulin, P. Stroobant, Ch. Julin, É. Marchal, P. Nolf, L. Crismer, E. van Aubel, *membres*; O. Dony, *correspondant*; G.-A. Boulenger, *associé*.

CLASSE DES LETTRES ET DES SCIENCES MORALES ET POLITIQUES. — MM. Jules Leclercq, H. Delehay et L. Leclère, *membres*.

CLASSE DES BEAUX-ARTS. — MM. Ém. Mathieu, Louis Le Nain, L. Solvay, Jean Delville, *membres*.

Le programme de la solennité comportait : un discours par M. Fr. Swarts, directeur de la Classe : *Les Atomes dans la Molécule*, et une lecture par M. J. Bordet, membre de la Classe : *Les Phénomènes de lyse microbienne et la variabilité*.

Ces lectures sont publiées ci-après.

DISCOURS ET LECTURE.

Les Atomes dans la Molécule.

Discours par M. Fr. SWARTS, Directeur de la Classe.

MESDAMES, MESSIEURS,

Lorsque, dans le domaine d'une science expérimentale, nous avons réussi un ensemble de faits suffisamment étendu et cohérent, nous cherchons ou bien à établir entre eux des relations plus ou moins générales, ou bien à leur trouver une explication.

Les chimistes ont obéi à cette double tendance d'esprit : légiférer et interpréter.

La première est sinon la plus facile à satisfaire, du moins la plus sûre. Elle exige une connaissance aussi complète que possible de la matière à encadrer dans la loi : Comme cette connaissance n'est jamais qu'approximative, il faut, à mesure qu'elle se développe, apporter à la loi des amendements ; ce que dans le monde scientifique on cherche à éviter le plus possible.

La méthode législative de toutes les sciences expérimentales opère à posteriori ; la loi est l'expression de la connaissance judicieusement acquise et coordonnée ; bien formulée elle la renferme tout entière. Elle implique des conséquences qui n'apparaissent souvent que longtemps après qu'elle a été énoncée, soit qu'elles aient surgi dans notre pensée par voie déductive, soit qu'elles nous aient été révélées à l'occasion de faits nouveaux.

Le Code des lois des sciences physiques s'habille fréquemment d'un appareil mathématique, mais quelles que soient la souplesse de cet indispensable auxiliaire et la virtuosité avec laquelle il est

manié, il ne nous donnera jamais plus que ce que le code renferme explicitement ou implicitement.

L'élaboration du Code constitue souvent une œuvre grandiose dans son ensemble; les lois fondamentales dont il dérive sont écloses de cerveaux de génie; est-il, par exemple, édifice plus majestueux et plus harmonieux que la thermodynamique, reposant sur les deux postulats d'origine expérimentale formulés par Rob. Maryer et Sadi Carnot?

Cependant, elle reste un Code, et si un Code de lois nous assure la possession d'un domaine que nous pouvons exploiter rationnellement et fructueusement, il ne nous permet pas de le dépasser.

Les énergétistes purs ont voulu bloquer la chimie dans le cadre strict de la thermodynamique. Cette politique allait à l'encontre du besoin inné que nous ressentons de chercher une interprétation des phénomènes, d'imaginer une explication. Aussi, à l'encontre de ce que prédisait Ostwald et d'autres, elle a fait faillite.

La thermodynamique classique ne nous expliquait pas la raison des phénomènes chimiques; elle ne s'en souciait d'ailleurs pas; elle ignorait les atomes. C'est l'imagination géniale de Dalton qui les a pressentis, non pas l'imagination fantaisiste du rêveur, mais celle du démiurge, qui crée l'outil, d'un manie-ment certainement délicat, mais combien précieux, qu'est l'hypothèse.

Deux hypothèses, l'hypothèse atomique de Dalton, devenue aujourd'hui presque une réalité visible, grâce aux travaux des Bragg, et l'hypothèse des quanta, formulée par Planck, un thermodynamicien opportuniste, encore discutée, nous ont permis de pénétrer quelque peu la constitution de l'atome et le mécanisme de la combinaison chimique, car ce n'est que dans les dernières années que nos idées se sont précisées à ce sujet.

Après que Dalton eut formulé les grandes lignes de la théorie atomique, ces idées restèrent longtemps aussi vagues qu'à

l'époque de Boyle, qui définissait la combinaison chimique comme une attraction réciproque dépendant de la forme et de la position des atomes. Je rappellerai que Lemery en cherche une explication plus figurée, sinon plus fantaisiste : il imaginait les bases comme des corps présentant des cavités, les acides comme des corps munis de pointes s'emboîtant dans les cavités des bases. On a beaucoup plaisanté les atomes crochus de Descartes, les acides pointus et les bases creuses de Lemery, mais cette idée d'emboîtement ne reparaitra-t-elle pas un siècle et demi plus tard dans la liaison homéopolaire de Lewis-Langmuir? Les termes employés sont différents, mais l'idée est au fond la même.

Quand la théorie atomique se compléta par la notion de valence, celle-ci n'était à l'origine qu'une notion empirique, un nombre; les notions de valence et d'atOMICITÉ se confondent. Cette signification purement numérique se modifia lorsque, en 1860, Butleroff imagina les formules de structure, qui devaient représenter le mode d'enchaînement des atomes dans la molécule. Il n'est d'ailleurs pas douteux que les procédés graphiques utilisés pour représenter les relations interatomiques aient contribué pour une large part à créer l'idée que la valence était une force reliant certains points de l'atome; on supposa des pôles d'attraction et la valence devint une force dirigée.

Quelques années après, Lebel et van t'Hoff assignaient aux valences du carbone une symétrie tétraédrique; on sait combien furent brillantes les confirmations expérimentales de cette conception; elles fixèrent profondément dans les esprits le caractère vectoriel de la valence. C'est essentiellement à la chimie organique que l'on doit cette modification progressive de la notion de valence; elle avait aussi accrédité l'invariabilité du nombre de valences dont disposait un atome : de son atOMICITÉ, et, pour Kékulé, cette règle était un dogme.

Cependant, l'existence des deux chlorures de phosphore par exemple, avait, dès l'origine de la théorie de la valence, obligé à

accepter des dérogations au dogme, à admettre deux catégories de valences; néanmoins, chaque valence restait une entité : un atome employait une ou plusieurs valences entières à s'unir à un autre.

Dans la très remarquable lecture que nous fit ici même l'an dernier notre confrère M. P. Bruylants, il a montré comment, à cette théorie de l'invariabilité et du caractère vectoriel de la valence, vint s'opposer la théorie de Werner, qui lui substitua la notion d'un champ de force continu, dans lequel la valence ne préexiste pas comme vecteur.

Selon Werner et ses commentateurs, l'atome possède une certaine quantité d'affinité, force centripète agissant également en tous les points de la surface de l'atome, supposée sphérique, surface qui n'est autre chose qu'une surface équipotentielle du champ atomique.

Quand deux atomes s'unissent, la fraction d'affinité employée à la liaison délimite sur la sphère atomique une calotte sphérique dont l'étendue varie avec la nature de l'atome fixé, d'autant plus grande que l'affinité mise en jeu est plus considérable. C'est de l'arrangement de ces surfaces de fixation que dépend la configuration spatiale des molécules.

Werner n'interprète ainsi que les valences principales; il estime que nous ne disposons pas d'une documentation suffisante pour discuter le mécanisme de liaison par des valences secondaires. On peut dire cependant que, comme les calottes sphériques constituant les surfaces de liaison par valences principales ne couvrent pas toute la sphère, les portions encore libres servent à la fixation des atomes maintenus par des valences secondaires. L'atomicité n'est plus, pour Werner, qu'une notion purement empirique et accidentelle : elle ne dépend pas d'un seul atome, mais de la nature de tous ceux qui s'assemblent en une molécule.

Ce sont des conditions de symétrie extérieures à l'atome central qui amènent les configurations tétraédriques et octa-

édriques dont Werner a su établir l'existence dans les complexes minéraux et dont la démonstration constitue peut-être la partie la plus remarquable et la plus durable de son œuvre.

Car, il faut le reconnaître, la théorie des surfaces de fixation a conduit, sinon Werner lui-même, du moins certains de ses adeptes, à des conclusions bien difficiles à défendre avec succès.

Par exemple, un atome épuiserait à se combiner à d'autres des portions de sa surface d'affinité d'autant plus étendues que son affinité pour ces atomes est plus forte; la surface restée disponible pour de nouveaux atomes en sera d'autant plus réduite.

On sait que cette proposition a été formulée explicitement sous le titre de capacité affinitaire variable et qu'on a cherché à expliquer par elle la rupture facile de certaines molécules comme celles de l'acide trichloracétique, de l'hexaphényléthane. Les deux atomes de carbone, ayant épuisé la presque totalité de leur affinité pour fixer le chlore et l'oxygène dans l'acide trichloracétique, les six phényles dans l'hexaphényléthane, ne disposent plus que d'une part d'affinité très réduite pour s'unir l'un à l'autre. Il suffira de peu d'exemples pour prouver qu'une telle interprétation est incompatible avec les faits : l'acide trifluoracétique est beaucoup plus réfractaire à la fracture que l'acide trichloracétique, alors que le fluor, dont l'affinité pour le carbone est très supérieure à celle du chlore, devrait absorber une part d'affinité beaucoup plus grande et rendre ainsi plus fragile encore la liaison entre les deux atomes de carbone.

D'autre part, le trifluorure d'antimoine devrait fixer beaucoup moins solidement deux atomes de chlore supplémentaires que ne le font le trichlorure ou le tribromure : c'est exactement l'inverse que l'on observe.

Et nous ferons observer à ce propos que, si l'on admet les théories de Werner, il s'en déduit que plus les surfaces d'affinité sont réduites, plus il y a place pour des atomes supplémentaires; l'atomicité croîtrait donc en raison inverse de l'affinité de l'atome

pour les éléments auxquels il se combine, ce qui ne semble guère se vérifier : c'est vis-à-vis du fluor que tous les éléments manifestent leur atomicité maximale.

Il est encore d'autres critiques que l'on peut formuler à la théorie de Werner, ou tout au moins à la forme sous laquelle elle est présentée. Régulièrement y intervient cette notion de portion d'affinité mise en jeu, comme si l'atome disposait d'une réserve d'affinité ; or, un atome isolé n'a pas d'affinité. L'affinité a d'ailleurs une définition et une mesure thermodynamique précises, inconciliables avec la signification que Werner lui assigne.

Et il me sera permis peut-être de faire ici une remarque : on voit, à l'exemple de Werner, utiliser indifféremment les termes de valence, d'affinité, de capacité affinitaire. Notre science souffre de cette terminologie ambiguë et elle traverse à ce point de vue une période à celle dont a souffert il y a quelque quatre-vingts ans la physique, lorsque la notion précise d'énergie ne s'était pas encore dissociée de celle de force, et que Helmholtz donnait comme titre à son célèbre mémoire sur la conservation de l'énergie : *Ueber die Erhaltung der Kraft*.

Toutes les théories que nous venons de rappeler, si l'on peut appeler théories des tentatives de représenter des faits d'observation dans le cadre de la théorie atomique, ne touchaient guère à la cause, au mécanisme de la liaison interatomique. Werner, il est vrai, parlait d'affinité, d'autres de capacité affinitaire, d'autres encore de forces dirigées ; mais quelle était l'origine de ces forces, de ces parts d'affinité ?

Les chimistes n'avaient pu répondre à cette question ; les physiciens allaient leur venir en aide.

Pendant la période héroïque, où la lutte était dure pour les protagonistes de la théorie atomique, les physiciens ne s'étaient guère intéressés aux atomes : ils assistaient, en spectateurs

quelque peu dédaigneux et sceptiques, au combat qui se livrait autour de ces petites boules.

Mais, à leur tour, ils découvrent des atomes : les atomes d'électricité, et cette découverte s'adapte merveilleusement à la théorie de l'ionisation que, presque simultanément, a formulée Arrhénius. Townsend démontre l'équivalence de la charge de l'ion monovalent avec celle de l'électron ; la tentative de Newst d'expliquer le phénomène de l'ionisation par une réaction de double décomposition entre la molécule chimique et le neutron, molécule hypothétique d'électricité neutre sans masse newtonienne, ne résiste pas à l'épreuve, car on ne parvient pas à isoler un électron positif sans poids. L'électron doit donc faire partie de l'atome.

Les phénomènes de désagrégation atomique accompagnant la radioactivité forcent à la même conclusion, et dès lors les atomes vont prodigieusement intéresser les physiciens. Quel est le résultat de leurs recherches ?

En une suite d'admirables travaux, Rutherford et ses collaborateurs établissent que l'atome est constitué d'un noyau central positif, dont ils mesurent le rayon et la charge. Autour de ce noyau, formé lui-même par des ions d'hydrogène, ou protons, et d'électrons, orbitent des électrons dont le nombre est déterminé par le numéro d'ordre de l'élément dans le système périodique, dont la signification physique est mise en relief par Moseley. Ce nombre atomique varie de 1, pour l'hydrogène, à 92, pour l'urane. Restait à établir la répartition des électrons planétaires. Il n'était pas difficile de se représenter un atome d'hydrogène : un noyau formé d'un proton, autour duquel orbite un électron. Mais à mesure que le nombre d'électrons extranucléaires augmente la multiplicité des arrangements possibles croît avec une effrayante rapidité.

Je ne pourrais passer en revue les différents modèles atomiques qui furent proposés : à l'atome de Thomson succéda l'atome de Rutherford, aujourd'hui remplacé par l'atome de Bohr, lequel ne diffère en principe de l'atome de Rutherford que par les

conditions imposées pour que l'atome constitue un système en équilibre.

Comme la plupart d'entre vous le savent, Bohr admet que les électrons extranucléaires sont répartis en une série de couches ou enveloppes concentriques, chacune d'elles étant caractérisée par des niveaux d'énergie potentielle et cinétique déterminés. Bohr a déduit cette obligation pour un électron de se maintenir à un niveau énergétique moyen constant de la théorie des quanta ; peut-être pourrait-on dire ici que c'est de la formule inverse qu'il faut user. Cette obligation, dont nous ignorons la cause, a pour conséquence l'émission ou l'absorption d'énergie par quanta, dont Bohr fit ainsi apparaître la signification jusqu'alors quelque peu mystérieuse. Si l'atome a la structure que lui supposent Rutherford et Bohr, la théorie des quanta s'en déduit comme une inéluctable nécessité.

Le nombre d'enveloppes électroniques est fixé par le numéro d'ordre de la période à laquelle appartient l'élément dans le système de Mendeleeff.

Dans la théorie de la genèse des atomes, telle que l'a exposée Bohr, l'augmentation d'une unité dans le nombre atomique correspond à la fixation d'un électron complémentaire dans la couche périphérique, correspondant à un accroissement équivalent de la charge du noyau. Nous verrons tout à l'heure que Bohr a dû apporter quelques restrictions à cette formule.

Lorsque la couche extérieure s'est ainsi complétée apparaît une nouvelle couche-enveloppe : une nouvelle période commence.

Ici se pose la question : quand la couche extérieure est-elle complète ?

On admet qu'un atome dont toutes les coques électroniques sont complètes constitue un système en équilibre stable, qui ne tend plus à se modifier et dont l'aptitude de réagir spontanément est par conséquent nulle. Seuls les argonides sont dans le cas.

Or, on a été conduit, en s'appuyant sur des considérations d'ordre à la fois physique et chimique, à admettre que la coque

électronique extérieure des argonides comprend huit électrons, sauf pour l'hélium, dont l'enveloppe unique ne renferme que deux électrons. La figure 1 représente la répartition électronique dans l'atome du chlore.

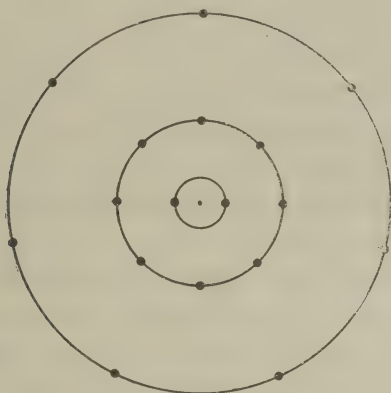


FIG. 1. — Atome du chlore.

Telle est, résumée dans ses grandes lignes, la configuration de l'atome de Bohr. Elle permet de donner à l'intervention de la théorie des quanta une interprétation de l'origine des spectres et de la répartition des raies spectrales qui impose l'admiration par son extraordinaire concordance avec les faits observés; aussi a-t-elle suscité chez les physiciens un véritable enthousiasme.

A-t-elle résolu avec une égale perfection le problème de la combinaison chimique, c'est-à-dire de la liaison interatomique?

Nous venons de dire qu'on pose en postulat que l'équilibre stable dans l'enveloppe électronique n'est réalisé que lorsque la couche périphérique de cette enveloppe compte huit électrons. Dès lors, dans tout atome dont la couche extérieure renferme moins de huit électrons, il y aura tendance soit à compléter cette enveloppe par adjonction d'électrons complémentaires, soit à s'en dépouiller complètement par élimination.

C'est cette tendance qui caractérise l'aptitude réactionnelle de

l'atome; l'élimination d'électrons donne lieu à la formation d'ions positifs, la captation d'électrons complémentaires à celle d'ions négatifs; le nombre d'électrons perdus ou captés détermine l'atomicité de l'élément qui, notion jadis purement empirique, prend une signification physique précise.

Pour Kossel et ses adeptes, c'est à ce seul mécanisme que se réduit l'immense majorité des réactions chimiques, la liaison interatomique étant assurée par l'attraction mutuelle des ions, attraction électrostatique résultant de leur polarité.

Cette théorie se heurte à de sérieuses difficultés : tout d'abord, elle n'explique pas pourquoi certains éléments, comme le cuivre, peuvent former deux espèces de combinaisons; pourquoi ils donnent naissance à deux ions de même polarité, mais de charge inégale. Il faut faire appel à une hypothèse complémentaire, admettre qu'un électron peut passer de la couche périphérique à une couche plus profonde ou réciproquement. Cette permutation n'exigerait qu'un quantum d'énergie très faible, ce qui la rend exécutable par des moyens dont disposent les chimistes. Quelque ingénieuse que soit cette explication, elle ne paraît pas rendre un compte satisfaisant du fait que l'argent, homologue du cuivre et dont la constitution atomique est très semblable à celle de ce dernier, ne forme pas de composés bivalents stables, alors que les électrons devraient pouvoir changer d'autant plus aisément de niveau que l'atome compte plus de coques électroniques. On rencontre une deuxième difficulté, beaucoup plus grave, à interpréter d'une manière satisfaisante la combinaison de deux atomes de même espèce, telle la molécule d'oxygène ou de chlore, ou même à expliquer la genèse des innombrables combinaisons du carbone.

Ce dernier est, en effet, dans une position vraiment angoissante : sa coque périphérique renfermant quatre électrons, il se trouve équidistant de l'hélium et du néon et aussi pourrait, soit en perdant, soit en gardant quatre électrons, retourner au type argonide stable.

Il n'a aucune raison de choisir une solution plutôt que l'autre et nous, de lui donner un conseil. Il ne lui resterait, comme à un équidé célèbre, qu'à rester éternellement dans cette situation pleine de perplexité et à refuser de se combiner à lui-même. Or, nous ne le voyons pas se résigner à cet isolement; aucun élément, au contraire, ne possède au même degré la tendance à constituer des noyaux homéotomiques. Devant une telle méconnaissance des lois de Kossel, il n'y a qu'une mesure à prendre : prononcer contre lui l'excommunication majeure; le carbone étant un élément aussi singulier, on ne s'occupera plus de lui.

Mais les chimistes ne se résignent pas volontiers à faire table rase de l'imposante contribution qu'a apportée à la chimie l'étude des combinaisons du carbone; ils n'oublient pas que c'est à la chimie organique que nous devons le plus clair de nos connaissances sur la structure moléculaire, et notamment cette notion fondamentale de la conservation du type dans les réactions par substitution. Or, comme le fait observer Lewis, la liaison ionique ne permet pas de rendre compte de la stabilité des arrangements atomiques, en particulier dans les substances organiques, chez lesquelles la permanence du type, même dans des réactions brutales, comme la chloruration ou la nitration, implique l'existence d'isomères permanents. Dans la théorie de Kossel, l'isomérisie vraie devrait être l'exception et la tautomérisie la règle.

Il fallait trouver autre chose; c'est Lewis et Langmuir qui le tentent en créant la théorie de l'octet et de la liaison homéopolaire.

Comme Kossel, ils attribuent l'aptitude rationnelle de l'atome à la tendance de s'entourer d'une coque électronique complète de huit électrons; mais, à côté du procédé de captation et d'élimination donnant naissance à des ions, reprenant une hypothèse déjà formulée par Ramsay, ils admettent que deux atomes peuvent

mettre des électrons en commun, à raison de deux par valence, chacun des atomes contribuant par un électron à la constitution du doublet électronique. Les deux électrons du doublet répartissent également leurs lignes de force vers les deux noyaux et jouent ainsi le rôle d'organe de liaison. Cette liaison est dite homéopolaire, ou liaison de covalence. Au modèle dynamique de Bohr on substitue un modèle statique; les huit électrons de la coque électronique extérieure se disposent au sommet d'un cube.

Le modèle de Bohr n'exclut d'ailleurs pas la symétrie cubique des orbites électroniques.

Dans la liaison homéopolaire les deux cubes ont une arête commune lorsque les deux atomes sont unis par une valence, une face commune lorsque la liaison est double. La figure 2 est la représentation, à l'intervention de cette théorie, de la molécule de fluor, l'une des plus simples.

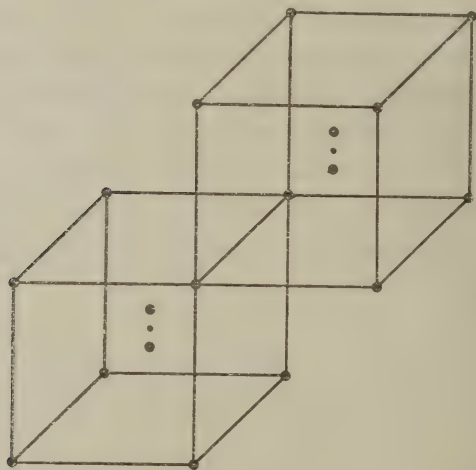


FIG. 2. — Molécule de fluor.

L'atome de Bohr est superbe, mais quand on le présente aux chimistes, ceux-ci le regardèrent avec une respectueuse admira-

tion, puis ajoutèrent : « d'un aussi bel objet nous ne saurions construire la moindre molécule sans le détériorer ».

L'octet Lewis-Langmuir offrait par contre de sérieux avantages : il permettait de rendre compte de la formation des molécules. Or, c'est la molécule qui intéresse essentiellement le chimiste : tout d'abord elle est l'espèce chimique par excellence ; ensuite c'est lorsqu'il fait partie de cette société qu'est la molécule que l'atome dévoile ses vices et ses vertus, montre toutes ses aptitudes. Pour le bien connaître, c'est dans la molécule qu'il faut l'observer de préférence. Je sais qu'on pourrait objecter que bien des réactions sont des réactions d'ions et que les ions sont des atomes isolés ayant pris ou perdu des électrons. Mais cela n'est vrai que pour les métaux et les halogènes : dans les autres ions nous retrouvons des groupes d'atomes assimilables à des molécules.

Est-ce à dire que l'octet de Langmuir et Lewis répond à tous nos besoins ?

Nous en sommes loin : l'octet cubique est une tentative faite en vue de concilier le postulat que tout atome tend vers l'état de répartition électronique stable des argonides avec la nécessité de rendre compte à la fois de la liaison ionique et de la combinaison entre atomes homéopolaires.

Mais il est impossible d'interpréter à son intervention l'existence de combinaisons telles que PCl_5 , SFl_6 , à moins d'admettre pour le premier un ion PCl_4^+ , dans lequel les 4 atomes de chlore sont groupés en un octet, tandis que le cinquième atome de chlore, ayant pris un électron au phosphore, devient un ion négatif. On ne trouverait guère de chimiste disposé à admettre que dans PCl_5 il y ait un atome de chlore ainsi différencié.

L'hexafluorure de soufre est, d'autre part, un corps d'une inertie extraordinaire ; il ressemble singulièrement à cet égard aux argonides et rien n'autorise à admettre que le fluor soit fixé au soufre par des liaisons ioniques. Dès lors il doit exister dans

ce composé 6 liaisons homéopolaire; la coque électronique extérieure doit, dans la théorie du doublet, renfermer 12 électrons (fig. 3). Elle est néanmoins d'une remarquable stabilité, tandis que l'octet du tétrachlorure de soufre est très fragile.

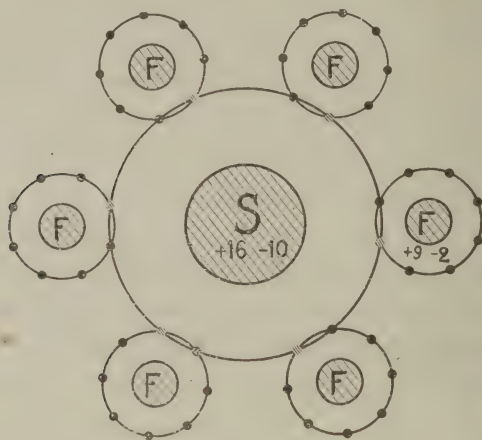


FIG. 3. — Hexafluorure de soufre.

On reconnaît par ces exemples qu'on ne peut ériger en postulat général la nécessité de constituer un octet électronique comme cause de la réactivité d'un atome.

Il apparaît encore plus douteux que cet octet soit cubique.

L'existence d'un groupement tétraédrique autour de l'atome de carbone dans les composés organiques de la série grasse est l'un des faits que les chimistes s'accordent à reconnaître comme des plus sérieusement établis : les travaux de Bragg sur la structure du cristal de diamant, cette molécule géante, sont venus lui apporter une éclatante confirmation. Pour la concilier avec la théorie de l'octet, il faut admettre une déformation profonde du cube. Lewis est d'ailleurs disposé à admettre dans certains cas d'autres figurations que le cube; par contre il attache plus de poids au doublet comme élément de liaison dans la valence homéopolaire et, parmi ses arguments, il invoque que dans l'im-

mense majorité des combinaisons, la somme des électrons est un nombre pair.

Il n'est cependant pas oiseux de faire remarquer que la somme de deux nombres impairs est également un nombre pair et qu'on pourrait concevoir des liaisons interatomiques résultant de la mise en commun d'un seul électron. Stark avait déjà émis cette hypothèse, notamment pour l'ammoniaque.

C'est particulièrement pour les halogènes, auxquels il suffit d'un électron pour compléter leur coque extérieure, que ce mode de liaison est probable et qu'on peut ainsi rendre un compte satisfaisant de l'existence de complexes qu'ils forment avec les sels haloïdes, et notamment de l'eau I_3 , dont la structure serait représentée par la figure 4.

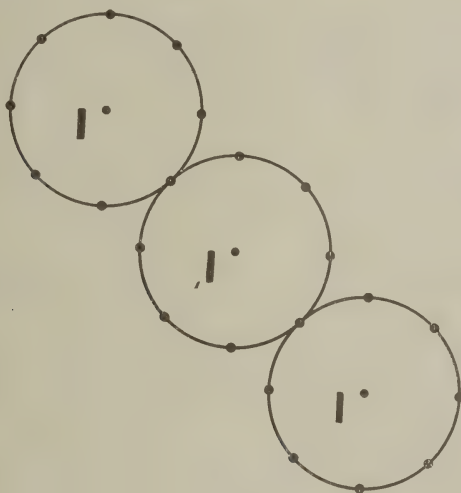


FIG. 4.

Une telle disposition expliquerait la coloration de cet ion, différente de celle de l'iode dans ses dissolvants, non ionisante.

De même, la constitution de quelques hexafluorures, tels UFl_6 , $TuTl_6$ (fig. 5), pourrait s'interpréter par une configuration analogue, la coque électronique de l'atome de tungstène ne comprenant que 6 électrons.

Dans une telle formule, nous renonçons non seulement à l'octet cubique, mais même à tout octet, pour lui substituer une coque électronique à symétrie octaédrique. Je crois, d'ailleurs, que cette liaison monoélectronique avec formation d'un sextet octaédrique est plus fréquente qu'on a bien voulu l'admettre et qu'elle se retrouve notamment dans de nombreux ions complexes, comme SiF_6^{--} , PtCl_6^{--} , dans lequel Kossel n'admet que des liaisons ioniques pures (fig. 6). En effet, ces ions sont des

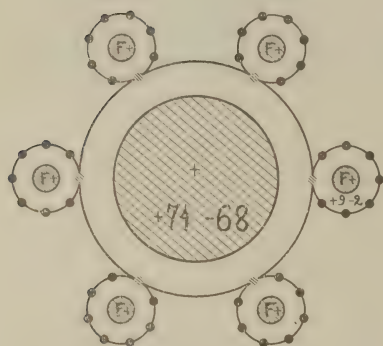


FIG. 5. — Hexafluorure de tungstène.

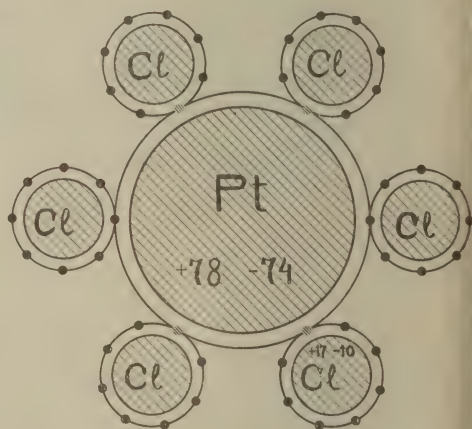


FIG. 6. — Ion chloroplatinique.

complexes très robustes, souvent presque aussi parfaits que les composés organiques; les ions constituants y sont, comme on dit, complètement masqués.

Or, si l'on admet avec Kossel que l'ion chloroplatinique, par exemple, résulte de l'attraction interionique des 6 ions de chlore et de l'ion de platine, on n'explique pas pourquoi l'ion de chlore s'y comporte autrement que dans le chlorure de calcium, par exemple.

A la similitude dans la solidité des complexes dont nous venons de parler et des complexes organiques doit correspondre, nous semble-t-il, une similitude dans les liaisons; or, on peut dire que la liaison monoélectronique est une demi-

covalence et qu'elle crée à la fois des octets autour des atomes d'halogène, un sextet autour de l'atome central ⁽¹⁾.

Que la covalence se réalise à l'intervention de deux électrons ou d'un seul, il n'est pas douteux que le niveau énergétique des électrons de la coque périphérique doit être modifié du fait qu'ils sont astreints à faire simultanément partie du système électronique de deux atomes.

Si, dans l'union du fluor au tungstène, l'enveloppe de l'atome central s'éloigne fortement du noyau, on pourra prévoir que les électrons qu'il a mis en commun avec l'atome de fluor appartiendront beaucoup plus à ce dernier qu'à l'atome de tungstène et que, sous l'action d'une cause extérieure appropriée, le complexe se désagrègera en 6 ions de fluor négatifs et 1 ion de tungstène positif.

Car deux associés copropriétaires n'ont pas nécessairement des droits égaux, et lors d'une liquidation il pourra se faire que, le bien étant indivisible, l'un d'eux le garde en entier sans qu'il soit question d'indemnité.

La copropriété des électrons à titre égal n'existe probablement que dans les molécules formées d'atomes identiques, comme dans la molécule géante qu'est un cristal de diamant; dès que les deux atomes sont d'espèces différentes, les électrons mis en commun sont plus solidaires de l'un que de l'autre, leur champ est plus intense vers l'atome le plus métalloïdique. A la limite, leur champ individuel vers l'atome métallique s'efface: il n'existe plus que le champ résultant, provenant de l'ensemble de l'ion négatif, et il apparaît une électrovalence, une liaison ionique typique.

On ne saurait donc établir une différenciation formelle entre les deux types de valence; et cependant on l'a tenté.

La liaison ionique, dit-on, se réduit à une attraction élec-

(1) On peut étendre cette interprétation à bien d'autres ions complexes, dans lesquels la symétrie sera octaédrique ou tétraédrique.

trostatique de masses chargées n'ayant, si l'on peut s'exprimer ainsi, pas de relations matérielles entre elles; aucune condition de niveau énergétique ne s'impose à leur position relative. L'atome ionisé par perte ou gain d'électrons est le centre d'un champ isotrope dont les lignes de force iront aboutir à toutes les charges de signe opposé qui l'entourent, en ordre principal aux ions les plus voisins. Le fractionnement du champ de force est théoriquement illimité; cependant, des conditions de symétrie viendront pratiquement limiter le nombre de charges effectivement fixées et déterminer les directions principales suivant lesquelles les attractions s'exercent. Dans l'association par liaisons ioniques, l'atomicité perd toute signification quantitative, la valence tout caractère vectoriel.

Par contre, les liaisons homéopolaires sont des entités indivisibles et leur nombre est invariable pour un atome donné, il est déterminé par le nombre d'électrons que ce dernier peut mettre en commun.

Cette mise en commun implique des conditions d'orientation qui deviennent évidentes si l'on admet l'octet cubique.

Faire ces distinctions, c'est affirmer que les lignes de force de l'électron de covalence ne peuvent être dirigées que vers les noyaux des deux atomes qu'il relie. Or, cette restriction qu'on impose à l'électron négatif n'existerait pas pour l'électron positif, l'ion d'hydrogène, auquel on reconnaît la faculté d'émettre des lignes de force vers plusieurs atomes. Il n'est dès lors aucune raison plausible de refuser la même faculté à l'électron négatif, l'organe de la covalence, et de reconnaître la possibilité d'émission de lignes de force vers d'autres atomes que ceux qu'il relie en ordre principal. Ces derniers, dont l'électron fait partie, deviendront par là solidaires, non seulement des atomes auxquels nous les associons dans nos formules de structure, mais encore de tous ceux avec lesquels les électrons de valence sont en relation par des lignes de force.

Ainsi apparaît, dans la théorie électronique de la valence,

l'explication de cette solidarité fonctionnelle dont notre confrère L. Henry avait, avec autant de jugement que de finesse, reconnu l'importance.

Depuis, la chimie physique a singulièrement enrichi nos connaissances dans ce domaine, nous permettant notamment de déceler ces relations médiatees dans des molécules d'aptitude réactionnelle médiocre.

Car, comment expliquer autrement que par des liaisons électroniques ou l'intervention de champs magnétiques la variabilité des constantes électro-optiques avec la position relative des atomes dans la molécule?

La cohésion, l'association moléculaire, la formation des combinaisons additionnelles doivent également leur origine à cet épanouissement du champ de l'électron de covalence, au moins dans les substances organiques, où la covalence est la règle. Je m'étendrais trop facilement sur ce sujet, et pour ne pas dépasser le cadre que je me suis imposé, je reviens à la molécule. Nous voyons dans ce monde minuscule un réseau de lignes de force dont les électrons sont les centres de distribution et grâce auquel tous les atomes, comme les abonnés d'un réseau téléphonique, sont mis en rapports plus ou moins immédiats. Entre certains d'entre eux les communications sont difficiles et rares, et le rôle qu'elles jouent dans leurs existences respectives est minime; ils semblent s'ignorer; les électrons de liaison donnent trop rarement la communication. Ils sont trop absorbés par les appels continuels des abonnés de leur secteur et surtout de ceux qui possèdent des postes multiples. Ces derniers, en perpétuelles relations, ont des vies sociales qui s'interpénètrent à chaque instant et rien de ce qui touche l'un ne peut laisser l'autre indifférent.

Au poste d'écoute, l'observateur superficiel ou dur d'oreille n'entend que leurs conversations; il ne perçoit pas celles qui, affaiblies, s'échangent entre des secteurs éloignés; les relations immédiates sont les seules qu'il saisisse. C'est ainsi qu'apparut

la société moléculaire aux premiers chimistes qui l'étudièrent, quand les moyens d'investigation étaient encore rudimentaires.

La position d'équilibre de ces électrons de liaison, avec leurs tubes de force, de directions et d'intensités diverses, ne saurait être celle de l'électron de l'atome isolé qu'étudie le physicien, et tous les électrons d'une même couche ne peuvent être au même niveau énergétique.

Une influence extérieure, agitation thermique, rayons lumineux, peut les déplacer de cette position d'équilibre stable, pour les faire passer sur un autre niveau d'énergie, et nous n'avons aucune raison de supposer que ce passage, de même que le retour au niveau initial, puisse procéder d'un mécanisme différent de celui qui gouverne le saut d'un électron d'une orbite à une autre dans l'atome isolé : il doit avoir le même caractère de discontinuité.

Bien souvent, sans doute, ce déplacement ne correspond qu'à une variation minime d'énergie potentielle, à l'absorption d'un quantum d'énergie très petit, et l'on peut conjecturer que certains des déplacements successifs ne se décèlent que par des variations donnant l'illusion de la continuité.

Dans la molécule, l'atome isolé et presque purement réceptif qu'étudie le physicien a fait place à l'atome associé à des voisins, devant assurer des liaisons avec ses semblables dans les conditions les plus variées.

Ainsi, un jour de revue, un régiment, avec ses compagnies bien alignées, conservant rigoureusement les distances réglementaires, se présente sous un tout autre aspect que lorsque, faisant partie d'une division en manœuvre, il doit assurer sa liaison avec les autres unités.

Il en est de même pour l'atome ; la belle ordonnance de l'atome de Bohr a disparu dans la molécule, surtout quand elle est quelque peu complexe.

Soumis à des sollicitations extérieures, attraction ou répulsion des atomes de molécules étrangères, heurté, irradié, l'atome

est, dans l'ensemble moléculaire, dans un état de transformation continuelle; ses électrons reviennent, reculent à grands ou petits pas, gagnant ou perdant des quanta d'énergie correspondants.

Le chimiste ne peut suivre dans ses détails chacune de ces modifications temporaires ou permanentes; il n'en perçoit presque toujours que la résultante; elles définissent pour lui l'aptitude réactionnelle de l'atome ou, pour me servir d'un terme aujourd'hui en honneur, ses potentialités.

Ainsi le chef d'armée, lorsqu'il conduit ses unités au combat, ne voit ni ne contrôle les mouvements individuels des hommes qui les composent; ce qui lui importe, c'est la valeur de chacune de ses unités; son mérite consiste à savoir utiliser pour le mieux les qualités intrinsèques de chacune d'elles.

Mais il serait un piètre général si, oubliant que ses régiments sont faits d'hommes, il jugeait inutile de s'intéresser à leur vie physique et morale.

Le chimiste aussi mène les atomes et les molécules à la bataille; il ne saurait être un stratège ou un tacticien heureux que s'il connaît les aptitudes et la mentalité de ses soldats, les électrons valentiels. Mentalité d'ailleurs variable, puisqu'elle est faite de contingences dont il devra tenir compte dans ses plans de campagne. Ces contingences, il les pressent, il les devine, il les localise même par les résultats plus ou moins heureux de ses combinaisons tactiques. On peut dire qu'en cette matière, l'acuité de sa sensibilité donne la mesure de son talent, sa prescience, ses facultés intuitives, celle de son génie.

Cependant, reconnaissons-le, le chimiste n'est le plus souvent en matière électronique ni un physiologiste, ni un psychologue spécialisé, et c'est au physicien qu'il aura recours pour s'éclairer. Parfois ses questions révéleront au physicien des problèmes nouveaux et cet échange de vues sera hautement profitable à l'un et l'autre interlocuteurs.

On a pensé et même écrit que d'ici à échéance plus ou moins

prochaine, la chimie ne serait plus qu'une partie de la physique. Je me permets d'en douter.

Réduire, par exemple, l'étude des sucres à un problème de mécanique électronique est aussi utopique que de charger un chimiste de résoudre un problème de génétique, sous prétexte que les phénomènes vitaux sont essentiellement des réactions chimiques.

La discipline, la technique, l'objectif des sciences expérimentales se sont trop différenciés pour permettre l'absorption de l'une par l'autre; la division du travail est une règle devenue malheureusement nécessaire.

A observer les phénomènes sous certains aspects, à les provoquer dans des conditions déterminées, le chimiste ou le physicien ont affiné leurs méthodes et leur pensée en la spécialisant; ils ont acquis ainsi des connaissances sur le monde matériel qui ne correspondent, il est vrai, qu'à une vérité relative; mais ces connaissances sont qualitativement supérieures.

En les confrontant, ils obtiendront une image plus fidèle de la réalité.

J'ai déjà abusé des comparaisons, et sans doute en est-il qui les trouveront peu heureuses; vous voudrez bien me pardonner d'en risquer une dernière.

Les images que le chimiste et le physicien obtiennent par l'observation de la molécule sont comme les photographies d'un objet prises à travers des écrans de couleurs différentes et que l'on superpose dans la photographie trichrome. Seule cette superposition peut donner une reproduction plus ou moins exacte.

Encore faut-il que les photographies soient faites avec le même appareil et dans des conditions de mise au point identiques. Est-il bien certain que le chimiste et le physicien mettront toujours au point sur le même plan de l'objet ?

Quelle que soit d'ailleurs la concordance des images, elles n'en sont pas moins des images, puisqu'elles tendent à la

représentation des molécules à l'intervention d'hypothèses.

Les chimistes ont formulé l'hypothèse atomique ; on sait avec quel succès, puisque aujourd'hui personne ne doute plus de son objectivité. A leur tour les physiciens nous ont donné l'électron dont l'existence est aussi certaine que celle de l'atome ; ils nous ont apporté aussi la théorie des quanta, grâce à laquelle Bohr a pu construire un atome que nous cherchons à adapter à nos connaissances objectives.

L'hypothèse joue donc un rôle considérable dans les théories que nous avons passées en revue, bien imparfaitement d'ailleurs, et certains pourraient être enclins à penser que de ce chef ces théories ne sauraient prendre place dans une science positive.

Avant de prononcer cette exclusion, rappelons-nous le passé et songeons au rôle bienfaisant de l'hypothèse, sainement compris, dans l'évolution de la science.

L'hypothèse, objectera-t-on, est un produit de notre imagination. Certes, mais l'homme de génie est toujours un peu poète.

Il crée une image plus ou moins fidèle d'une réalité relative, puisque nous ne connaissons jamais l'essence des choses qui nous sont extérieures. Image qu'il s'efforcera de préciser, de modeler, d'adapter à cette réalité et dont parfois l'adaptation est devenue si parfaite qu'elle renferme tout le réel connu.

Quelque imparfaite qu'elle soit, elle est le seul guide auquel nous puissions recourir pour nous hasarder dans l'immensité de l'inconnu, et malheur à celui qui, par excès de rigorisme, en rejettera l'emploi. Il est condamné à piétiner sur place, et faut-il remémorer la lamentable histoire de ceux qui, pour ne pas accepter l'hypothèse atomique de Dalton, se confinèrent dans l'empirisme de l'équivalence?

Aujourd'hui, ceux qui naguère sonnaient le glas de l'atomisme, après s'être retirés sur des positions qui n'étaient pas préparées d'avance, sont en pleine déroute, à moins qu'ils n'aient passé dans le camp adverse.

Cependant, il faut le reconnaître, le prodigieux succès qu'a

valu aux sciences physiques l'intervention des hypothèses dans la recherche nous ont quelque peu grisés, et l'on voit à chaque instant en surgir de nouvelles, dont le bien-fondé est parfois douteux, sauf pour leurs auteurs, qui ne les justifient que par une documentation fort pauvre. Si les facultés imaginatives sont utiles, voire nécessaires, dans la science expérimentale, c'est à la condition de savoir les brider ; si, à l'origine de toute recherche expérimentale, il y a une part de présomption, c'est-à-dire d'hypothèse, jamais il ne faut oublier l'origine expérimentale des théories les plus solidement assises.

Car c'est du laboratoire que sortent les vraies découvertes, celles qui défient l'épreuve du temps et constituent le patrimoine irréductible que nous léguerons à ceux qui viendront après nous.

La Lyse microbienne et la variabilité,

par le Dr J. BORDET, membre de la Classe.

Aux prises avec des problèmes d'une redoutable complexité, le biologiste ne perçoit encore que le contour des choses, il ne pénètre guère dans leur intimité. Il contemple avec une curiosité inquiète de merveilleux mécanismes qui depuis des époques perdues dans un insondable passé accomplissent ce prodige éternellement renouvelé de s'édifier eux-mêmes, obéissant à l'on ne sait quelle inlassable impulsion qui, incessamment recréée et transmise, pourrait sembler immatérielle tant elle reste insaisissable. Armé d'une technique qu'il s'exerce à rendre toujours plus subtile, il décrit laborieusement des structures constituées de matières dont les plus importantes sont les plus mal connues, et qui, pour la plupart, dérobent obstinément sous des voiles opaques le profil de leur architecture moléculaire. Confiant dans l'inépuisable diversité d'une expérimentation souple et féconde, il s'essaie à percer le mystère des multiples fonctions dont l'harmonie réalise l'équilibre vital,

sans pouvoir démontrer comment elles se sont ébauchées et quelle puissance ordonnatrice les a si parfaitement agencées. Étant lui-même l'effet des causes auxquelles il voudrait remonter, il ne se dissimule point qu'il est l'humble jouet des forces dont il cherche à surprendre le jeu, et qu'ainsi les notions recueillies, si cohérentes qu'elles apparaissent du fait que mutuellement elles se contrôlent, n'auront pourtant jamais, considérées dans leur ensemble, qu'une valeur simplement humaine, c'est-à-dire relative. Conscient de la débilité foncière de ses facultés d'intuition ou de divination, il sait que ses recherches le guident bien plus qu'il ne les dirige, et qu'il s'égarerait très vite s'il s'avisait de vouloir devancer le lent progrès qu'assurent les méthodes sévères dont il accepte avec reconnaissance l'impérieuse tutelle. Les résultats consignés dans nos laboratoires, si souvent opposés à nos prévisions que pourtant nous estimions logiques, sont instructifs surtout lorsque étant imprévus ils nous montrent, ainsi disait Pasteur, que la nature n'est pas faite comme nous l'avions imaginée. Ils enseignent la prudence, la méfiance de soi-même et des anticipations captivantes.

Mais le savant courbé sur sa tâche ne saurait, étant homme, résister jusqu'au bout à l'instinctif désir d'une explication immédiate et complète. S'affranchissant parfois de la discipline coutumière qui maîtrisait son impatience, il s'abandonne un moment à son rêve, il médite, il cherche à s'assurer la joie la plus élevée que l'esprit humain puisse s'offrir, trouver une interprétation générale et y croire.

Dans une série de brillantes conférences, notre éminent collègue M. le Prof^r Cuénot expliquait récemment que les biologistes se rangent, selon les conceptions générales auxquelles ils se rattachent, dans trois catégories qui, à son avis, sont très distinctes. A vrai dire, j'avoue que les démarcations entre ces groupes ne me semblent pas si tranchées. Il y a d'abord les agnostiques, gens modestes et résignés que des désillusions répétées ont rendus réfractaires aux hypothèses trop ambi-

tieuses, et qui s'imposent comme règle de se cantonner prudemment dans le domaine des réalités tangibles, en renonçant pour le moment à décider de questions que la science actuelle ne saurait envisager avec fruit. Il y a ensuite les mécanistes. Assurément, tout se passe à nos yeux comme si rien dans le monde n'avait de motif d'exister, et il semble bien que la vie, avec son cortège impressionnant de fonctions et de formes, ne répond à aucun but et n'en poursuit aucun qui ne soit pas elle-même. Au surplus, si elle avait une raison d'être, nul ne pourrait la définir ni préciser comment et par quel singulier caprice elle lui fut assignée. Elle nous apparaît certes comme l'aboutissement inévitable auquel devait conduire, la sélection aidant, l'inexorable déroulement des forces physiques et chimiques qui se combinent et s'enchevêtrent. Mais il ne s'ensuit pas que les mécanismes vivants constitués par ces forces ne puissent être pourvus des potentialités voulues pour se montrer éventuellement capables de s'adapter activement à des nécessités qui surgissent. Nos centres nerveux, agrégats de fibrilles et de cellules comportant de multiples contacts et d'innombrables associations, déterminent des actes qui, conscients ou non, visent des fins utiles, et nous ne savons pas dans quelle propriété profonde et sans doute primordiale de la matière vivante ils vont puiser les capacités fonctionnelles qui, en se spécialisant, leur font jouer ce rôle de coordination et d'appropriation. Personne n'oserait affirmer sans l'ombre d'une hésitation que les forces responsables de l'apparition et du maintien de la vie sont exclusivement celles dont la science actuelle atteste l'existence, ni que les influences connues des mécanistes, la sélection comprise, suffisent à rendre compte, soit de la formation d'organes qui, tel le cristallin, sont des bijoux sertis dans des structures merveilleusement adéquates à leur rôle, soit de l'habile appropriation de fonctions qui souvent, telle la coagulation du sang — pour ne citer qu'un exemple très étudié — témoignent, si l'on peut dire, d'une ingéniosité absolument

déconcertante. Quoi qu'il en soit, il reste dans la conception mécaniste de très graves lacunes; il y subsiste un élément d'agnosticisme tout à fait considérable. Mais il y a, me semble-t-il, des biologistes qui sont des agnostiques sans le savoir, et qui même le sont irrémédiablement pour cette raison qu'ils repoussent toute possibilité de ne plus l'être. Ce sont les finalistes-vitalistes. Ils ont une façon élégante de résoudre le problème : ils le suppriment. Ou tout au moins ils l'éliminent du champ de l'investigation positive en le reléguant dans un domaine que la Science ne connaîtra jamais, puisque par définition il est inaccessible. Ils mettent l'Inconnu soigneusement de côté, dans une case dûment étiquetée, étant bien entendu qu'elle demeure hermétiquement close et que son contenu échappe à toute tentative d'inventaire. Pour eux, la Vie est la réalisation d'un programme méticuleusement préparé. Un principe vital souverain, qui concentre en lui toute l'énigme et que l'on dénomme sans autrement le définir, a tout prévu et tout arrangé. En réalité, cette entité transcendante que certains savants imaginent n'est manifestement pas autre chose que le reflet magnifié mais fidèle de notre personnalité propre, ou, si l'on veut, elle est, dans ce qu'on nomme l'inconnaissable, la projection amplifiée de nos propres facultés édifcatrices, de nos instincts constructeurs, bref de ces aptitudes qui chez l'homme se sont si étrangement affinées et en font un être qui sans cesse combine, assemble, ajuste et bâtit. Faire de cette reproduction de nous-mêmes le principe primordial de la Vie, ériger ainsi en cause première le décalque d'un effet, n'est-ce pas de l'agnosticisme patent, avec cette circonstance aggravante qu'il n'est pas en aveu et qu'il se trouve satisfait de rester ce qu'il est?

Il faut le reconnaître, lorsque nous comparons de la sorte les théories catégoriques émanant des biologistes que tourmente le souci de l'explication intégrale, nous nous bornons en somme à dresser le bilan de leurs espoirs déçus. Sachons nous résigner à n'être, jusqu'à nouvel ordre, que des agnostiques, et reprenons

courageusement le collier. La science ne s'élèvera que par la lente stratification d'apports menus, par la superposition de données fragmentaires, et si je me suis permis ce trop long préambule, c'est que je devais précisément m'excuser de ne vous apporter, dans cette lecture que j'imagine devrait avoir une portée quelque peu générale, qu'un petit fait de détail, une mince contribution sur laquelle cependant votre attention voudra bien s'arrêter, je l'espère, car elle se rattache, par un lien qui, je me hâte de le dire, est encore très précaire, au problème de l'espèce et de la variabilité.

La notion de l'espèce s'est fort heureusement complétée. Fondée essentiellement sur la morphologie, sur la configuration anatomique, elle tient compte aujourd'hui d'une notion nouvelle, la spécificité chimique, que les sérums d'animaux immunisés mettent en relief en permettant le sérodiagnostic des espèces, lequel a conduit à tant d'applications pratiques, lorsqu'il s'agit, par exemple, de préciser la nature d'une maladie contagieuse ou de déceler, en médecine légale, la provenance d'une tache de sang suspecte. La découverte de la spécificité des sérums est l'un des grands services que l'étude de l'immunité a rendus à la biologie générale. La spécificité chimique trouve son substrat dans les innombrables possibilités de composition et de structure des composés protéiques, dont la constitution, n'étant pas exactement la même chez les diverses espèces, fournit à chacune de celles-ci les éléments d'un véritable signalement. Bien plus, outre ce cachet spécifique dont tous les représentants d'une même espèce portent l'empreinte, on est fondé à croire que chaque sujet possède, en raison de particularités à vrai dire plus subtiles, son individualité chimique propre, qui lui confère les caractéristiques auxquelles on peut le reconnaître. Par exemple, les globules rouges de diverses personnes ne sont pas absolument pareils; cette notion fournit des indications capitales pour la technique de la transfusion du sang. Ce qui est vrai des hématies l'est sans nul doute aussi d'autres éléments histologiques

et de nombreux principes en solution dans les humeurs. Aussi n'est il point paradoxal de penser que les particularités physiques ou morales, les traits distinctifs de tempérament ou de caractère qui constituent à chacun de nous sa personnalité, se ramènent en dernière analyse à une question d'architecture moléculaire des protéiques.

Peut-on, à côté de la variabilité morphologique ou fonctionnelle des espèces, surprendre des exemples de variabilité chimique? Il convient, pour traiter cette question, d'opérer sur des êtres relativement simples qui, telles les bactéries, se cultivent à l'état pur et dont les générations se succèdent à de brefs intervalles. On put, il y a une quinzaine d'années, lui apporter une réponse positive, en étudiant le microbe de la coqueluche récemment découvert. Fort exigeant tout d'abord quant à son alimentation, ce bacille se cultive bien sur des substrats nutritifs additionnés de sang frais, mais on parvient, non sans peine, à l'accoutumer à des milieux plus simples, stérilisés à chaud, telle la gélose ordinaire à base de bouillon. Or, on obtient de la sorte une variété nouvelle qui se distingue chimiquement du type originel maintenu sur le milieu au sang. On constate en effet que les sérums fournis par les animaux respectivement injectés des deux cultures sont spécifiquement appropriés à chacune de ces races et permettent de les distinguer. Dans la suite, d'autres expérimentateurs, notamment Arkwright, ont pu même observer, en étudiant, par exemple, des bacilles du groupe coli-typhique, des mutations qui apparaissent sans qu'on ait modifié le milieu nutritif. A un moment donné, au sein d'une seule et même culture obtenue par le repiquage répété des microbes issus primitivement d'une colonie isolée, c'est-à-dire de la reproduction d'un germe unique, on constate presque régulièrement la présence de deux types microbiens que la technique permet de séparer l'un de l'autre et que l'on peut distinguer non seulement par l'aspect de leurs cultures sur les milieux liquides ou solides, mais aussi, au point de vue

chimique, grâce à la spécificité des sérums fournis par les animaux auxquels on les a injectés. Il s'agit en quelque sorte d'un dédoublement de la personnalité chimique. Quel peut en être le déterminisme ? Il semble qu'un agent occulte capable de présider à l'évolution des cultures règle l'équilibre entre l'hérédité et la variation et autorise certaines mutations tout en assurant le maintien de caractères fondamentaux. On peut concevoir l'existence d'un principe qui, ne s'épuisant jamais pour la raison qu'il est incessamment reproduit au cours de la multiplication des germes, astreint régulièrement les générations successives à suivre une direction tracée, de même qu'un rail toujours présent devant une locomotive intervient toujours activement pour l'empêcher de dévier, mais peut aussi, en se bifurquant, procurer à l'engin la possibilité d'atteindre une nouvelle destination. Nous allons voir qu'en réalité on peut trouver, dans les cultures, des principes chimiques qui semblent bien être aptes à gouverner l'évolution des bactéries et à commander leur devenir, en ce sens qu'ils permettent l'avènement, le maintien ou la prédominance de certains types microbiens et se comportent parfois comme de puissants facteurs de mutation. Ils sont capables de provoquer des phénomènes lytiques, et ceci nous invite à nous demander sous quels aspects et dans quelles conditions la lyse microbienne, c'est-à-dire la destruction ou la dissolution des corps des bactéries, est susceptible de se présenter.

La lyse peut s'observer dans des cas multiples et dépendre de déterminismes très différents qu'il faut se garder de confondre. Un exemple fort important de lyse, connu déjà depuis longtemps, est celui de la destruction du vibron cholérique au contact des humeurs des animaux immunisés contre ce germe. Ce phénomène a joué un grand rôle dans l'étude du mode d'action des sérums et du mécanisme de l'immunité acquise. Un autre exemple, plus récemment découvert, est en rapport avec l'immunité naturelle à l'égard des microbes banaux qui peuplent notre

ambiance. Fleming a reconnu que certaines sécrétions, notamment les larmes, le mucus nasal, le blanc d'œuf, manifestent vis-à-vis de ces germes un pouvoir lytique très intense qui appartient aussi, quoique avec une moindre puissance, au sérum. Dans un ordre d'idées analogue, on a pu, à l'Institut Pasteur de Bruxelles, mettre en évidence, dans le lait de femme, une propriété antimicrobienne extraordinairement prononcée. On sait qu'on ne peut éloigner du sein maternel l'enfant qui vient de naître et le soumettre à l'alimentation artificielle sans l'exposer à de graves dangers d'infection intestinale. On constitue aisément une collection des microbes divers qui, véhiculés par les poussières, abondent dans l'air que nous respirons et entrent incessamment en contact avec notre organisme. Or, si l'on délaie de tels microbes dans quelques centimètres cubes de solution physiologique de sel marin, de façon à préparer une suspension opaque, il suffit d'introduire dans celle-ci une gouttelette de lait de femme pour y déterminer, en quelques minutes, une clarification qui dans la suite peut devenir totale; les microbes se détruisent en se résolvant en imperceptibles débris. Ce pouvoir lytique est extrêmement intense dès le début de la sécrétion lactée, c'est-à-dire dans le colostrum, qui de la sorte possède une vertu antiseptique vis-à-vis des germes de la putréfaction. La substance active se rapproche beaucoup par ses caractères de celle qui existe dans les larmes, le blanc d'œuf ou le mucus nasal. Chose remarquable, le lait de vache est considérablement moins actif que celui de la femme, ce qui fournit un argument de plus à ceux qui, avec tant de raison, recommandent aux mères d'allaiter leur enfant. Il semble que le jeune être humain, si frêle et si délicat, a besoin d'une protection plus efficace que les petits d'autres espèces. L'œil étant sans cesse exposé aux souillures extérieures, il est utile qu'il soit baigné d'une sécrétion microbicide; l'humeur aqueuse, au contraire, est protégée contre l'ambiance par le rempart de la cornée. Or, il est curieux de constater que les larmes du lapin possèdent un pouvoir

lytique très énergique dont, chez le même animal, l'humeur aqueuse est totalement dépourvue. Déjà étudiée antérieurement, l'action du lait et autres liquides organiques sur les germes pathogènes est naturellement beaucoup plus faible, sinon nulle; de tels microbes sont pathogènes justement parce qu'ils résistent aux humeurs.

Je me borne à mentionner, dans cette récapitulation, un autre exemple de lyse, sans rapport avec l'immunité, mais qui, étant l'expression de l'antagonisme microbien, joue un rôle capital dans l'harmonie du monde vivant. C'est une notion classique que les bactéries notamment s'emparent des déchets animaux et végétaux et minéralisent ces matériaux alimentaires pour les restituer aux plantes sous une forme assimilable par elles. Cette perpétuelle circulation des substances nutritives risquerait de s'arrêter du fait de leur emmagasinement dans le corps des bactéries elles-mêmes qui se multiplient sans cesse en les utilisant. Ce danger est écarté grâce au pouvoir que possèdent certaines espèces, tels les *Streptothrix*, de sécréter des principes dont une trace suffit pour lyser des quantités considérables de bactéries. On a même pu constater que des microbes vivants sont capables de se nourrir aux dépens des microbes morts de même espèce, dont ils provoquent la dissolution, ainsi que Gratia et Rhodes l'ont signalé.

Les phénomènes ci-dessus énumérés offrent ce caractère commun que le principe actif peut attaquer des bactéries tuées. Ils se distinguent ainsi d'une autre lyse, celle qui nous intéresse aujourd'hui, et que seules les bactéries vivantes sont aptes à subir. Il s'agit du phénomène désigné sous le nom, soit de bactériophagie, soit d'autolyse microbienne transmissible. Découvert par Twort et par d'Hérelle, le principe actif a été trouvé tout d'abord dans certaines matières riches en microbes et aussi en ferments, notamment la lymphé vaccinale et le contenu de l'intestin. Une expérience fondamentale consiste à diluer des matières fécales et à filtrer ensuite à travers une bougie Chamberland; on observe fréquemment qu'une trace du liquide

obtenu, introduite dans du bouillon où l'on a délayé des bacilles dysentériques, microbes spécialement réceptifs à l'influence lytique, en provoque bientôt la clarification par lyse de ces bactéries. Bien plus, une trace de cette suspension lysée, un millionième de centimètre cube, par exemple, transportée dans une nouvelle suspension semblable à la première, y provoque une lyse identique, et ainsi de suite indéfiniment; on constate d'ailleurs que dans une suspension où l'on n'avait introduit qu'une dose minime de principe, celui-ci devient, au cours du phénomène lytique, considérablement plus abondant; il se reproduit donc en agissant, et c'est pourquoi le phénomène peut toujours se renouveler. Les résultats sont les mêmes si la suspension lysée contenant le principe, avant d'être introduite dans la suspension suivante, est filtrée sur bougie ou chauffée vers 58°, c'est-à-dire ne contient plus de bactéries vivantes. Mais on n'observe aucune lyse et corrélativement aucune reproduction du principe lorsqu'on introduit celui-ci dans des suspensions de bacilles tués par la chaleur ou les antiseptiques. On constate enfin qu'un principe actif sur le bacille dysentérique impressionne également des espèces voisines, tels les bacilles coli ou typhique, mais non pas des espèces éloignées, tel le staphylocoque, microbe auquel correspond un principe particulier.

Pour expliquer ces constatations singulières, d'Hérelle émit l'hypothèse dite du bactériophage. Pour lui, le principe lytique est un virus invisible, ultramicroscopique, qui vit à l'intérieur des bactéries, celles-ci pouvant comme nous souffrir de maladies infectieuses en hébergeant des parasites assortis à leur taille. Ainsi le principe se reproduit lorsqu'on met à sa disposition de nouvelles bactéries vivantes. Seulement, Kabeshima montra bientôt que le principe manifeste à l'égard d'antiseptiques, tel le chloroforme, une résistance peu compatible avec l'hypothèse d'un virus; en outre, un liquide lytique conservé reste actif pendant des années. On peut formuler aussi d'autres objections sur lesquelles je n'insiste guère ici, notamment la tolérance

que l'organisme animal manifeste vis-à-vis du principe, le fait qu'on obtient aisément un sérum qui le neutralise comme une antitoxine neutralise une toxine, etc. Certes, le phénomène exige le concours de la vie, mais la question est de savoir si la vitalité qui intervient est celle d'un parasite ou celle de la bactérie elle-même qui se lyse. En collaboration avec M. Ciuca, nous estimâmes que la seconde alternative était la plus probable et que la lyse est, en réalité, une autolyse dépendant d'une substance active fabriquée par les bactéries elles-mêmes, et témoignant d'une viciation de la physiologie microbienne, c'est-à-dire d'une rupture, en faveur de la tendance autophagique, de l'équilibre qui, normalement, existe entre ces deux phénomènes opposés : l'assimilation qui crée de nouvelle matière vivante et le métabolisme qui la dégrade. Il est certes curieux que le principe se reproduise en agissant, mais on connaît, en physiologie, des faits nettement analogues; par exemple, la thrombine, qui coagule le sang, provoque corrélativement l'apparition de nouvelles quantités de ce même principe; le phénomène fait ainsi boule de neige.

La notion que la lyse est l'expression d'une rupture d'équilibre implique que, chez le microbe normal, le principe lytique doit être efficacement contrebalancé par une influence antagoniste. Mais on peut imaginer que, chez tous les individus microbiens, cette compensation ne soit pas établie pour une même énergie ou une même qualité de principe, celui-ci n'étant pas toujours tout à fait identique à lui-même. On conçoit ainsi que, parmi les microbes qui vivent dans un même milieu, tel individu puisse élaborer un principe inoffensif pour lui-même, mais nocif pour un congénère autrement équilibré, celui-ci se comportant alors comme un détecteur de ce principe. En d'autres termes, la lyse, phénomène pathologique, apparaîtrait seulement lorsque la bactérie est influencée par un principe qui lui est quelque peu étranger, pour la raison qu'il émane d'individus microbiens légèrement différents, mais qui peut néanmoins

s'intégrer dans son fonctionnement en y introduisant une perturbation dont la lyse est finalement l'expression, de même qu'une serrure peut à la rigueur fonctionner sous l'action d'une clef quelque peu différente de la sienne propre, mais risque dans ces conditions de se détériorer. Il y a, bien entendu, cette différence que le principe se reproduit en agissant, c'est-à-dire que la bactérie touchée par un principe auquel elle est sensible est contrainte à le régénérer. Mais s'il s'agit d'un principe étranger à sa physiologie propre, on conçoit qu'elle puisse s'abstenir de le reproduire si, à un moment donné, on la débarrasse par un soigneux lavage du liquide ambiant qui contient ce principe. Or ce lavage est forcément réalisé lorsqu'on procède à la technique dite de l'isolement des microbes sur les milieux de culture solides, laquelle permet l'obtention de colonies séparées. Fréquemment donc, s'il s'agit d'un principe étranger, celles-ci ne manifesteront plus le pouvoir lysogène, c'est-à-dire l'aptitude à reproduire l'agent lytique, à moins toutefois (faisons immédiatement cette réserve) que, dans l'entretemps, la bactérie ne se soit modifiée pour s'harmoniser à ce principe. S'il s'agit, au contraire, du principe appartenant en propre à la bactérie considérée, le pouvoir lysogène se retrouve dans les colonies isolées, parce qu'il est inscrit dans sa trame, il est inhérent à sa physiologie normale; en pareil cas, d'ailleurs, tout phénomène pathologique disparaît, le principe lytique ne détermine aucune lyse perceptible des bactéries mêmes qui l'élaborent, et il est nécessaire, pour révéler sa présence, de le mélanger à des microbes différents, réceptifs cette fois, et qui lui servent ainsi de détecteurs.

Loin d'être théoriques, ces considérations dérivent immédiatement des résultats expérimentaux. Nous venons de l'énoncer, le principe n'est pas un virus, il est activement élaboré par la bactérie elle-même, celle-ci pouvant d'ailleurs, selon la nature du principe par rapport à la sienne propre, rester intacte ou se lyser. Conformément à cette notion, on constate que la repro-

duction du principe, et s'il s'agit de bactéries lysables par celui-ci, la lyse elle-même, exigent toutes deux, non seulement que les microbes soient vivants, mais encore qu'ils soient alimentés. Avec Jaumain, nous avons reconnu, en effet, que le principe reste inactif et ne se régénère pas lorsqu'on le met en présence de bactéries vivantes délayées dans un liquide non nutritif, la solution physiologique, à moins qu'on n'y ajoute un peu de peptone ou d'extrait de viande. D'autre part, lorsqu'on ensemence de bactéries un bouillon additionné d'un principe capable de les lyser, elles se multiplient toujours activement pendant une période plus ou moins prolongée avant qu'on puisse observer la régénération du principe et la lyse; ces phénomènes n'apparaissent qu'au terme d'une certaine évolution vitale de la bactérie.

De plus, l'hypothèse autolytique implique que les individus microbiens qui peuplent une même culture ne sont pas complètement identiques, cette notion étant d'ailleurs conforme aux récentes données de la bactériologie, et que, corrélativement, des différences certes assez subtiles peuvent exister entre les principes qu'ils sont respectivement capables d'élaborer, tel principe attaquant certaines unités microbiennes, tandis qu'il est inoffensif pour d'autres. Nous aboutissons ainsi à la conclusion déjà énoncée plus haut, à savoir qu'un principe donné doit forcément se comporter non seulement comme un agent de sélection assurant la prédominance de certains types microbiens, ceux qui précisément le tolèrent d'emblée, mais aussi comme un facteur de variation, car les races qui tout d'abord en souffrent peuvent, comme nous allons le voir, s'y adapter en subissant corrélativement divers changements plus ou moins prononcés.

Que, dans un même liquide lytique, plusieurs principes légèrement distincts puissent coexister, cette notion que nous interprétons en admettant qu'ils sont élaborés par des variétés microbiennes quelque peu dissemblables, est d'ailleurs en plein accord avec les résultats d'autres expérimentateurs, notamment

Bail, Bruynoghe, Gratia. Cela étant donné, nous avons pu, par une technique adéquate, extraire d'un liquide lytique un principe très spécifiquement approprié à la lyse de microbes d'espèce bacille coli qui, venant d'être isolés, appartiennent à une variété très strictement définie, celle-ci correspondant exactement à l'une des deux races dont, comme je vous le rappelais plus haut, Arkwright avait reconnu l'existence chez des microbes analogues. Ensemençons donc de cette race un tube de bouillon additionné du principe en question, spécialement apte à la lyser. Les microbes qui se développent tout d'abord subissent une lyse étendue, mais, au bout de quelques heures, une abondante culture apparaît brusquement. Or, on constate qu'elle possède, non plus les caractères du type microbien que l'on avait ensemencé, mais ceux de l'autre race. Je vous l'ai dit, ces deux variétés se distinguent non seulement par l'aspect des cultures, mais aussi chimiquement, c'est-à-dire par l'action des sérums spécifiques. Or, on trouve précisément qu'en injectant aux animaux, d'une part, des microbes identiques aux germes ensemencés, d'autre part, la variété issue en quelques heures, sous l'influence du principe, de la métamorphose de ceux-ci, on obtient deux sérums différents spécifiquement appropriés à ces deux races. Le principe a provoqué une mutation de l'individualité chimique. Bien auparavant, d'ailleurs, nous avons signalé déjà que souvent les microbes sont capables de s'adapter à des principes très énergiques au point de devenir tout à fait résistants et que parfois même ils acquièrent, dans ces conditions, des caractères spéciaux dont on ne trouve pas trace dans la culture primitive et qui peuvent être tellement inattendus qu'on se croirait en présence d'une espèce nouvelle.

A vrai dire, il s'agit ici de principes dérivant originellement de microbes nettement distincts de ceux qui en subissent l'action; dans ces conditions, la lyse est souvent fort intense et l'adaptation des germes est relativement pénible. Mais il est plus intéressant, on le conçoit, d'envisager le problème dans les

limites d'une seule et même espèce, en recherchant comment les microbes si étroitement apparentés qui peuplent une culture pure réagissent les uns sur les autres, et quelles répercussions le fait qu'ils élaborent des principes est susceptible d'engendrer.

Lisbonne et Carrère ont rendu à l'étude de cette question un service signalé en découvrant une espèce microbienne, sorte de bacille coli, qui normalement élabore un principe facile à déceler, grâce à la sensibilité prononcée dont le bacille dysentérique témoigne à son égard. Ces auteurs ont trouvé qu'il suffit d'introduire une trace de la culture de leur microbe, filtrée ou non, dans un bouillon ensemencé de bacille dysentérique, pour que celui-ci, régénérant le principe, subisse une autolyse typiquement transmissible, le phénomène se répétant régulièrement, en effet, d'une culture dysentérique à la suivante. Bref, le principe spontanément élaboré par le microbe de Lisbonne s'intègre dans la physiologie du bacille dysentérique, lequel, contraint désormais de le reproduire, en souffre visiblement tout en étant d'ailleurs capable de s'y adapter ensuite en devenant résistant. Reprenant l'étude de ce microbe, nous pûmes consigner des résultats qui brièvement résumés sont les suivants : On sait qu'en vertu de la technique bactériologique, toute culture pure dérive originellement d'un germe unique. Cela étant donné, isolons, de la culture totale, quelques individus microbiens qui donc procèdent d'un seul ancêtre, et que désormais nous cultivons séparément pour étudier les caractères de leur descendance respective. Repiquant de temps en temps, pendant une période assez prolongée, les cultures filles, nous disposons finalement d'une série de cultures que nous pouvons comparer les unes aux autres quant aux propriétés des principes qu'elles élaborent. Or, on constate que tous ces principes sont capables de déclancher la lyse transmissible du bacille dysentérique, mais qu'ils ne le font pas de la même façon. Notamment, l'énergie lytique des principes ainsi obtenus avec le concours du bacille dysentérique est nettement inégale; on trouve que des bacilles

dysentériques devenus résistants vis-à-vis de l'un de ces principes sont encore réceptifs pour un autre. Voici donc que la diversité apparaît. Mais il importe surtout d'éprouver, d'autre part, ces cultures du bacille Lisbonne, non pas sur une espèce différente, le bacille dysentérique, mais les unes sur les autres, c'est-à-dire de rechercher si ces diverses races, dont pourtant l'origine est commune, ne sont pas susceptibles de s'impressionner mutuellement. Or, on constate que certaines de ces cultures sécrètent un principe capable de provoquer d'une façon très perceptible la lyse de certaines autres, lesquelles, bien entendu, ne manifestent spontanément jamais rien de semblable. A vrai dire, les cultures attaquées de la sorte par le principe s'y adaptent bientôt au point de ne plus en souffrir. Mais cette adaptation s'accompagne d'une modification dans la morphologie de ces germes et l'aspect de leurs cultures; notamment, ils affectent désormais la forme non plus de bacilles assez minces, mais d'éléments courts et trapus, presque globoïdes; ce caractère se perpétue dans les repiquages ultérieurs. On saisit ainsi sur le vif que grâce à l'élaboration des principes, des bactéries de même espèce peuvent réagir les unes sur les autres, l'impression produite étant susceptible d'aboutir à l'apparition ou à la prédominance de types particuliers. Ajoutons encore que les microbes ainsi modifiés par le principe venant de leurs congénères produisent désormais à leur tour un principe identique à celui que ceux-ci élaborent; ils ont été en quelque sorte obligés de se mettre à l'unisson des germes qui, en les influençant, ont joué un rôle directeur dans leur évolution. En résumé, des individus microbiens descendant pourtant tous d'un même ancêtre peuvent se diversifier par leurs principes lytiques et entrer ainsi en conflit. Il semble que les principes lytiques, s'ils ne représentent pas une cause première, se comportent au moins comme l'un des instruments de ces tendances physiologiques qui, réglant l'équilibre de l'espèce microbienne par les réactions mutuelles des individus divers, commandent son devenir. Ils

tendent à maintenir l'harmonie, à prévoir ou à réprimer les écarts, tout en pouvant néanmoins autoriser parfois cette résultante nouvelle qui est la mutation. L'intérêt de ces principes directeurs grandirait beaucoup à vrai dire si l'on parvenait à saisir des phénomènes similaires chez les êtres plus élevés, c'est-à-dire si l'on surprenait, entre cellules appartenant à un même organisme, des réactions mutuelles analogues, qui normalement assureraient l'ordre et la synergie, mais qui peut-être seraient susceptibles d'aboutir quelquefois, par un fâcheux dérèglement, à de graves perturbations.

On ne peut pas ne point songer à ce propos aux tumeurs malignes et à la possibilité d'un principe chimique cancérigène qui, à la façon du principe lytique des bactéries, interviendrait dans l'évolution des cellules. Les rapports que les éléments histologiques d'un même organisme entretiennent les uns avec les autres témoignent d'une discipline admirable qui, comme dans une société humaine bien comprise, semble subordonner l'intérêt individuel à l'intérêt collectif, mais qui se rompt parfois en laissant libre cours à des compétitions funestes. Bien que parasitologue, et pour autant qu'on puisse se prononcer sur une question encore si mystérieuse, je me range aux côtés de ceux pour qui la production des néoplasmes est un phénomène d'anarchie cellulaire et ne dépend pas d'un virus; j'avoue que mon sentiment à cet égard n'a pas été, pour des raisons tant théoriques que techniques, sensiblement modifié par les travaux sensationnels et récents des auteurs anglais Gye et Barnard. Or, il se fait que mon très distingué collègue Alexis Carrel, qui accepte intégralement la théorie de l'autolyse microbienne ci-dessus résumée, croit actuellement pouvoir expliquer l'étiologie des néoplasmes par une substance tumorigène nettement comparable au principe lytique. S'aidant de sa belle technique de la culture des tissus *in vitro*, il décèle, dans le suc extrait de certaines tumeurs, un principe capable de vicier l'évolution de ces grands mononucléaires d'origine généralement endothéliale, les macrophages, en leur impré-

mant le caractère de la malignité. Ces résultats de Carrel sont d'hier, ses expériences sont en cours. Jusqu'où conduiront-elles? Je ne saurais évidemment me prononcer. Au surplus, il faut que je me garde soigneusement d'enfreindre moi-même, en terminant, les préceptes de prudence sur lesquels j'insistais au début. Craignons les anticipations, sachons attendre, sans que jamais s'éteigne en nous la foi profonde dans l'essor généreux de la Science.

PROCLAMATION.

I. — CONCOURS ANNUEL DE L'ACADÉMIE POUR 1925.

PREMIÈRE QUESTION. — *On demande une contribution importante à la géométrie infinitésimale.*

Un mémoire a été reçu. Le prix de 1,500 francs est décerné à M. W. C. GRAUSTEIN, professeur à Harvard University à Cambridge (États-Unis d'Amérique).

SEPTIÈME QUESTION. — *Apporter une contribution nouvelle à nos connaissances concernant les conditions de formation des couches calcaires des terrains belges.*

Deux mémoires ont été reçus. Le prix de 1,500 francs est décerné à F. KAISIN, professeur à l'Université de Louvain.

Une mention honorable est attribuée à M. PIERRE GILARD, ingénieur à Val-Saint-Lambert.

II. — PRIX PERPÉTUELS.

Prix Théophile Gluge.

(Neuvième période : 1923-1924.)

Le prix de 1,300 francs est décerné à M. C. HEYMANS, professeur à l'Université de Gand, pour l'ensemble de ses travaux de physiologie parus en 1923 et 1924.

Prix Joseph Schepkens.

(Première période : 1922-1924.)

Le prix de 2,500 francs est décerné à M. V. LATHOUWERS, chargé de cours à l'Institut agricole de Gembloux, pour son *Étude génétique de deux variations speltoïdes*.

Prix Agathon De Potter.

(Deuxième période : 1922-1924.)

Le prix des *Sciences mathématiques* est décerné à M. P. VER EECHE, inspecteur général du Travail, pour sa traduction française des *Coniques d'Apollonius de Perge*.

Le prix de *Physique* est divisé : un prix de 2,000 francs à M. JEAN TIMMERMANS, professeur à l'Université de Bruxelles; un prix de 1,000 francs à M. JACQUES ERRERA, chargé de cours à l'Université de Bruxelles, respectivement pour l'ensemble de leurs travaux parus en 1922, 1923 et 1924.

Le prix de *Biologie végétale* à M. RENÉ VANDENDRIES, inspecteur de l'Enseignement moyen à Anvers, pour ses travaux sur la sexualité des Basidiomycètes.

Le prix des *Sciences minérales* est décerné à M. VICTOR VAN STRAELEN, directeur du Musée royal d'Histoire naturelle, pour l'ensemble de ses travaux de paléontologie.

Le prix d'*Astronomie* est décerné à feu M. PHILIPPOT, astronome à l'Observatoire royal, pour l'ensemble de ses travaux.

Les prix de *Biologie animale* et de *Chimie* ne sont pas décernés.

Fondation Agathon De Potter.

(1925.)

Les subventions suivantes ont été accordées :

A M^{lle} JODOGNE, 1,600 francs, pour la confection des clichés de 28 planches d'un travail sur les plantes aphyllés;

A M. LATHOUWERS, 6,000 francs, pour lui permettre de poursuivre à l'Université de Californie, à Berkeley, ses études sur la génétique;

A M. LEQUEUX, 1,400 francs, pour continuer, à Spiennes, les fouilles préhistoriques entreprises en 1924;

A M. RUTOT, 600 francs, pour des fouilles préhistoriques à faire au sud de Louvain;

A M. MUND, 3,000 francs, pour aller travailler au laboratoire de M. Rutherford, à Manchester, ainsi que pour l'achat d'instruments nécessaires à l'étude du dénombrement des particules dans les hydrocarbures;

A M. HAUMAN, 1,200 francs, pour la confection de clichés et le tirage des planches d'un mémoire sur la *Géographie botanique de la Patagonie*.

A M. LEQUEUX, 1,600 francs, pour la continuation de ses fouilles préhistoriques.

A. M. GOETGHEBUER, fr. 132,50, pour l'exécution d'une planche relative aux *Sepsidae* de Belgique.

Prix Jean-Servais Stas.

Un exemplaire des œuvres de Stas est offert à M. PHILIPPE LAUWERS, d'Anvers, qui a obtenu, au cours de l'année 1925, le diplôme de docteur en Sciences chimiques avec la plus grande distinction (Université de Louvain).

III. — PRIX DU GOUVERNEMENT.

Prix décennal des mathématiques pures.

(Troisième période : 1914-1923.)

Par arrêté royal du 11 décembre 1924, le prix est décerné à M. CH.-J. DE LA VALLÉE POUSSIN, professeur à l'Université de Louvain, pour ses ouvrages sur l'analyse mathématique.

NÉCROLOGE.

Depuis le 16 décembre 1924, la Classe a eu le regret de perdre :

Un membre *titulaire* :

le 16 août 1925, M. JEAN MASSART, à Yvoir;

Un membre *correspondant* :

le 8 mai 1925, M. O. VAN DER STRICHT, à Menton;

Deux membres *associés* :

le 29 avril 1925, M. ALBIN HALLER, à Paris;

le 4 mai 1925, M. BATTISTA GRASSI, à Rome.

ÉLECTIONS.

La Classe a élu :

le 6 juin 1925 :

Associé de la Section des Sciences naturelles, M. C. D. WALTER, à Washington.

le 15 décembre 1925 :

Associé de la Section des Sciences mathématiques et physiques : M. PAUL SABATIER, à Toulouse.

Correspondant de la Section des Sciences naturelles :
M. MARC DE SÉLYS-LONGCHAMPS, à Bruxelles.

Associé de la même Section, M. E.-L. BOUVIER, à Paris.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

- Bailey (S. I.)*. Joel Hastings Metcalf. Harvard, 1925; extr. in-8° (3 p., portr.). [30.253]
- Boutaric (A.)*. La lumière et les radiations invisibles. Paris, 1925; in-16 (281 p., fig.). [31.176]
- Daleq (Albert)*. Recherches expérimentales et cytologiques sur la maturation de l'œuf d'*Asterias glacialis*. Liège, 1924; extr. in-8° (pp. 507-674, pl.). [30.254]
- Duclaux (J.)* et *Errera (J.)*. Notes de laboratoire. Quelques remarques sur les mesures de viscosité. Paris, 1925, extr. in-8° (3 p.). [30.259]
- Le mécanisme de l'ultrafiltration. Paris, 1925; extr. in-8° (pp. 99-106). [30.260]
- Errera (J.)*. Quelques remarques sur l'influence de la structure moléculaire sur la polarisation diélectrique. Bruxelles, 1925; extr. in-8° (5 p.). [30.256]
- La dispersion des ondes hertziennes dans les solides au voisinage du point de fusion. Paris, 1925; extr. in-8° (8 p.). [30.257]
- Methoden zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstante. Berlin-Vienne, 1925; extr. in-8° (pp. 911-930). [30.258]
- Errera (J.)* et *Lepingle (M.)*. Pouvoir inducteur spécifique et stéréoisomérisation éthylénique. Bruxelles, 1925; extr. in-8° (4 p.). [30.255]
- Errera (J.)* et *Victor (Henri)*. Étude quantitative des spectres d'absorption ultraviolets des bichloro-éthylènes. Paris, 1925; extr. in-4° (2 p.). [30.553]
- Propriétés optiques des isomères éthyléniques. Paris, 1925; extr. in-4° (3 p.). [30.552]
- Fourmarier (P.)*. L'allure du Coblencien à Vonèche. Bruxelles, 1925; extr. in-8° (pp. 113-116, fig.). [30.261]
- La faille de Champalle. Liège, 1925; extr. in-8° (7 p.). [30.262]

- Fourmarier (P.)*. Le Gedinnien entre Gedinne et Paliseul. Liège, 1925; extr. in-8° (14 p., pl.). [30.263]
- Quelques indications géologiques pour servir d'introduction à la conférence de M. R. Lecomte sur la mise à fruit du bassin houiller de la Campine. Paris, 1925; extr. in-8° (4 p.). [30.264]
- Société géologique de Belgique. Rapport annuel (Assemblée du 19 octobre 1924). Liège, 1925; extr. in-8° (16 p.). [30.265]
- Fraipont (Dr Charles)*. La courbure du fémur. Paris, 1925; extr. in-8° (12 p.). [30.266]
- Fredericq (Léon)*. Paul Heger. Liège-Paris, 1925; extr. in-8° (pp. 217-220, portr.). [30.269]
- Legendre (R.)*. La concentration en ions hydrogènes de l'eau de mer; le pH; méthodes de mesure; importance océanographique, géologique, biologique. Paris, 1925; in-8° (291 p., fig., rel. de l'édit.). [31.717]
- Pelseneer (Paul)*. Organisation et position systématique du genre *Ringicula*. Bruxelles, 1925; extr. in-8° (pp. 53-58, fig.). [30.267]
- Un Lamellibranche commensal de Lamellibranche et quelques autres Lamellibranches commensaux. Paris, 1925; extr. in-4° (pp. 166-182, fig.). [30.554]
- Wolfner (A.)*. Observed sunspot relative numbers, 1749-1924. Baltimore, 1925; extr. in-8° (pp. 83-86). [30.268]
-

TABLE ANALYTIQUE

A. — COMPTES RENDUS DES SÉANCES.

Assemblée générale, 177.

Bibliographie :

Bulletins bibliographiques, 21, 76, 124, 145, 253, 381, 696, 839.

Hommages d'ouvrages, 8, 24, 78, 124, 148, 202, 255, 584, 682, 698, 748.

Notes sur des ouvrages présentés :

FAURÉ-FRÉMIET (E.). La cinétique du développement; note par A. Brachet, 684.

HAUST (J.), MASSART (G.) et SACRÉ (J.). La houillerie liégeoise; note par M. Lohest, 700.

Comités nationaux de recherches :

COMITÉ NATIONAL DE CHIMIE. Voir : Demande d'avis ... de la Commission des archives de guerre, 123.

COMITÉ NATIONAL D'ASTRONOMIE. Compte rendu des travaux exécutés durant l'année 1924, par P. Stroobant, 101. — Élection de M. Vander Linden, 698.

COMITÉ NATIONAL DE GÉODÉSIE ET DE GÉOPHYSIQUE. Rapport (1923-1924), 123, 131. Hommage du Conseil national de Recherches des États-Unis, 123.

COMITÉ NATIONAL DES SCIENCES BIOLOGIQUES. Élection de M. de Sélvs-Longchamps, 771.

Comité secret, 148, 202, 584, 682, 698, 749.

Commémorations, anniversaires :

Cinquantième anniversaire de M. Gilkinet : discours de M. Waltzing, président, 193; de M. Gravis, de la Classe des Sciences, 195.

Centenaire de la découverte du benzène, 124.

Onzième centenaire de l'Université de Pavie, 147.

Centenaire de l'Académie des Sciences de Catane, 148.

Deuxième centenaire de l'Académie des Sciences de Russie, 201.

Hommage rendu par l'Association électrotechnique italienne à Gal. Ferraris, 255.

Cinquantième anniversaire de l'élection à la Royal Society de sir E. R. Lankester, 323.

Célébration du vingt-cinquième anniversaire de mariage de LL. MM., 327.

Commémoration Chevreul, 583.

Soixante-quinzième anniversaire de Ch. Richet, 583.

Commission administrative :

1925. M. Demoulin, élu membre, 8.

Commission consultative pour les recherches de chimie et de physiologie dans le domaine des **gaz de combat**, 147.

Commission de la « Biographie nationale » :

Rapport (1924-1925), 182.

Commission des doctorats en sciences :

Motion de M. Stroobant, 27.

Commission des Finances, 79, 698.

Communication de M. A. Soos, 697.

de M. Breydel relative aux découvertes de M. Millikan. — Dépôt aux archives, 697.

de M. Lozanič relative au travail de M. Yovitchitch (*Bulletin* d'octobre 1924) 202, 324. — Rapports de MM. de Hemptinne et Dony-Hénault, 325 et 326.

Communications dont le texte ne figure pas dans le « Bulletin » :

CESÀRO (G.). La Valentinite accompagnant la Nadorite à Djebel Nador : Étude des formes de la Valentinite des autres localités. *Mémoires* in-8°, 27.

— Limites entre lesquelles peuvent se mouvoir les éléments de certains triangles sphériques caractérisés par une ou plusieurs relations entre leurs angles. *Mémoires* in-8°, 125.

LAGRANGE (CH.). Principe général du développement d'une fonction au moyen d'autres fonctions. *Mémoires* in-4°, 772.

PELSENEER (P.). La proportion des sexes chez les animaux et particulièrement chez les Mollusques. *Mémoires* in-8°, 699.

Concours annuels :

1925. Première question. Réception d'un mémoire; commissaires, 324. — M. Graustein, lauréat; impression (*Mémoires* in-8°), 749.

Septième question. Réception de deux mémoires; commissaires, 324.

— M. Kaisin, lauréat; mention très honorable à M. Gilard; impression des deux travaux dans les *Mémoires* in-4°, 749. — Rapports, 750, 760, 769.

Voir : *Proclamation*.

1927. Programme, 771.

Congrès :

pour l'Avancement des Sciences, Coïmbre, 78.

de l'Association française pour l'Avancement des Sciences, Grenoble, 124.

international de Géologie, Madrid, 681.

scientifique pan-pacifique (III^e), au Japon en 1926, 697.

Conseil international de Recherches :

Ordre du jour de la 3^e Assemblée générale du Conseil international de Recherches, 124, 149. — 327. — Modifications aux statuts, 608. — Réunion du Comité exécutif, rapport, 682.

Conseil national de Recherches des États-Unis :

Voir *Comité national de Géodésie et de Géophysique*.

Conseil national de Recherches du Japon :

Organise un « Congrès scientifique pan-pacifique », 697.

Demandes d'avis :

De la *Commission des Archives de guerre* relative à la consolidation des papiers et à la fixation des encres, 78. — Voir *Comité national de Chimie et Union internationale de Chimie*.

Voir *Prix du Gouvernement*.

Échange de publications :

Institutions hongroises et autrichiennes, 8, 23, 79.

Société zoologique et botanique finlandaise, 23.

Société entomologique de Londres renonce à l'échange, 78.

Comité géologique de Russie, 124, 202.

Reconstitution de la Bibliothèque de la Société des Sciences de Lille, 204.

Direction de la Météorologie. Ministère de l'Agriculture, Industrie et Commerce (Rio de Janeiro), 202.

École royale d'Ingénieurs de Pise, 202.

Société de Géographie de Dresde, 202.

Station océanographique de Salammbo (Tunisie), 255.

Commission des Pêcheries de Californie, 323.

Académie yougo-slave (Zagreb), 584.

Bibliothèque de l'Université de Gratz, 682.

Société chimique indienne (Calcutta), 682.

Élections et Nominations :

(Juin). Candidatures, 124. — M. Walcott, associé, 202.

(Décembre). MM. de Sélvs Longchamps, correspondant; Sabatier et Bouvier, associés, 749.

(V. Proclamation).

PRÉSIDENT DE L'ACADÉMIE :

1925. M. J.-P. Waltzing, 7.

DIRECTEUR :

1925. M. Swarts, 8.

1926. M. Massart, 8. — M. Rutot, 584.

Errata, 221.

Esperanto dans les sciences (Conférence internationale pour l'emploi de l'), 78.

Fondation A. De Potter :

Voir *Prix académiques*.

Jurys : voir *Prix*.

Nécrologie :

MM. Haller, *associé*, 147; Van der Stricht, *correspondant* et Grassi, *associé*, 201.

J. Massart, *membre titulaire*, 583. (V. Proclamation.)

Hommage aux membres décédés, 178.

Notices pour l'Annuaire :

J. Massart, par É. Marchal, 583.

Personnification civile :

Loi accordant la personnification civile aux Académies royales, 5.

Piis cachetés :

Dépôt : MM. Keelhoff, 23; Rutot, 78; Fraipont et Leclercq, 202; Vorobeitchik, 202; Ledent, 584; Mélése, 682.

Prix académiques :

PRIX GLUGE (9^e période : 1923-1924) : Jury, 8; M. Heymans, lauréat, 25.

PRIX J. SCHEPKENS (1^{re} période : 1922-1924) : Jury, 8; rapports; M. Lathouwers, lauréat, 26.

PRIX A. DE POTTER (2^e période : 1922-1924) :

Mathématiques : Jury; M. Ver Eecke, lauréat, 79.

Physique : Rapport; MM. Timmermans et Errera, lauréats, 258.

Biologie animale : prix non décerné, 324.

Biologie végétale : M. R. van den Dries, lauréat, 584.

Chimie : prix non décerné, 683.

Sciences minérales : M. Van Straelen, lauréat, 683.

Astronomie : feu M. Philippot, lauréat, 683.

FONDATION DE POTTER (1925) :

Subventions à M^{lle} Jodoigne, à MM. Lathouwers, Lequeux, Rutot, Mund et Hauman, 148; Lequeux et Goetghebuer, 683.

Commission de la Fondation : Election de M. Marchal, 584.

PRIX STAS : M. Ph. Lauwers, 584.

Proclamation, 835.

Prix du Gouvernement :

Vœu de la Classe relatif aux prix décennaux, 8, 77, 79.

PRIX DÉCENNAL DES MATHÉMATIQUES PURES (3^e période : 1914-1923) : M. de la Vallée Poussin, 7. (V. Proclamation.)

Proclamation, 835.

Table analytique. — Comptes rendus.

Protection des animaux :

Projets de loi Asou et consorts. Protestation de l'Académie et d'autres corps savants, 7, 23, 24, 77.

Rapports :

a) Sur les travaux publiés dans le *Bulletin* :

Voir ci-après la Table B.

b) Sur les travaux publiés dans la collection des *Mémoires* :

BOUILLENNE (R.). Étude comparative des racines échasses de *Iriartea exorrhiza* Mart. (Palmier) et de *Pandanus* div. sp. (Pandacées) (*Mémoires in-8°*); présenté avec rapport par M. Gravis, 9.

PAUWEN (L.). Nivellement de haute précision d'une partie de l'Ourthe supérieure et étude de son creusement (*Mémoires in-4°*); présenté avec rapport par M. Dehalu, 256.

BOURGEOIS (P.). Recherches sur le mouvement d'étoiles voisines du Soleil (*Mémoires in-4°*); présenté avec rapport par M. Stroobant, 257.

ROSKAM (M^{le} A.). La structure des tiges grimpantes comparée à celle des tiges dressées (*Mémoires in-8°*); présenté par M. Massart, 327.

MONOYER (A.). Anatomie du *Cocos botryophora* Mart. (*Mémoires in-8°*); rapport de M. Gravis, 607.

TERBY (M^{le} J.). Étude cytologique sur les nodosités radicales des légumineuses (*Mémoires in-8°*); présenté par M. Marchal, 683.

c) Sur les travaux non publiés par l'Académie :

VERBRUGGE (A.). Géométrie. Quatre nouvelles formules; renvoi à l'auteur, 27.
— Théorème de géométrie; renvoi à l'auteur, 125.

MEIRE (J.). Sur un nouvel instrument topographique; dépôt aux archives sur rapport de M. Dehalu, 79.

BARBETTE (E.). Démonstration du dernier théorème de Fermat; M. de la Vallée Poussin commissaire, 260; dépôt aux archives, 324.

PEETERS (C.). Étude physico-chimique des eaux ferrugineuses. Procédés de stabilisation; rapport de M. Dony, 605; rapport de M. Crismer, 607; dépôt aux archives, 607.

DELAEY. Théorie cosmogonique basée sur les effets de la pression de radiation; renvoi à l'auteur, aux fins de compléter, sur proposition du rapporteur, 682.

Voir aussi : *Communication Loxanič*.

Règlement général :

Modifications, 178.

Séance publique, 794. — 203, 748, 772.

Séances ordinaires : janv., 7; févr., 23; mars, 77; avril, 123; mai, 147; juin, 201; juillet, 255; août, 323; oct., 583; nov., 681; déc., 697, 748.

Société des Nations :

Réforme du Calendrier : 77, 323.

Relations entre la Commission de coopération intellectuelle (S. D. N.), l'Union académique internationale et le Conseil international de Recherches, 149.

Vœu relatif à la coopération intellectuelle internationale et au siège de l'Institut de coopération intellectuelle internationale (assemblée générale), 180.

Station zoologique de Naples :

Rapport de M. Duesberg, 124.

Statuts :

Modifications, 178.

Travaux à l'examen :

PEETERS (C.). Étude physico-chimique des eaux ferrugineuses. Procédé de stabilisation; renvoi à MM. Dony et Pirmez, 203.

Travaux présentés :

Voir *Communication dont le texte...*, « Rapports » et « Travaux à l'examen ».

Unions internationales :

UNION ASTRONOMIQUE INTERNATIONALE : Assemblée générale, juillet 1925 (Cambridge) : Quatre vœux et propositions de la Classe, 9, 124. — Troisième session : compte rendu, 585.

UNION INTERNATIONALE DE CHIMIE : 123, 327.

UNION INTERNATIONALE D'ASTRONOMIE : 327.

Université hébraïque de Jérusalem :

Inauguration, 78.

B. — COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Aérodynamique :

BOEL (M.). Sur le problème de l'Ornithoptère, 249 (présenté par M. De Donder, 203).

Archéologie :

RUTOT (A.). Préhistoire et Archéologie, 81.

Astronomie :

ALLIAUME (M.). Le calcul des perturbations planétaires par la méthode de Lagrange, 135 (présenté par M. de la Vallée Poussin, 125). — L'aberration des fixes et l'aberration planétaire (1 diag.), 167 (présenté par M. de la Vallée Poussin, 149).

DEHALU (M.) et HERMANS (L.). Détermination d'un azimut par des observations de passage dans le premier vertical à l'équateur (3 fig.), 222.

STROOBANT (P.). Notations et unités adoptées par l'Union astronomique internationale, 609.

— Compte rendu des travaux exécutés par le Comité national d'Astronomie durant l'année 1924, 101.

Biologie botanique :

CONARD. Sur la division directe suivie de caryocinèse dans les tissus cicatriciels de la tige de « *Tradescantia virginica* L. » (7 fig.), 731.

— La figure achromatique et la formation de la membrane dans les tissus cicatriciels de la tige de « *Tradescantia virginica* L. » (14 fig. et 5 schémas), 740 (présentés par M. Lameere, 699).

Biologie animale :

BORDET (J.). La lyse microbienne et la variabilité, 818.

DU BUISSON (M.). Recherches sur la circulation sanguine et la ventilation pulmonaire chez les Scorpions (5 fig.), 666 (présenté par M. Willem, 608).

WILLEM (V.). Notes éthologiques de divers Collemboles (3 fig.), 617.

Botanique :

LEDoux (P.). Note préliminaire sur des variations structurales observées dans les genres *Oenothera* L., *Verbascum* L. et *Galium* L. (1 fig.), 772 (présenté par M. Marchal, 771).

Voir *Biologie botanique*.

Chimie mathématique :

DE DONDER (Th.). Affinité spécifique de l'Électricité, 328.

HOMÈS (G.). De l'équilibre stable des systèmes physico-chimiques, 724 (présenté par M. De Donder).

Chimie organique.

BRUYLANTS (P.). Contribution à l'étude de la réaction des composés organomagnésiens sur les nitriles, 261.

BRUYLANTS (P.) et MATHUS (L.). Sur le trimère du nitrile crotonique, 636.

DE COSTER (A.). Contribution à l'étude de la réaction des composés organomagnésiens sur les nitriles. Le cyanure de benzoyle, 661 (présenté par M. Bruylants, 608).

GEURDEN (J.). Contribution à l'étude de la réaction des composés organomagnésiens sur les nitriles. Les cyanhydrines cétoniques, 701 (présenté par M. Bruylants, 699).

VAN DE WALLE (H.) et HENNE (A.). Les stéréo-isomères du chloro-iodo-éthylène, 360; présenté par M. Swarts, 327.

— L'action du brome sur le chloro-iodo-éthylène, 781 (présenté par M. Swarts, 772).

VELGHE (M.). Contribution à l'étude de la réaction des composés organomagnésiens sur les nitriles. Les nitriles α aminés, 301; présenté par M. Bruylants, 260.

Chimie physique :

- BOUTARIC (A.) et MANIÈRE (M^{me} Y.). Quelques mesures photométriques du rayonnement solaire (1 tableau), 121 (présenté par M. de Hemptinne, 80).
DE BLOCK (F.). Influence de la température sur la tension superficielle des liquides (diagr. et tabl.), 292 (présenté par M. van Aubel, 260).
— Deuxième communication (1 tableau et 2 diagr.), 353 (présenté par MM. van Aubel et Verschaffelt, 326).
D'OLIESLAGER (J.). Sur la formation de l'ozone sous l'action des particules (2 fig. et 2 tabl.), 711 (présenté par M. le comte A. de Hemptinne, 699).
HOMÈS (G.). De l'équilibre stable des systèmes physico-chimiques, 724 (présenté par M. De Donder, 699).

Cristallographie :

- CESÀRO (G.). Action du biseau de quartz sur une lame normale à la bissectrice obtuse, en lumière convergente (3 fig. et 1 tableau), 204.

Géodésie :

- SELIGMANN (H.). Rapport sur l'activité du Comité national de Géodésie et de Géophysique pendant les années 1923 et 1924, 131.

Géologie :

- CORNET (J.). Sur des dépôts pléistocènes confondus avec le Landenien continental (1 planche), 281.
FOURMARIER (P.). Observations préliminaires sur la schistosité dans les Alpes, 685.

Géométrie :

- GODEAUX (L.). Sur les involutions régulières d'ordre deux appartenant à une surface irrégulière (II), 37 (M. Neuberg, rapporteur, 24, 125); (III), 157 (M. Neuberg, rapporteur, 125, 148).
CESÀRO (G.). Sur la division de la circonférence en neuf parties égales (1 fig.), 126.

Géophysique :

Voir *Géodésie*.

Paléontologie :

- TEILHARD DE CHARDIN (P.). Observations nouvelles sur les Mammifères du Tertiaire inférieur de Belgique, 48 (présenté par M. Dollo, 27).

Physico-Chimie :

- DE BLOCK (F.). Recherches sur la tension superficielle des solutions aqueuses des sels haloïdes des métaux alcalins (2 diagr. et 6 tableaux), 333 (présenté par MM. van Aubel et Verschaffelt, 326).
DE SMEDT (J.). La structure de l'ammoniaque solide, analysée par les rayons X (2 tableaux), 655 (présenté par M. le comte de Hemptinne, 608).

ERRERA (J.). Quelques remarques sur l'influence de la structure moléculaire sur la polarisation diélectrique (1 tableau), 154 (M. le comte de Hemptinne commissaire, 125 et 148).

ERRERA (J.) et LEPINGLE (M.). Pouvoir inducteur spécifique et stéréo-isomérisation éthylénique (1 tableau), 150 (présenté par M. Chavanne, 125).

SWARTS (F.). Les atomes dans la molécule (6 fig.), 795.

Physiologie :

FREDERICQ (H.). Recherches chronaximétriques relatives au mécanisme humoral de l'action du vago-sympathique sur l'excitabilité du cœur des poikilothermes (1 diag. hors-texte, 2 schémas et tableaux), 51 (présenté par M. Bordet, 27).

— La chronaxie du cœur isolé de la tortue, irrigué par des liquides de Ringer de pH différents (1 fig. et tableaux), 308 (présenté par M. Bordet, 260).

WILLEM (V.), BERT (P.) et PAYNJon (M.). Mouvements respiratoires et circulation chez le jeune alevin de truite (1 fig.), 86.

Physique mathématique :

DE DONDER (Th.). Sur un théorème de Boltzmann, relatif aux systèmes mécaniques (II), 28.

GODEAUX (L.). L'univers de De Sitter et la métrique cayleyenne elliptique, 11 (présenté par M. De Donder, 9).

MENGES (Charles-L.-R.-E.). Sur la force pondéromotrice, 653. (Commissaires, 327. Rapport de MM. De Donder et de la Vallée Poussin, 604.)

NUYENS (M.). Équations canoniques de la dynamique des électrons dans l'espace-temps, 691 (présenté par M. De Donder, 683).

— Quelques approximations dans le champ massique, 102 (présenté par M. De Donder, 80).

— Sphère massique dans les univers d'Einstein et de De Sitter, 113 (présenté par M. De Donder, 80).

VOROBITCHIK (J.). Quelques remarques complémentaires sur la théorie cinétique d'un mélange de n fluides, 375 (présenté par M. De Donder, 327).

Physique et chimie mathématiques :

VAN LERBERGHE (G.). L'affinité et les vitesses réactionnelles des gaz parfaits et des vapeurs, 241 (présenté par M. De Donder, 203).

Préhistoire : Voir *Archéologie*.

Relativité générale :

DE DONDER (Th.). Sur le tenseur électromagnétique, 232.

TABLE ONOMASTIQUE

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES

Les noms des académiciens sont en petites capitales.
Les chiffres en caractères gras indiquent la page d'une communication.

A

Académie des sciences de Catane, 148.
 Académie des sciences de Russie, 201.
 Académie pontificale des Nuovi Lincei, 147.
 Académies royales de Belgique, 5.
 Académie yougo-slave, Zagreb, 584.
 ADATCI (S. Exc. M.), 697.
 Albert (S. M. le Roi), 327, 748.
 Alliaume (M.), 125, **135**, 149, **167**.
 Anvers, 836, 837.
 Apollonius de Perge, 79, 836.
 Asou, 7.
 Association électrotechnique italienne, 255.
 Association française pour l'avancement des sciences, 124.

B

Barberis (J. et M.), 24.
 Barbette (E.), 260, 324.
 Belgique, 27.
 BERGMANS (P.), 181, 182.
 Berkeley (Université de Californie, à), 149, 837.
 Bert (P.), **86**.
 BIANCHI (L.), 7.
Bibliography of Isostasy (Knopf), 123.
 Boel (M.), 203, **249**.

Boltzmann, 27, 28.
 BORDET (J.), 7, 8, 23, 24, 25, 27, 147, 203, 260, 794, **818**.
 Bouillenne (R.), 9.
 BOULENGER (G.-A.), 124.
 Bourgeois (P.), 257, 258.
 Boutaric (A.), 80, **121**, 748.
 BOUVIER (E.-L.), 749, 838.
 BRACHET (A.), 682, 684.
 Breydel, 697.
 BRUYLANTS (P.), 147, 260, **261**, 608, **636**, 699.
 Buttgenbach (H.), 255.

C

Cambridge, 9, 124, 585.
 Catane, 148.
 CESÀRO (G.), 27, 125, **126**, 147, 203, **204**.
 CHAVANNE (G.), 125.
 Chevreul, 583.
 Comité géologique de Russie, 124, 202.
 Comité... voir : Table analytique.
 Commission... id.
 Commission des Archives de guerre, 78, 123.
 Commission des Pêcheries de Californie, 323.
 Conard, 699, **731**, **740**.

Table onomastique.

Confédération internationale des travailleurs intellectuels, 748.
 Conférence, congrès, conseil... voir :
 Table analytique.
 Congo belge, 78, 255.
 CORNET (J.), 78, 124, 255, **281**, 324, 584, 681, 750.
 CRISMER (L.), 124, 147, 203, 607.

D

Dalcq (A.), 148, 698.
 DAVENPORT (CH.), 255.
 De Block (F.), 260, **292**, 326, **333**, **353**.
 De Coster (A.), 608, **681**.
 DE DONDER (TH.), 9, 27, **28**, 79, 80, 202, 203, **232**, 327, **328**, 604, 683, 699.
 DEHALU (M.), 79, 203, **222**, 256.
 DE HEMPTINNE (COMTE A.), 80, 125, 148, 202, 325, 608, 699.
 Delaey, 608, 682.
 DE LA VALLÉE POUSSIN (CH.-J.), 7, 79, 125, 149, 260, 324, 327, 604, 837.
 DEMOULIN (A.), 8, 79, 324.
 DERUYTS (J.), 79, 324, 698.
 DE SÉLYS LONGCHAMPS (M.), 749, 771, 838.
 De Sitter, 9, 11, 80, 113.
 De Smedt (J.), 608, **655**.
 Djebel Nador, 27.
 D'Olieslager (J.), 699, **711**.
 DOLLO (L.), 27.
 DONY-HÉNAULT (O.), 147, 202, 203, 326, 605.
 Dresde, 202.
 Du Buisson (M.), 608, **666**.
 Duesberg (J.), 124.

E

Eala (Jardin botanique de), 78.
 École de Médecine vétérinaire de l'Etat, 77.
 École royale d'Ingénieurs, Pise, 202.
 Einstein, 80, 113.
 Élisabeth (S. M. la Reine), 327.
 Errera (J.), 125, 148, **150**, **154**, 260, 323, 836.

Escaut (l'), 124.
 Europe (roses d'), 124.

F

Faculté de Médecine de Bruxelles, 23.
 Faculté de Médecine de Liège, 7.
 Faculté de Médecine de Louvain, 23.
 Fauré-Frémiet (E.), 682, 684.
 Fermat, 260, 324.
 Ferraris (G.), 255.
 FOURMARIER (G.), 24, 324, 681, **685**, 748, 760.
 Fraipont (C.), 202.
 Fredericq (H.), 27, **51**, **308**.
 FREDERICQ (L.), 7, 8, 23, 24, 25, 79, 147, 260, 698.

G

GEIKIE (Sir A.), 202.
 Geurden (J.), 699, **701**.
 Gilard (P.), 749, 835.
 GILKINET (A.), 79, 193, 200.
 Gilson (G.), 202.
 Godeaux (L.), 9, **11**, 24, **37**, 125, 148, **157**.
 Goetghebuer, 683, 837.
 Goossens (V.), 78.
 GOURSAT (E.), 7.
 GRASSI (B.), 201, 749, 838.
 Graustein (W. C.), 749, 835.
 GRAVIS (A.), 8, 9, 26, 195, 607, 608, 698.
 Grenoble, 124.

H

HALLER (A.), 749, 838.
 Harvard University, Cambridge (États-Unis), 835.
 Hauman (L.), 149, 323, 837.
 Haust (J.), 698, 700.
 Hautes-Fagnes, 202.
 Helsingfors, 23.
 Henne (A.), 327, **360**, 772, **781**.
 Hermans (L.), 203, **222**.
 Heymans (C.), 25, 78, 835.
 Homès (G.), 699, **724**.
 Huppaye (Brabant), 79.

Table onomastique.

I

Institut agricole de Gembloux, 836.
 Institut international de Chimie Solvay, 124.
 Institution royale de la Grande-Bretagne, 124.

J

Jodogne (M^{lle}), 148, 836.
 JULIN (Ch.), 124.

K

Kaisin (F.), 749, 835.
 Keelhoff (F.), 23.
 Knopf (A.), 123.

L

Lagrange, 125, 135.
 LAGRANGE (Ch.), 772.
 LAMEERE (A.), 699.
 LANKESTER (Sir E. R.), 323.
 Lathouwers (V.), 26, 78, 148, 255, 836, 837.
 Lauwers (Ph.), 584, 837.
 Leclercq (S.), 202.
 Ledent, 584.
 Ledoux (P.), 771, **772**.
 Legendre (R.), 698.
 Lepingue (M.), 150.
 Lequeux, 149, 682, 683, 837.
 Lille, 201.
 LOHEST (M.), 8, 698, 700.
 Louvain, 149, 837.
 Lozanič (S. M.), 202, 324, 326.

M

Manchester, 149, 837.
 Manière (M^e Y.), 80, **121**.
 MARCHAL (E.), 8, 26, 583, 584, 683, 698, 771.
 Marie-Victorin (Fr.), 255.
 Massart (G.), 698, 700.
 MASSART (J.), 8, 26, 327, 583, 584, 771, 838.
 Mathus (L.), **636**.
 Meire (J.), 79.
 Mèlèse (R.), 682.
 Menges (Ch.), 327, 604, **653**.

Menton, 838.
 Millikan (R.), 697.
 Ministère de l'Agriculture, Industrie et Commerce, Rio-de-Janerio, 202.
 Ministre des Colonies, 78.
 Ministre de la Défense nationale, 147.
 Ministre des Sciences et des Arts, 25, 77, 124, 323, 681.
 Monoyer (A.), 607, 608.
 Mons, 124.
 Mund (W.), 149, 837.
 Musée royal d'histoire naturelle, 836.

N

Nagaoka (Prof.), 682.
 NEUBERG (J.), 24, 125, 148, **691**.
 NOLF (O.), 147.
 Nuyens (M.), 80, **102**, **113**, 683.

O

Observatoire royal, 836.
 Ourthe (l'), 256.

P

Paris, 838.
 Patagonie, 149, 837.
 Pauwen (L.), 256.
 Pavie, 201.
 Paynjon (M.), **86**.
 Peeters (C.), 203, 605.
 PELSENEER (P.), 327, 682, 698, 699, 748.
 Philippot (M^e), 697.
 Philippot (feu M.), 683, 698, 836.
 Pise, 202.

Q

Québec, 255.

R

RICHET (Ch.), 583.
 Ringer, 260, 308.
 Rio-de-Janeiro, 202.
 Rome, 838.
 Roskam (M^{lle}), 327.
 Royal Society, Londres, 323.
 Rutherford, 149, 837.
 RUTOT (A.), 23, 78, 79, 80, **81**, 149, 324, 584, 769, 837.

Table onomastique.

S

SABATIER (P.), 749, 838.
 acré, 698, 700.
 Seligmann (Col. H.), 123, 131.
 Sénat de Belgique, 7, 23, 77.
 Société adriatique des sciences naturelles, 78.
 Société chimique indienne (Calcutta), 682.
 Société de Géographie, Dresde, 202.
 Société des Nations, Commission de coopération intellectuelle, 8.
 Société des Nations : voir Table analytique.
 Société des Sciences d'Agriculture et des Arts, Lille, 201.
 Société entomologique de Londres, 78.
 Société zoologique et botanique finlandaise (Helsingfors), 23.
 Soos (A.), 697.
 Sourbrodt, 202.
 Spiennes, 149, 683, 837.
 Station océanographique de Salammbô (Tunisie), 255.
 Station zoologique de Naples, 124.
 Stevens (Ch.), 78.
 STROOBANT (P.), 27, 79, 80, 101, 124, 257, 323, 327, 585, 608, 609, 682, 698.
 SWARTS (F.), 8, 124, 147, 327, 772, 794, 795.

T

Taylor, 772.
 Teilhard de Chardin (P.), 27, 48.
 Terby (M^{lle} J.), 683.
 Terroine (E.), 255.
 Timmermans (J.), 260, 323, 836.
 Toulouse, 749, 838.

U

Unions internationales : voir Table analytique et Table des communications et lectures.

Université de Bruxelles, 584, 836.
 Université de Californie, Berkeley, 149, 837.
 Université de Gand, 681, 835.
 Université de Gratz, 682.
 Université de Liège, 7, 681.
 Université de Louvain, 584, 835, 837.
 Université de Pavie, 147, 201.
 Université hébraïque de Jérusalem, 78.

V

Val-Saint-Lambert, 835.
 VAN AUBEL (E.), 260, 326.
 Van den Dries (R.), 584, 682, 836.
 Vander Linden (H.), 698.
 VAN DER STRICHT (O.), 201, 749, 838.
 Van de Walle (H.), 327, 360, 772, 781.
 Van Lerberghe (G.), 203.
 Van Overloop (E.), 255.
 Van Straelen (V.), 683, 697, 836.
 Velghe (M.), 260, 301.
 Verbrugge (A.), 27, 125.
 Ver Eecke (P.), 79, 123, 836.
 Vermoesen (C.), 78.
 VERSCHAFFELT (J.), 326.
 Vireux, 24.
 Vorobeitchik (J.), 202, 327, 375.

W

WALCOTT (C.-D.), 202, 255, 838.
 WALTZING (J.-P.), 7, 193.
 Washington, 202, 838.
 WILLEM (V.), 7, 24, 80, 86, 608, 617.
 Wittemans, 7.

Y

Yovitchitch, 202, 324.
 Yvoir, 838.

Z

Zagreb, 202.
 Zaymus (G.), 77.
 Zunz (E.), 255

Natural History Survey
Library

ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

BULLETIN

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

5^E SÉRIE — TOME XI

1925 — N° 1



BRUXELLES

MAURICE LAMERTIN, LIBRAIRE-ÉDITEUR
58-62, Rue Coudenberg, 58-62

1925

TABLE DES MATIÈRES

CLASSE DES SCIENCES. — *Séance du samedi 10 janvier 1925.*

LOI ACCORDANT LA PERSONNIFICATION CIVILE A L'ACADÉMIE	3
CORRESPONDANCE : M. Waltzing, président pour 1925. — Prix décennal des Mathématiques pures (3 ^e période) : M. Ch.-J. de la Vallée Poussin. — Loi sur la protection des animaux : commissaires	5
HOMMAGE D'OUVRAGE.	6
ÉLECTIONS : M. Massart, directeur pour 1926; M. Demoulin, délégué à la Commission administrative pour 1925	6
JURYS : Prix Gluge (9 ^e période); prix Schepkens (1 ^{re} période)	6
PRIX DÉCENNAUX : Vœu de la Classe	6
ÉCHANGE DE PUBLICATIONS : Relations avec la Hongrie et l'Autriche	7
UNION ASTRONOMIQUE INTERNATIONALE : Assemblée générale, à Cambridge. — Vœux de la Classe.	7
TRAVAUX A L'EXAMEN : MM. Godeaux, Bouillenne; rapport de M. Gravis	8

Communications et lectures.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE : L'Univers de De Sitter et la métrique cayleyenne elliptique, par L. Godeaux	10
BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE	21

AVIS IMPORTANT. — Il est rappelé que l'Académie ayant suspendu ses travaux pendant la durée de l'occupation, il n'a pas été publié de « BULLETINS » pour les années 1915 à 1918.

L'année 1919 des « BULLETINS » fait donc suite immédiatement à l'année 1915.

Le fonds des publications académiques ayant été systématiquement pillé par les Allemands, il ne sera plus possible de donner suite aux demandes de combler les lacunes antérieures à 1919.

27-1-25.



UNIVERSITY OF ILLINOIS-URBANA



3 0112 018246873